

联合极限状态下基于最大熵可靠度的易损性分析

何 乡*, 吴子燕, 贾大卫

(西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710129)

摘 要:考虑工程需求参数(EDP)的前四阶矩,提出基于最大熵可靠度理论的地震易损性分析方法。基于SAP2000建立钢筋混凝土框剪模型,选择最大层间位移角和最大层加速度衡量结构的联合性能极限状态,建立极限状态方程。不对EDP的分布进行人为假定,在不同峰值加速度(PGA)下计算两种EDP的前四阶矩,并作为约束条件,建立极限状态方程的最大熵概率密度函数,将多维积分转化为一维积分,通过最大熵二次四阶矩法计算失效概率,得到易损性曲线。采用基于对数正态分布假定的蒙特卡洛(MC)法进行对比,研究表明,基于最大熵法得到的易损性曲线与传统方法得到的易损性曲线基本重合,验证了本文所提方法的精度;通过最大熵概率密度函数简化积分,计算效率较高;在联合极限状态下,忽略不同EDP极限状态的相关性不利于工程安全。

关键词:地震;联合极限状态;易损性分析;最大熵可靠度;四阶矩法

中图分类号: TU311.2; O213.2

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2022)01-0021-07

1 引 言

地震易损性定义为在不同强度地震激励下,结构超过给定性能极限状态的概率。地震激励具有很强的不确定性,因此在传统的理论地震易损性研究中,基于概率理论的随机模型得到了广泛应用^[1,2]。如Wang等^[1]将桥梁结构的响应参数视为服从对数正态分布的随机变量,通过极大似然估计法得到对数均值和标准差,建立了在不同强度地震下结构的概率地震需求模型,通过蒙特卡洛模拟(MC)法计算结构的破坏概率。Mosallam等^[2]基于概率易损性理论,建立了钢框架结构的易损性函数。在传统地震易损性研究中,首先需要假定地震响应参数服从对数正态分布。但文献^[3]表明,这种假设只是一种近似假设,部分参数并不符合这一假定,因此该方法具有一定局限性。

为克服传统计算方法的不足,学者们提出了多种不同的易损性分析模型。如樊剑等^[4]提出了一种概率-凸集混合模型用于地震易损性研究;董俊等^[5]在不对EDP分布进行人为假定的前提下,通过核密度估计法建立EDP概率密度函数,从而进行桥梁易损性分析。上述文献仅考虑了桥梁构件的易损性,并未涉及多构件联合作用下的易损性分

析。Zhang等^[6]利用四阶矩可靠性法对桥墩柱在非平稳地震激励下的可靠度进行了研究,但同样没有涉及桥梁的联合极限状态。贾大卫等^[7]提出了一种凸集模型用于地震易损性计算,但该方法需要对凸集变量的每个样本点进行MC模拟求解失效概率,其本质为两阶段MC法。MC法通常需要进行数万次数值模拟,计算成本较大,不利于实际应用。

本文基于结构的联合极限状态,提出一种最大熵可靠度法用于易损性分析。该方法通过统计分析确定结构响应参数的高次阶矩,不需要人为假定其分布类型,也不需要通过MC法进行数值模拟求解失效概率,具有较强的通用性。

2 基于最大熵原理的可靠度计算

2.1 最大熵原理

假设某随机事件服从离散分布,可能出现的结果数量为 n ,每个结果出现的概率为 p_i ($i=1, 2, \dots, n$),将事件的不确定程度表示为

$$H = -c \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (1)$$

式中 c 为大于0的常数, H 称为Shannon熵。若 $p_i=1$,代表该事件仅有一种结果,不具有不确定性, $H=0$;若 $p_i=1/n$,则认为所有可能结果出现的概率相同,表明该事件的不确定性最大, H 取最大值 $\ln n$ 。

若随机事件服从概率密度函数为 $f_X(x)$ 的连续分布,Shannon熵表示为

收稿日期:2020-12-02;修改稿收到日期:2021-02-18.

基金项目:国家自然科学基金(51708545)资助项目.

作者简介:何 乡*(1997-),女,硕士生

(E-mail: _hexiang_@mail.nwpu.edu.cn)

$$H(X) = -c \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \ln f_X(x) dx \quad (2)$$

Shannon 熵在事件发生前是对其不确定性的—种度量指标,事件发生后是从该事件所得到的信息的度量。最大熵原理的含义是,在给定的约束条件下使熵达到最大值,得到偏差最小的概率分布。由此可得—种构造最佳概率分布的途径。

将最大熵理论引入可靠度计算后,对基本随机变量的分布不进行任何人为假定,而是从统计资料得到随机变量的各阶矩,利用最大熵原理,得到极限状态方程的概率密度函数,计算失效概率。将随机变量的前 m 阶原点矩作为约束条件,在式(3)条件下使式(2)取最大值,

$$v_{Xi} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i f_X(x) dx \quad (3)$$

式中 v_{Xi} 为第 i 阶原点矩 ($i=0,1,\dots,m$)。式(3)等价于给定随机变量的中心矩,

$$\mu_{Xi} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^i f_X(x) dx \quad (4)$$

式中 μ_X 为随机变量的均值。利用 Lagrange 乘子法,联立式(2,3),引进修正函数,

$$L = H + \sum_{i=0}^m \lambda_i \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x^i f_X(x) dx - v_{Xi} \right] \quad (5)$$

式中 $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ 为待定系数。在稳定点处有 $\partial L / \partial f_X(x) = 0$, 即

$$\ln f_X(x) = -1 + (1/c) \sum_{i=0}^m \lambda_i x^i \quad (6)$$

取 $a_i = -\lambda_i / c$ ($i=0,1,\dots,m$), 可得最大熵概率密度函数为

$$f_X(x) = \exp\left(-\sum_{i=0}^m a_i x^i\right) \quad (7)$$

2.2 基于高阶中心矩的可靠度计算

由 2.1 节可知,在基于最大熵原理的可靠性计算中,需要获得基本随机变量 X 的高阶中心矩建立最大熵概率密度函数。实际工程中通常可通过统计分析得到 X 的前四阶矩统计参数,即

$$\begin{cases} \mu_{X0} = 1, \mu_{X1} = 0, \mu_{X2} = \sigma_X^2 \\ \mu_{X3} = C_{sX} \sigma_X^3, \mu_{X4} = C_{kX} \sigma_X^4 \end{cases} \quad (8)$$

式中 σ_X^2 为方差, C_{sX} 为偏态系数, C_{kX} 为峰度系数。文献[8]表明,通过 Pearson 系统可方便获得随机变量的高次阶矩。Pearson 系统认为随机变量 X 的概率密度函数由式(9)所示的常微分方程确定,

$$\frac{1}{f_X(x)} \frac{df_X(x)}{dx} = \frac{x-d}{c_0 + c_1 x + c_2 x^2} \quad (9)$$

参数 c_0, c_1, c_2 和 d 可用 X 的前四阶中心矩表示,

$$\begin{cases} c_0 = -\frac{\mu_{X2}(4\mu_{X2}\mu_{X4} - 3\mu_{X3}^2)}{10\mu_{X2}\mu_{X4} - 12\mu_{X3}^2 - 18\mu_{X2}^3} \\ c_1 = -\frac{\mu_{X3}(3\mu_{X2}^2 + \mu_{X4})}{10\mu_{X2}\mu_{X4} - 12\mu_{X3}^2 - 18\mu_{X2}^3} \\ c_2 = -\frac{2\mu_{X2}\mu_{X4} - 3\mu_{X3}^2 - 6\mu_{X2}^3}{10\mu_{X2}\mu_{X4} - 12\mu_{X3}^2 - 18\mu_{X2}^3} \\ d = c_1 \end{cases} \quad (10)$$

文献[8]表明,各阶中心矩存在如下递推关系,

$$\mu_{X(i+1)} = -\frac{i}{1+(i+2)c_2} [c_0 \mu_{X(i-1)} + c_1 \mu_{Xi}] \quad (11)$$

随机变量的各阶矩数值差异可能会很大,因此将 X 转化为标准正态随机变量 Y , Y 的前四阶矩可以表示为

$$\begin{cases} v_{Y0} = 1, v_{Y1} = 0, v_{Y2} = 1 \\ v_{Y3} = C_{sY} = C_{sX}, v_{Y4} = C_{kY} = C_{kX} \end{cases} \quad (12)$$

在标准空间内,式(10)可写为

$$\begin{cases} c_0 = -\frac{4C_{kY} - 3C_{sY}^2}{10C_{kY} - 12C_{sY}^2 - 18} \\ c_1 = -\frac{C_{sY}(3 + C_{kY})}{10C_{kY} - 12C_{sY}^2 - 18} \\ c_2 = -\frac{2C_{kY} - 3C_{sY}^2 - 6}{10C_{kY} - 12C_{sY}^2 - 18} \\ d = c_1 \end{cases} \quad (13)$$

拟定极限状态方程为 $Z = g_X(X)$, 当基本随机变量的前四阶矩已知时,将极限状态方程在设计点 $\mathbf{x}^*$ 处泰勒展开至二次项,估算极限状态方程前四阶中心矩,可表示为

$$\mu_{ZQ} = E(Z_Q) = g_X(\mu_X) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i^2} \mu_{Xi,2} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mu_{ZQ^2} = \sigma_{ZQ}^2 = E[(Z_Q - \mu_{ZQ})^2] = & \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \right]^2 \mu_{Xi,2} + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i^2} \mu_{Xi,3} + \\ & \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i^2} \right]^2 (\mu_{Xi,4} - 3\mu_{Xi,2}^2) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i \partial X_j} \right]^2 \mu_{Xi,2} \mu_{Xj,2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mu_{ZQ^3} = E[(Z_Q - \mu_{ZQ})^3] = & \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \right]^3 \mu_{Xi,3} + \\ & \frac{3}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \right]^2 \frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i^2} \times \\ & (\mu_{Xi,4} - 3\mu_{Xi,2}^2) + 3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \times \\ & \frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_j} \frac{\partial^2 g_X(\mu_X)}{\partial X_i \partial X_j} \mu_{Xi,2} \mu_{Xj,2} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mu_{ZQ^4} = E[(Z_Q - \mu_{ZQ})^4] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \right]^4 \times (\mu_{X_{i4}} - 3\mu_{X_{i2}}^2) + 3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_i} \right]^2 \times \left[\frac{\partial g_X(\mu_X)}{\partial X_j} \right]^2 \mu_{X_{i2}} \mu_{X_{j2}} \quad (17)$$

将极限状态方程标准化为 $Y = (Z - \mu_Z)/\sigma_Z$, 在标准空间内, 将式(7,12)代入式(3), 得到积分方程组,

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^i \exp\left(-\sum_{j=0}^m a_j y^j\right) dy = v_{Yi} \quad (18)$$

从中可以求出系数 $a_0, a_1, \dots, a_m$, 则失效概率可以表示为^[8]

$$p_f = P\left(Y \leq -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \int_{-\infty}^{-\mu_Z/\sigma_Z} \exp\left(-\sum_{i=0}^m a_i y^i\right) dy \quad (19)$$

由式(14~19)可知, 最大熵法采用了极限状态方程的前四阶中心矩作为约束条件, 建立最大熵概率密度函数求解失效概率, 因此该方法可简称为最大熵二次四阶矩法。

3 基于联合极限状态的易损性分析

在易损性研究中, 联合极限状态又称为结构整体性能水准, 指将结构构件的性能极限状态与非结构构件的性能极限状态相结合得到的极限状态^[9], 可用多维性能极限状态方程表示,

$$L(R_1, \dots, R_n) = \sum_{i=1}^n (R_i/r_{lim})^{N_i} - 1 \quad (20)$$

式中 R_i 为工程需求参数(EDP), r_{lim} 为阈值, N_i 为相互作用因子。当 $L(R_1, \dots, R_n) > 0$ 时认为结构发生破坏。仅考虑两种 EDP 时, 可将一个 EDP 对应的 N 取 1, 式(20)可简化为

$$L(R_1, R_2) = (R_1/r_{lim}) + (R_2/r_{lim})^N - 1 \quad (21)$$

文献[10]表明, 联合极限状态下结构易损性可表示为式(22)所示的积分,

$$F = \iint_{L>0} f(R_1, R_2|IM) dR_1 dR_2 \quad (22)$$

式中 IM 为给定的地震强度, 可采用地面峰值加速度(PGA)表示。 $f(\cdot)$ 为随机变量的联合概率密度函数。若随机变量相互独立, 式(22)写为

$$F = \iint_{L>0} f(R_1|IM) f(R_2|IM) dR_1 dR_2 \quad (23)$$

4 基于最大熵可靠度的易损性分析

由式(23)可知, 联合极限状态下地震易损性分析的本质, 是在给定地震强度下计算极限状态方程大于 0 的概率。式(23)所示的积分通常难以计算, Wang 等^[1]采用蒙特卡洛(MC)模拟法进行求解, 刘晓晓等^[10]利用数值积分法求解, 而这两种方法

所需计算成本都很高, 不利于实际应用。本文考虑 EDP 的前四阶矩, 提出基于最大熵理论的易损性分析方法, 具体步骤如下。

(1) 选择合适的 EDP, 建立联合性能极限状态方程。

(2) 选择多条地震波, 以 PGA 衡量地震强度, 将每条地震波的 PGA 分别调幅至 0.05 g~0.8 g, 间隔取 0.05 g 进行非线性时程分析, 获得每条地震波加载下两种 EDP 的值。

(3) 利用式(8~13)分别在不同 PGA 下计算 EDP 的前四阶统计矩和中心矩, 然后利用式(14~17)计算极限状态方程的前四阶中心矩, 最后利用式(18,19)求解失效概率, 得到易损性曲线。

由上述步骤可知, 本文所提基于最大熵二次四阶矩的易损性分析法优势在于:

(1) 考虑地震激励的不确定性, 从分析结果中获得了 EDP 的前四阶统计矩, 而不需要对 EDP 的分布类型进行人为假定, 使计算结果更具一般性。

(2) 利用最大熵概率密度函数进行失效概率计算, 将二重积分简化为一维积分, 同时避免了 MC 模拟, 提高了计算效率。

5 算例分析

5.1 结构模型

本文基于 SAP2000 建立 8 层 RC 框架-剪力墙结构模型。每层高均 3 m, 跨长 6 m, X 向为 5 跨, Y 向为 3 跨。各构件采用的混凝土强度等级均为 C30, 纵向受力钢筋采用 HRB335 级, 箍筋采用 HPB300。框架柱截面尺寸为 0.6 m×0.6 m, 梁截面尺寸为 0.25 m×0.5 m。楼板厚度为 0.1 m, 剪力墙的厚度均为 0.2 m, 配筋均为双排钢筋, 采用 HRB335 级钢筋。结构模型如图 1 所示。

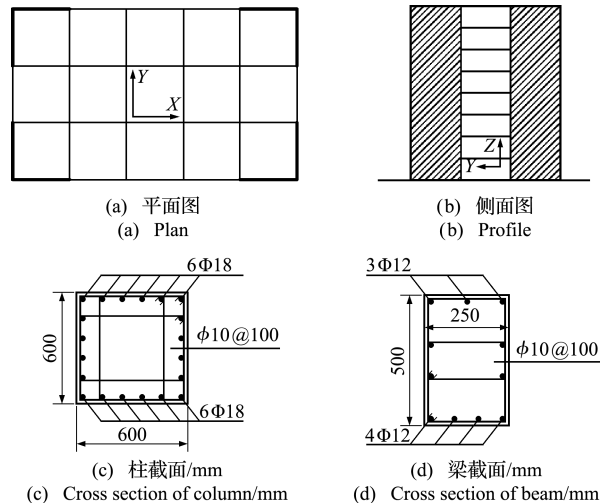


图1 结构模型

Fig. 1 Structure model

混凝土楼板采用 SAP2000 的膜(Membrane)单元模拟,梁和柱均采用框架单元(Frame)模拟。结构的非线性行为主要体现在梁、柱和剪力墙上。在梁两端设置弯矩铰(M3),柱两端设置轴力-弯矩铰(P-M2-M3)来模拟非线性行为^[11],剪力墙采用分层壳单元。此外,结构模型考虑了 $P-\Delta$ 效应。本文采用的混凝土和钢筋的本构关系如图 2 所示。

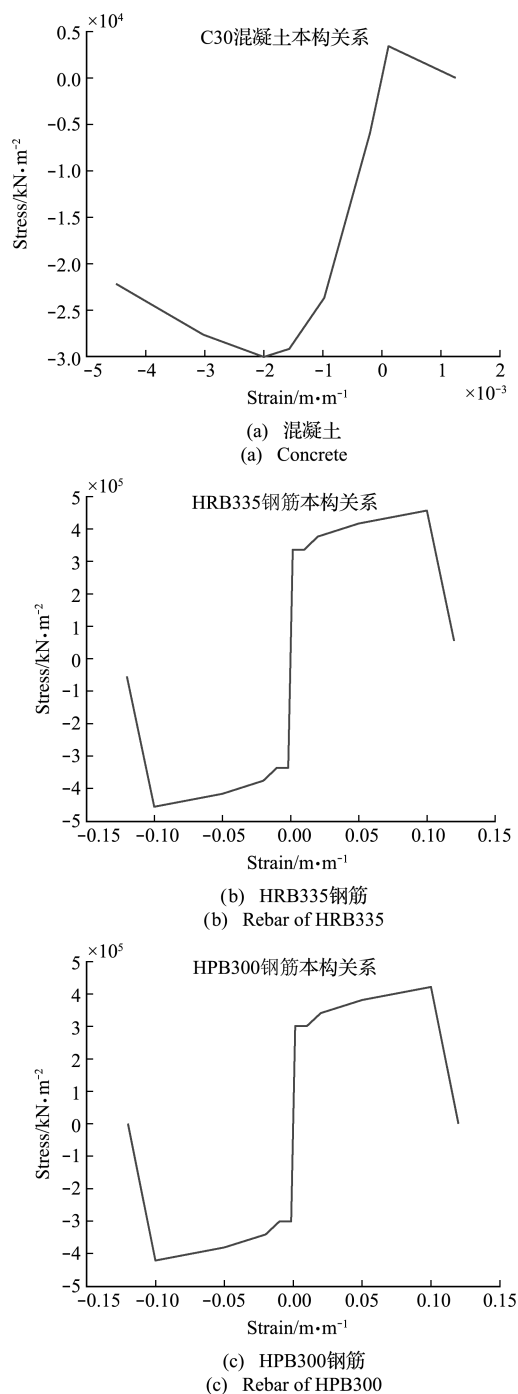


图 2 材料本构关系

Fig. 2 Material constitutive relationship

本文将框剪结构的联合性能极限状态分为正常使用(NO)、可以使用(IO)、生命安全(LF)和防

止倒塌(CP)四级,选择使用最广泛的最大层间位移角(MIDR)作为衡量结构构件性能的 EDP。郑山锁等^[12]指出,结构整体性能水平达到 IO 时构件处于开裂状态,MIDR 的阈值大致取 LF 的 50%;LF 的阈值大致取到规范弹性限值和弹塑性限值的平均值;CP 大致取到规范的弹塑性变形限值的 90%。基于《建筑抗震设计规范》(GB 50011-2010)^[13]对框架-剪力墙类结构阈值的规定,本文采用的 MIDR 阈值列入表 1。

表 1 性能极限状态阈值
Tab. 1 Performance limit state threshold

	NO	IO	LF	CP
MIDR/%	0.15	0.3	0.6	1
PFA/g	0.25	0.5	1.0	2.0

韩建平^[14]指出,在考虑非结构构件性能时,主要考虑对加速度敏感的构件,如机械设备和内部管道等,因而本文选择最大层加速度(PFA)作为衡量非结构构件损伤大小的 EDP。取文献^[14]建议的 PFA 阈值,列入表 1。表中 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

5.2 地震波选择

拟定该框架所处的场地土类别为 II,设计基本地震动加速度为 $0.2g$,阻尼比取 0.05 ,特征周期为 0.35 s ,震中距取 20 km ,利用条件均值反应谱作为目标反应谱^[15],从 Pacific Earthquake Engineering Research Center 数据库中筛选了 60 条真实地震波衡量地震激励的不确定性。加速度反应谱如图 3 所示。

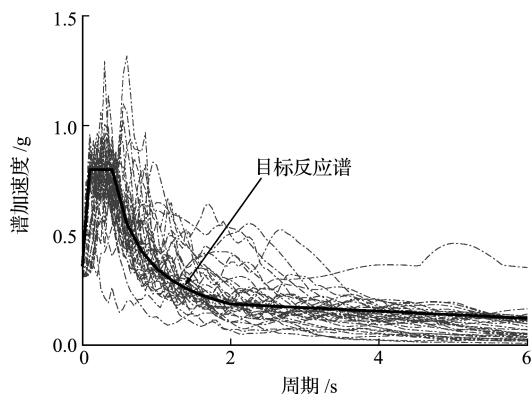


图 3 地震波反应谱

Fig. 3 Seismic response spectrum

5.3 易损性分析

本文选择两种 EDP 衡量联合性能极限状态,基于式(21)建立极限状态方程,可表示为

$$L = (\text{MIDR}/\text{midr}_{\text{lim}}) + (\text{PFA}/\text{pfa}_{\text{lim}})^N - 1 \quad (24)$$

式中 midr_{lim} , pfa_{lim} 分别为 MIDR 和 PFA 的阈值。将表 1 的数值代入式(24)即可得到四种性能极限

状态下的极限状态方程。本文首先取未知参数 $N=2$ 进行易损性计算,后文将通过灵敏度分析探究 N 对失效概率的影响。暂不考虑两种 EDP 的相关系数,分别在不同 PGA 下获得两种 EDP 的前四阶矩,利用最大熵可靠度理论计算失效概率。表 2 给出了部分 PGA 下 NO 极限状态方程的前四阶中心矩。为验证本文所提方法的计算结果,同样假定两种 EDP 均服从对数正态分布,采用 MC 法计算失效概率,通过累计对数正态分布拟合得到易损性曲线。文献[1]对基于对数正态分布假定的易损性分析进行了详细的研究,本文不再做详细描述,易损性曲线如图 4 所示。

表 2 前四阶中心矩
Tab.2 First four center moments

PGA	μ_{ZQ}	μ_{ZQ^2}	μ_{ZQ^3}	μ_{ZQ^4}
0.1 g	0.7988	0.0005	-3.7292e-6	7.3062e-7
0.2 g	0.6982	0.0012	-1.2586e-5	3.6987e-6
0.3 g	0.4970	0.0034	-5.8269e-5	2.8540e-5
0.4 g	0.2958	0.0066	-1.5989e-4	1.0964e-4
0.5 g	0.0946	0.0109	-3.3983e-4	2.9960e-4
0.6 g	-0.1066	0.0163	-6.2045e-4	6.6856e-4
0.7 g	-0.3078	0.0228	-0.0010	0.0013
0.8 g	-0.5090	0.0303	-0.0016	0.0023

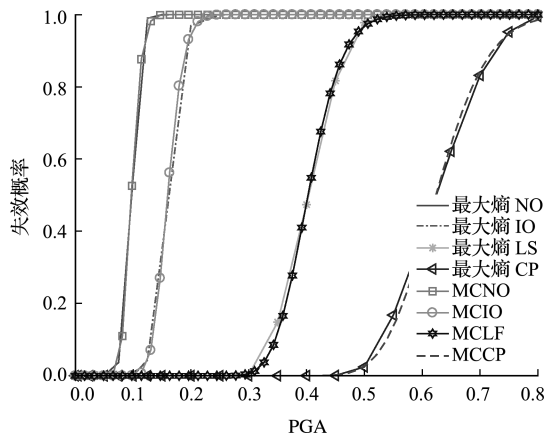
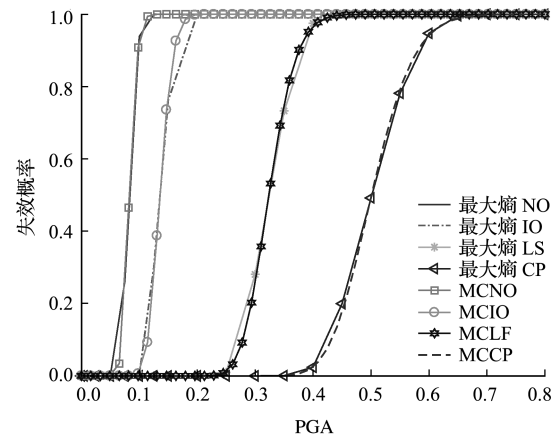


图 4 易损性曲线
Fig.4 Fragility curves

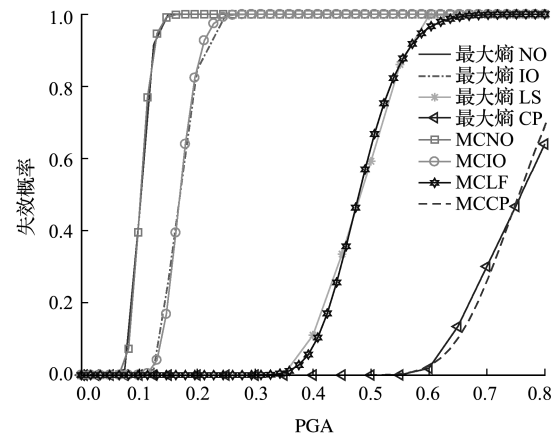
可以看出,在四种性能极限状态下,本文方法所得易损性曲线与基于对数正态分布假定的易损性曲线差异很小,曲线基本重叠,在不同 PGA 下,失效概率最大差值仅为 0.04,在易损性分析中这个差异可忽略不计,因此本文所提方法可以得到精度较高的易损性曲线。还可以看出,对于 RC 框架类结构,基于对数正态分布假定和高次阶矩的易损性曲线差异很小,PGA 变化并不会导致两种分析方法得到的失效概率产生显著差异,因此本文所提方法同样验证了对数正态分布假定在 RC 框架易损性分析中的适用性。

5.4 灵敏度分析

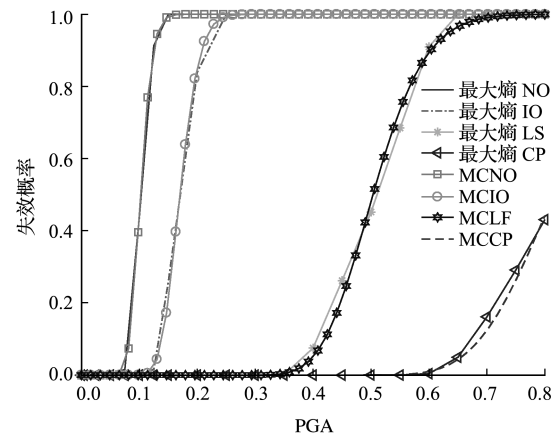
上节的易损性分析中,取相互作用因子 $N=2$,论述了本文所提方法的计算过程和精度。孙鸿宾等^[9]指出, N 反应了不同 EDP 性能极限状态之间的相关性, N 越大,相关性越弱,失效域面积越大。因此本节通过灵敏度分析讨论 N 的值对易损性曲线的影响。分别再取经验值 $N=1,5,10$,其余参数不变,最大熵二次四阶矩法和 MC 法所得易损性曲线如图 5 所示。



(a) $N=1$



(b) $N=5$



(c) $N=10$

图 5 不同 N 的易损性曲线
Fig.5 Fragility curves of different N

可以看出,在四种性能极限状态下,随着 N 增大,易损性曲线逐渐下移,说明破坏概率越小。因此若不考虑性能极限状态之间的相关性,会明显高估结构的抗震能力。在不同 N 下,基于最大熵二次四阶矩法所得易损性曲线与 MC 法都基本重合,再一次印证了本文所提方法的计算精度。

6 总 结

本文考虑了结构的联合极限状态,建立了基于最大熵二次四阶矩可靠度理论的易损性分析法,得到了易损性曲线,并与传统基于对数正态分布假定的易损性曲线进行对比,结论如下。

(1) 考虑地震激励的不确定性,不对 EDP 的分布进行人为假定,通过统计分析获得 EDP 的前四阶矩,并计算极限状态方程的前四阶中心矩,所得易损性曲线与传统对数正态分布假定的易损性曲线基本重合,说明本文所提方法具有很高的精度,同时也验证了对数正态分布的假定在 RC 框剪结构易损性研究中的正确性。

(2) 基于联合极限状态的易损性研究,利用随机变量的前四阶矩作为约束条件,建立最大熵概率密度函数,将二重积分简化为一维积分,同时避免了 MC 法大量的数值模拟计算,计算效率很高。

(3) 在联合性能极限状态方程中,相互作用因子 N 的取值会对失效概率产生很大影响。 N 越大,说明不同 EDP 性能极限状态的相关性越弱,忽略 EDP 的相关性将不利于工程安全。

参考文献(References):

- [1] Wang Q A, Wu Z Y, Liu S K. Multivariate probabilistic seismic demand model for the bridge multidimensional fragility analysis [J]. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2018, **22**(9): 3443-3451.
- [2] Mosallam A, Zirakian T, Abdelaal A. Performance assessment of steel moment-resisting frame structures using fragility methodology [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2018, **144**(3): 04017220.
- [3] Cornell C A, Jalayer F, Hamburger R O, et al. Probabilistic basis for 2000 SAC federal emergency management agency steel moment frame guidelines [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2002, **128**(4): 526-533.
- [4] 樊 剑, 龙晓鸿, 赵 军. 计算近场地震作用下隔震结构支座破坏易损性曲线的概率凸集混合模型 [J]. *计算力学学报*, 2014, **31**(2): 199-204. (FAN Jian, LONG Xiao-hong, ZHAO Jun. A hybrid probabilistic and convex model for calculating the vulnerability curve of the failure of isolation bearing under near-fault earthquake ground motion [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2014, **31**(2): 199-204. (in Chinese))
- [5] 董 俊, 曾永平, 单德山. 核密度估计的桥梁结构地震易损性分析 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2018, **50**(3): 109-117. (DONG Jun, ZENG Yong-ping, SHAN De-shan. Seismic fragility analysis of railway bridge using kernel density estimation [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2018, **50**(6): 109-117. (in Chinese))
- [6] Zhang L W, Lu Z H, Chen C. Seismic fragility analysis of bridge piers using methods of moment [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, **134**: 106150.
- [7] 贾大卫, 吴子燕, 王其昂. 考虑结构极限状态随机性的多维易损性分析 [J]. *自然灾害学报*, 2020, **29**(1): 89-100. (JIA Da-wei, WU Zi-yan, WANG Qi-ang. Multi-dimensional fragility analysis considering the randomness of structural limit state [J]. *Journal of Natural Disasters*, 2020, **29**(1): 89-100. (in Chinese))
- [8] 钟旭晗. 基于最大熵原理的顺层岩质边坡地震模糊可靠度分析 [M]. 武汉: 华中科技大学, 2017. (ZHONG Xu-han. *Seismic Fuzzy Reliability Analysis of Bedding Rock Slope Based on the Maximum Entropy Principle* [M]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2017. (in Chinese))
- [9] 孙鸿宾, 吴子燕, 刘骁骁. 基于多维性能极限状态的结构易损性分析 [J]. *工程力学*, 2013, **30**(5): 147-152. (SUN Hong-bin, WU Zi-yan, LIU Xiao-xiao. Multidimensional performance limit states for structural fragility estimation [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(5): 147-152. (in Chinese))
- [10] 刘骁骁, 吴子燕, 王其昂. 基于多维性能极限状态的概率地震需求分析 [J]. *振动与冲击*, 2017, **36**(1): 181-187, 206. (LIU Xiao-xiao, WU Zi-yan, WANG Qi-ang. Probabilistic seismic demand analysis based on multi-dimensional performance limit states [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, **36**(1): 181-187, 206. (in Chinese))
- [11] 何益斌, 李 艳, 沈蒲生. 基于性能的高层混合结构地震易损性分析 [J]. *工程力学*, 2013, **30**(8): 142-147, 162. (HE Yi-bin, LI Yan, SHEN Pu-sheng. Performance-based seismic fragility analysis of tall hybrid structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(8): 142-147, 162. (in Chinese))
- [12] 郑山锁, 张艺欣, 秦 卿, 等. RC 框架核心筒结构的地震易损性研究 [J]. *振动与冲击*, 2016, **35**(23): 106-113. (ZHENG Shan-suo, ZHANG Yi-xin, QIN Qing, et al. Seismic fragility of RC frame-core wall struc-

- tures [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, **35** (23):106-113. (in Chinese))
- [13] GB 50011-2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2010. (GB 50011-2010 Code for Seismic Design of Buildings [S]. Beijing:China Construction Industry Press,2010. (in Chinese))
- [14] 韩建平,周帅帅.考虑非结构构件损伤的钢筋混凝土框架建筑多维地震易损性分析[J].地震工程与工程振动,2020, **40**(1):39-48. (HAN Jian-ping, ZHOU Shuai-shuai. Multi-dimensional seismic fragility analysis of reinforced concrete framed building considering damage of non-structural components [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2020, **40**(1):39-48. (in Chinese))
- [15] 李琳,温瑞智,周宝峰,等.基于条件均值反应谱的特大地震强震记录的选取及调整方法[J].地震学报,2013, **35**(3):380-389,450. (LI Lin, WEN Rui-zhi, ZHOU Bao-feng, et al. Selection and scaling of ground motion records for great scenario earthquakes based on the conditional mean spectrum [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2013, **35**(3):380-389,450. (in Chinese))

Fragility analysis based on maximum entropy reliability under joint limit state

HE Xiang*, WU Zi-yan, JIA Da-wei

(School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: A seismic fragility analysis method based on maximum entropy reliability theory is proposed considering the first four moments of the engineering demand parameter (EDP). A reinforced concrete frame structure model is established based on SAP2000, two EDPs are selected to measure the joint limit state, and the performance-based limit state equation is established. The first four moments of the two EDPs are calculated under different peak ground accelerations (PGA) without the log-normal assumption to establish the maximum entropy probability density function of the limit state equation, the multi-dimensional integral is transformed into a one-dimensional integral, and the failure probability is calculated by the maximum entropy quadratic fourth moment method. A traditional Monte Carlo (MC) method based on the assumption of lognormal distribution is used for comparison. The research shows that: The fragility curves obtained by the maximum entropy method coincide with traditional methods, which verifies the accuracy of the proposed method. The maximum entropy probability density function is used to simplify the integration and the calculation efficiency is high. In the joint limit state, ignoring the correlation of limit states under different EDPs is not conducive to engineering safety.

Key words: seismic; joint limit state; fragility analysis; maximum entropy reliability; fourth moment method

引用本文/Cite this paper:

何 乡, 吴子燕, 贾大卫. 联合极限状态下基于最大熵可靠度的易损性分析[J]. 计算力学学报, 2022, **39**(1):21-27.

HE Xiang, WU Zi-yan, JIA Da-wei. Fragility analysis based on maximum entropy reliability under joint limit state[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(1):21-27.