

# 基于网格框架的非结构附面层网格生成技术

王 硕<sup>\*1</sup>, 庞宇飞<sup>2</sup>, 肖素梅<sup>1</sup>, 刘 杨<sup>2</sup>,  
齐 龙<sup>2</sup>, 何雨阳<sup>1</sup>, 谢冬香<sup>2</sup>

(1. 西南科技大学 制造科学与工程学院, 绵阳 621010;

2. 中国空气动力研究与发展中心 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

**摘 要:** 附面层网格质量是确保计算流体力学粘性计算精度的关键技术环节。本文针对复杂外形提出了全局一致的高质量附面层网格构造算法, 该方法基于针对特征的表面网格区域分解技术, 利用表面网格分片后的边界线及其法向量构造最终附面层网格的轮廓框架线, 并通过径向基函数及线性插值算法生成完整的附面层网格。通过典型算例分析可以看出, 该方法生成的非结构附面层网格精度和全局一致性较高, 且能够有效避免复杂外形附面层网格局部及全局交叉现象。

**关键词:** 附面层; 径向基函数; 网格框架

**中图分类号:** O242.21

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2021)06-0819-06

## 1 引 言

随着计算机科学的发展, 计算力大幅度提高, 使得计算流体力学(computational fluid dynamics)在各个行业中变得越来越重要, 而网格生成在CFD中扮演着重要的角色, 且是数值计算的重要步骤。网格中附面层网格是为了更好地捕捉近物面薄层的流动物理特性, 影响着CFD计算的精度。目前生成附面层网格的自动性及可靠性较差, 而且需要大量的人工交互来完成, 使得附面层网格的生成费时费力。近年来, 很多学者采用混合网格的策略生成半结构化的棱柱网格, 以完成附面层网格的生成<sup>[1-5]</sup>。

前沿层进法<sup>[6-10]</sup>为经典附面层网格生成方法。该方法先选取物面网格为前沿层, 然后基于该前沿层逐层沿法向推进, 生成的网格作为前沿层, 继续重复上述操作。文献[11]基于前沿层进法, 发展了一套附面层网格生成方法, 其中包括前沿法向和附面层生成高度的调整方法。

张来平等<sup>[12]</sup>针对附面层三棱柱网格进行了研究, 提出了一种聚合的方法。首先生成各向异性的四面体网格, 然后再将四面体网格进行聚合, 从而

生成三棱柱网格。但是聚合后会有少数质量较差的网格单元。孙岩<sup>[13]</sup>提出一种交互式棱柱网格生成方法, 通过人工交互生成附面层边界点的空间推进网格, 然后利用径向基函数插值方法, 得到附面层每一层内部的网格点。该方法利用人工交互生成边界点作为约束条件, 有效避免了附面层网格交叉, 并可以对局部网格进行调整, 最终生成高质量的棱柱网格。但该方法需要人工交互生成附面层网格的边界, 且附面层推进过程中会存在一定的误差, 需要后期进行优化。孙岩等<sup>[14]</sup>提出了一种基于约束框架的棱柱网格生成方法。首先, 利用TFI(Transfinite Interpolation)生成粗背景结构框架网格, 再通过背景网格和表面网格的对应关系插值得到附面层网格。该方法在附面层网格质量控制和局部修改方面有较高的效率和显著的优势, 但背景框架网格生成比较困难。Lu等<sup>[15]</sup>提出一种结构多块附面层网格自动生成技术, 是一种由外而内的附面层网格生成技术。首先, 从表面网格中提取几何特征, 再基于几何特征构造附面层网格框架, 然后在框架约束内通过TFI生成结构附面层网格。该方法能够快速生成结构附面层网格, 但结构网格的生成由于需要进行网格拓扑设计, 不仅费时, 且对软件使用者的经验有一定要求。

本文在前文的研究基础上, 针对非结构附面层网格生成的自动性和局部网格质量控制能力进行研究, 提出了一种棱柱附面层网格生成方法。

收稿日期: 2020-11-19; 修改稿收到日期: 2020-12-18.

基金项目: 国家数值风洞工程(NNW-NB-JC-033;  
NNW2019ZT5-B17)资助项目.

作者简介: 王 硕<sup>\*</sup> (1995-), 男, 硕士生  
(E-mail: wsbuhui@163.com).

## 2 附面层棱柱网格生成方法

本文发展了文献[15]的以分而治之的附面层网格生成思想,用构造的方法生成非结构附面层网格。该方法生成的网格精度和全局一致性较高,能够有效避免复杂外形附面层网格局部及全局交叉现象。

### 2.1 方法思路

引进自动化的表面网格分片算法<sup>[16]</sup>,自动将表面网格分成区域可控的多个网格面片,并以此生成多块网格框架;利用结构网格附面层自动生成技术<sup>[15]</sup>的框架线算法,并加以改进,利用径向基函数插值<sup>[17]</sup>方法生成框架线中的轮廓线;在框架线的基础上,利用径向基函数插值方法构造附面层顶面网格;通过线性插值生成附面层顶层网格点与表面网格点之间的附面层内部网格点,进而生成附面层网格。避免了文献[13]在外形变化剧烈的复杂条件下,精细附面层网格生成的插值精度扰动抑制难题。图1为附面层网格生成算法的流程。

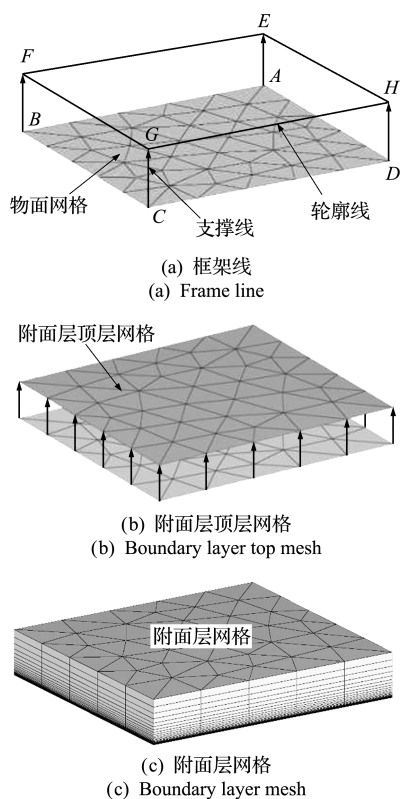


图1 附面层网格生成示意图  
Fig. 1 Sketch of boundary grid generation method

### 2.2 径向基函数插值

径向基函数插值在动网格中已经有较好应用。该方法通过选取基点之间的距离构建插值基,能够

适应复杂边界。径向基函数插值的一般表现形式为<sup>[18]</sup>

$$f(r) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi(\|r - r_i\|) \quad (1)$$

式中  $r_i$  为选取基点的位置,将函数值  $f(r)$  定义为  $r$  的位移,  $N$  为径向基函数基点的数量,  $\alpha_i$  为插值系数,  $\varphi$  为基函数,  $\|r - r_i\|$  为欧式距离。

根据式(1)得到关于插值系数  $\alpha_i$  的线性方程组,表示成矩阵的形式为

$$\alpha M = f \quad (2)$$

求解矩阵方程(2)可以得到插值系数  $\alpha_i$ 。然后通过式(1)能得到任一点  $r$  的函数值及位移。

本文轮廓线生成选取 Linear( $\varphi(r) = r$ ) 基函数,附面层顶层网格点生成选取 Thin plate spline ( $\varphi(r) = r^2 \ln(r+1)$ ) 基函数。

### 2.3 生成流程

算法的详细说明如下。

(1) 输入表面网格  $R$ 。

(2) 支撑线的生成。按照一定的几何特性选取部分边界点作为支撑点,如图1(a)选取 A, B, C 和 D 四个支撑点。按照网格点的法向方向和输入的附面层高度  $h$ ,算出支撑线 AE, BF, CG 和 DH。可以通过平均支撑点周围网格单元的法向得到每个支撑点的法向方向,

$$n_p = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} n_i \quad (3)$$

式中  $n_p$  为支撑点的法向方向,  $N_f$  为支撑点  $p$  相邻网格单元总数,  $n_i$  为第  $i$  个网格单元的法向。

该方法在个别点法向生成存在一定问题,这是附面层生成求法向所面临的共同难题。

(3) 轮廓线的生成。定义径向基函数插值的被插值函数  $f(r)$  为选取基点的位移,  $r$  为表面网格边界点。点 A 和点 B 的位移变形量为  $h$ ,将点 A 和点 B 作为径向基函数插值的基点,首先计算出插值系数  $\alpha_i$ ,然后将线 AB 上的非支撑网格点进行插值计算,得到线 AB 上非支撑网格点的位移变形量,从而得到 EF 上对应的网格点。同理得到 FG, FH 和 HE 上对应的网格点,生成轮廓线上的网格点  $R_o$ 。

对比文献[15]轮廓线的生成是线性连接两个相邻的支撑线端点,这需要较好的网格边界。而本文方法可以处理比较复杂的网格边界的轮廓线生成,对网格拓扑要求较低。

(4) 附面层顶层网格点的生成。求解插值系

数  $\alpha_i$  时,径向基函数插值中  $f(r)$  为表面边界网格点的位移  $\Delta R$ ,  $r$  为表面网格边界点,已知  $N$  个边界点  $R_b$  为基点,边界点的位移变形量为

$$\Delta R = R_o - R_b \quad (4)$$

式中  $\Delta R = [\Delta R_x \quad \Delta R_y \quad \Delta R_z]^T$ ,  $\Delta R_x$ ,  $\Delta R_y$  和  $\Delta R_z$  为边界点的  $x$ ,  $y$  和  $z$  三个方向上的位移。

利用径向基函数插值可以得到求解插值系数的线性方程组

$$\Delta R_x = M\alpha_x, \Delta R_y = M\alpha_y, \Delta R_z = M\alpha_z \quad (5 \sim 7)$$

$$\text{式中 } M = \begin{bmatrix} \varphi_{r_1 r_1} & \cdots & \varphi_{r_1 r_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{r_N r_1} & \cdots & \varphi_{r_N r_N} \end{bmatrix}, \varphi_{r_i r_j} = \varphi(\|r_i - r_j\|)$$

在求解表面网格内部点的位移时,被插值函数  $f(r)$  为待求值,内部网格的位移表示为  $\Delta V$ 。

$$\Delta V = D\alpha = DM^{-1}\Delta R = H\Delta R \quad (8)$$

$$\text{式中 } D = \begin{bmatrix} \varphi_{v_1 r_1} & \cdots & \varphi_{v_1 r_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{v_s r_1} & \cdots & \varphi_{v_s r_N} \end{bmatrix}$$

式(8)写成矩阵的形式为

$$\begin{bmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \\ \Delta V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_x \\ \Delta R_y \\ \Delta R_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

求解矩阵方程(9)计算出表面网格内部点的位移值  $\Delta V$ , 然后得到附面层顶层网格点  $R_t$ 。把表面网格点的拓扑关系映射到附面层顶层网格点上,得到附面层顶层网格的拓扑关系,生成附面层顶层网格。

(5) 附面层内部网格点的生成。连接  $R_t R$ , 将其按照一定的增长率分成  $k$  份, 得到内部网格点  $R_p$ , 通过表面网格拓扑关系和附面层顶层网格的链接关系, 生成三棱柱附面层网格。

## 2.4 算法测试

图2所示为法向推进法和构造法的二维算法。图2(a)表明法向推进法在局部因推进过高会出现网格交叉的现象, 一般通过降低附面层高度来避免, 而图2(b)通过框架线的约束, 能有效解决此问题。

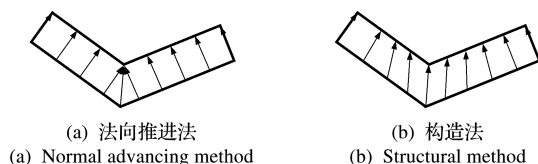


图2 法向推进法和构造法

Fig. 2 Normal advancing method and structural method

## 3 算例验证

通过4种典型几何外形验证本文提出的附面层网格生成方法, 分别是V型槽、圆球、吊舱和F6机翼。测试在3.5 GHz主频、16 GB内存的计算机上进行。

### 3.1 V型槽

V型槽是各种几何形体中的一种常见结构。如飞行器的机翼与机身连接处等。图3为V型槽的附面层网格, 图中V型槽槽底附近的附面层网格不是沿着法向生长, 而是在框架线和附面层顶层网格的约束下, 沿着与法向有一定角度的方向生长, 保证了附面层网格生成时不会出现交叉现象。

V型槽表面网格共有1074个网格点。设置20层附面层层数、0.001 mm的首层高度和1.2的增长率。附面层的网格单元最小角为22.5°, 最大角为135.3°, 生成时间为0.4 s。

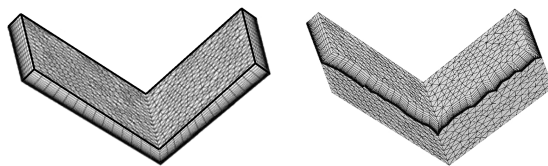


图3 V型槽的附面层网格

Fig. 3 Boundary grid for V-shaped groove

### 3.2 圆球

球面是最基本的几何曲面。图4所示为圆球的附面层网格, 可以看出附面层网格的正交性较好, 整体附面层网格质量较好。

圆球表面网格共有5024个网格点。设置20层附面层生长层数、0.001 mm的首层高度和1.2的增长率。附面层的网格单元最小角为25.4°, 最大角为124.3°, 生成时间为1.2 s。

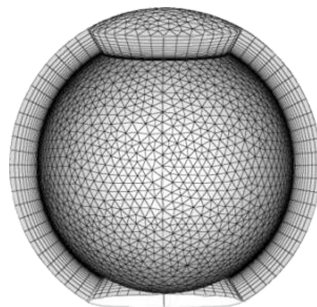


图4 圆球的附面层网格

Fig. 4 Boundary grid generation for sphere

### 3.3 吊舱

吊舱是外凸面和内凹面都存在的几何形体。前缘是环形的凸曲面,后缘是个环形薄片。图 5(a)为吊舱表面网格和轮廓线。图 5(b,c)分别为吊舱的切片图,图 5(d)为局部切片图。从图 5(b~d)可以看出,采用本文方法生成的附面层网格,在吊舱特殊位置处,有效地避免了附面层网格生成过程中网格点法向量交叉的问题,提高了附面层网格质量。

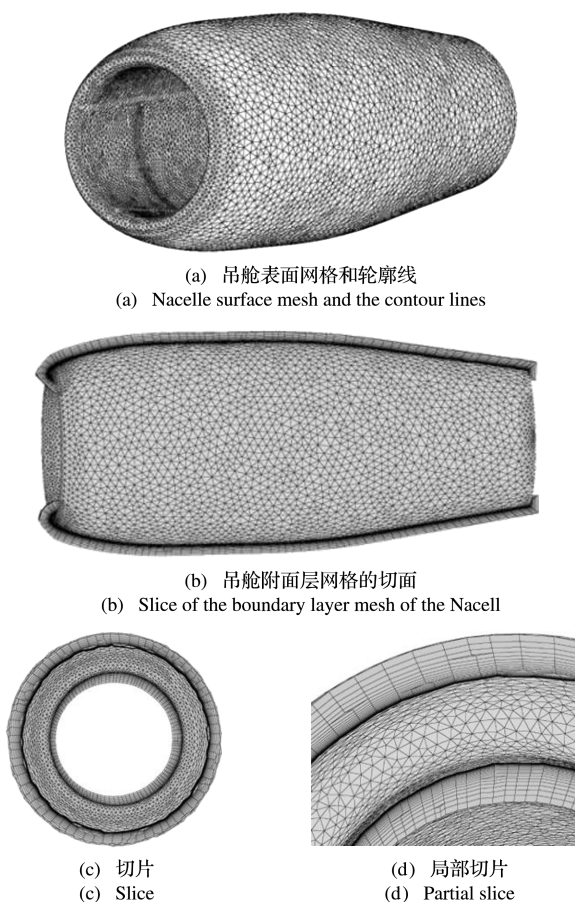


图 5 吊舱的附面层网格  
Fig. 5 Boundary grid generation for nacelle

吊舱表面网格共有 19097 个网格点。设置 20 层附面层生长层数、0.001 mm 的首层高度和 1.2 的增长率。附面层的网格单元最小角为  $6.5^\circ$ ,最大角为  $171^\circ$ ,生成时间为 21 s。

### 3.4 F6 机翼

图 6(a)所示为 F6 机翼的表面网格和轮廓线。图 6(b)为 F6 机翼附面层的切片图。图 6(c)为 F6 局部切片图。从图 6(b,c)可以看出,通过本方法进行附面层网格生成,在 F6 机翼的前后缘以及机翼边界处,可以有效避免利用法向推进法带来的法向交叉问题。因为本方法选取少数网格点作为基

点进行法向生成,所以避免了交叉现象,较好地提高了网格质量。

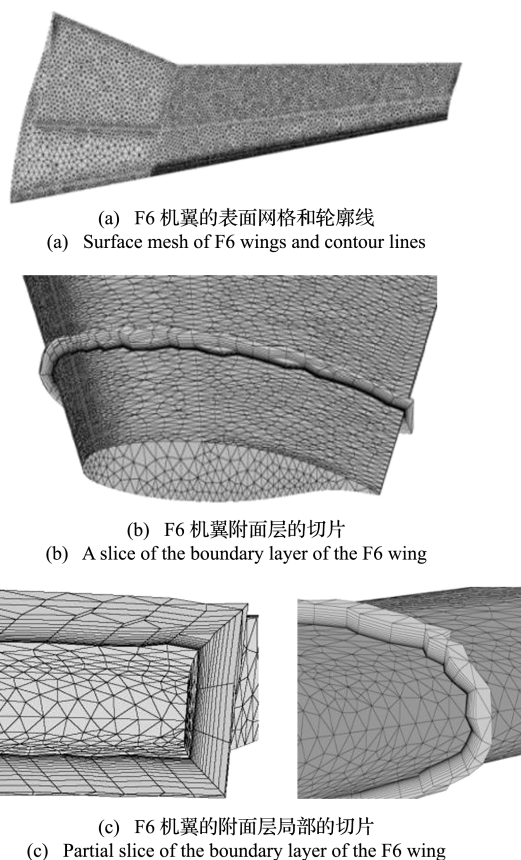


图 6 F6 机翼的附面层网格  
Fig. 6 Boundary mesh of the F6 wing

机翼表面网格共有 12970 个网格点。设置 20 层附面层生长层数、0.001 mm 的首层高度和 1.2 的增长率。附面层的网格单元最小角为  $5.2^\circ$ ,最大角为  $161^\circ$ ,生成时间为 31.4 s。

## 4 结 论

本文提出了一种基于框架的附面层棱柱网格生成方法,并通过几种典型外形对该方法进行了测试,成功生成了附面层网格,得到以下结论。通过构建的框架线和附面层顶层网格点对附面层内部网格点的约束,有效避免了附面层网格的交叉现象,保证了附面层网格的生成;表面网格发生变化时,仅需要对发生变化的局部区域重新生成附面层网格,即可快速重新生成整体的附面层网格,大幅降低了修改附面层网格的时间;大量减少了人工交互的工作,为进一步附面层网格生成自动化提供了参考。

本文在生成附面层内部的网格点时,运用了简单线性插值。表面网格形状比较复杂的时候,会造成附面层网格正交性较差的现象。将复杂的表面网格进行合理网格分区,达到复杂表面网格简单化的目的,或者选择一种合适插值方法能有效地解决这个问题,下一步工作将进一步尝试和完善。

## 参考文献(References):

- [1] Katz A, Sankaran V. High aspect ratio grid effects on the accuracy of Navier-Stokes solutions on unstructured meshes[J]. *Computers & Fluids*, 2012, **65**: 66-79.
- [2] Chen Z B, Jiang X, Zhou Z, et al. Computational fluid technique and applications [J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2008, **38**(5): 657-670. (in Chinese))
- [3] 陈建军. 非结构化网格生成及其并行化的若干问题研究[D]. 浙江大学, 2006. (CHEN Jian-jun. Unstructured Mesh Generation and Its Parallelization [D]. Zhejiang University, 2006. (in Chinese))
- [4] 董 亮. 非结构化网格生成技术研究及应用[D]. 江苏大学, 2010. (DONG Liang. The Study and Application of Unstructured Mesh Generation Technique [D]. Jiangsu University, 2010. (in Chinese))
- [5] Park S, Jeong B, Lee J G, et al. Hybrid grid generation for viscous flow analysis[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2013, **71**(7): 891-909.
- [6] Aubry R, Löhner R. Generation of viscous grids at ridges and corners[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, **77**(9): 1247-1289.
- [7] Pirzadeh S. Unstructured viscous grid generation by the advancing-layers method [J]. *AIAA Journal*, 1994, **32**(8): 1735-1737.
- [8] Garimella R V, Shephard M S. Boundary layer mesh generation for viscous flow simulations[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, **49**(1-2): 193-218.
- [9] Ito Y, Shih A M, Soni B K, et al. Multiple marching direction approach to generate high quality hybrid meshes[J]. *AIAA Journal*, 2007, **45**(1): 162-167.
- [10] Kallinderis Y, Ward S. Prismatic grid generation for three-dimensional complex geometries [J]. *AIAA Journal*, 1993, **31**(10): 1850-1856.
- [11] 甘洋科, 刘剑飞. 黏性边界层网格自动生成[J]. *力学学报*, 2017, **49**(5): 1029-1041. (GAN Yang-ke, LIU Jian-fei. Automatic viscous boundary layer mesh generation [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, **49**(5): 1029-1041. (in Chinese))
- [12] Zhang L P, Zhao Z, Chang X H, et al. A 3D hybrid grid generation technique and a multigrid/parallel algorithm based on anisotropic agglomeration approach [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, **26**(1): 47-62.
- [13] 孙 岩. 交互式棱柱网格生成方法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2016, **28**(2): 247-254. (SUN Yan. Interactive prismatic grid generation method [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2016, **28**(2): 247-254. (in Chinese))
- [14] 孙 岩, 邓小刚, 王光学, 等. 一种基于约束框架的棱柱网格生成方法[J]. *空气动力学学报*, 2015, **33**(3): 319-324. (SUN Yan, DENG Xiao-gang, WANG Guang-xue, et al. A prismatic grid generation method based on constrained frame [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2015, **33**(3): 319-324. (in Chinese))
- [15] Lu F S, Pang Y F, Jiang X, et al. Automatic generation of structured multiblock boundary layer mesh for aircrafts [J]. *Advances in Engineering Software*, 2018, **115**: 297-313.
- [16] Vieira M, Shimada K. Surface mesh segmentation and smooth surface extraction through region growing [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2005, **22**(8): 771-792.
- [17] Buhmann M D. *Radial Basis Functions* [M]. Cambridge University Press, 2005.
- [18] Rendall T C S, Allen C B. Efficient mesh motion using radial basis functions with data reduction algorithms [J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, **228**(17): 6231-6249.

## Grid generation technology of unstructured boundary layer based on grid frame

WANG Shuo<sup>\*1</sup>, PANG Yu-fei<sup>2</sup>, XIAO Su-mei<sup>1</sup>, LIU Yang<sup>2</sup>,

QI Long<sup>2</sup>, HE Yu-yang<sup>1</sup>, XIE Dong-xiang<sup>2</sup>

(1. School of Manufacturing Science and Engineering, Southwest University of Science and Technology,

Mianyang 621010, China;

2. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** The quality of a boundary layer mesh is the key technique to ensure the accuracy of viscous calculations in computational fluid dynamics. This paper proposes a globally consistent high-quality boundary layer mesh construction algorithm for complex shapes. This method is based on the feature-oriented surface mesh domain decomposition technique, using the boundary lines and normal vectors of the surface mesh to construct the final contour frame line of the boundary layer. The contour frame line is used to generate a complete boundary layer mesh through the radial basis function and cubic spline interpolation algorithm. Through the analysis of typical examples, it can be seen that the accuracy and global consistency of the unstructured surface layer mesh generated by this method is high, and it is able to effectively avoid the local and global overlapping phenomenon of the complex shape boundary layer mesh.

**Key words:** boundary layer; radial basis function; grid frame

---

引用本文/Cite this paper:

王 硕, 庞宇飞, 肖素梅, 等. 基于网格框架的非结构附面层网格生成技术[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(6): 819-824.

WANG Shuo, PANG Yu-fei, XIAO Su-mei, et al. Grid generation technology of unstructured boundary layer based on grid frame[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(6): 819-824.