

文章编号:1001-4888(2015)01-0017-06

# 基于太赫兹光谱的平面应力测量方法<sup>\*</sup>

张旭<sup>1</sup>, 王世斌<sup>1</sup>, 李林安<sup>1</sup>, 王志勇<sup>1</sup>, 韩家广<sup>2</sup>

(1. 天津大学 机械工程学院力学系, 天津 300072; 2. 天津大学 精密仪器与光电子工程学院太赫兹研究中心, 天津 300072)

**摘要:** 本文提出了一种基于太赫兹光谱技术的平面应力状态测量方法。该方法在传统的太赫兹时域光谱系统中引入起偏镜和检偏镜, 实现了对太赫兹脉冲偏振态的调控。针对该实验系统, 建立了试件所受应力与穿透试件的太赫兹波相位延迟之间的定量关系, 并提出了根据实验所测太赫兹波相位延迟计算平面应力状态三个应力参量的数据处理方法。将该方法得到的实验结果和应变仪测量的结果作对比, 发现两种方法有很好的一致性, 证明此实验方法合理可靠。

**关键词:** 太赫兹光谱系统; 相位变化; 应力分量

**中图分类号:** O348.1      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.7520/1001-4888-14-209

## 0 引言

光弹性方法<sup>[1,2]</sup>是实验力学的基本测量方法之一, 常用于大型结构的受力分析, 此方法的理论较为成熟, 并且被广泛接受。但是光弹性方法必须要用特定的光弹性材料(如环氧树脂)做实验模型, 这在一定程度上限制了该技术的发展, 而太赫兹波在光弹性技术上的应用突破了这一限制。

太赫兹波是泛指频率在 0.1~10 THz 的电磁辐射, 它在电磁波谱上介于无线电和远红外之间。近年来, 高能太赫兹源的出现, 使太赫兹技术飞速发展<sup>[3]</sup>, 已广泛应用于通信、天文学、医学成像和无损检测等领域。太赫兹波具有很多独特的性质, 它对许多非极性不透明物体有较强的穿透能力, 如半导体<sup>[4]</sup>和木材<sup>[5]</sup>。同时实验证明在太赫兹波频谱范围内, 应力光性定律也依然适用<sup>[6]</sup>。因此, 基于应力光性定律, 利用太赫兹波有望实现对不透明材料内部应力的探测, 可以为测量不透明材料内部应力提供一种有效手段。

太赫兹时域光谱技术(Terahertz time domain spectroscopy, THz-TDS)是太赫兹光谱技术的典型代表, 是一种新兴的、非常有效的相干探测技术, 已经获得广泛应用<sup>[7,8]</sup>。也有部分学者开展了利用太赫兹波测量应力的初步研究。T. Takahashi 等<sup>[9]</sup>比较了几种绝缘材料的太赫兹波透射率, 并且探测了聚乙烯试件的内部缺陷和折射率变化。S. Katletz<sup>[10,11]</sup>等用改进的 THz-TDS 系统测量了玻璃纤维增强复合材料内部的折射率和光轴方向, 并且提出了利用圆偏振太赫兹波的探测方法。S. Ebara 等<sup>[12]</sup>搭建了具有太赫兹波偏振效应的实验平台, 利用此平台可以探测到聚四氟乙烯最小折射率变化为  $5 \times 10^{-4}$ , 同时也获得了主应力变化和折射率变化之间的关系。在前人工作的基础上, Li Lin'an 等<sup>[13]</sup>提出了新的实验原理, 验证了在太赫兹波频率范围内应力光性定律仍然成立, 同时获得了聚四氟乙烯的应力光性系数 A。

本文将传统的 THz-TDS 系统进行了改进, 搭建了测量不透明物体平面应力状态的实验平台, 并且提出了测量的实验原理和方法。基于提出的测量原理, 通过调节外加载荷从而改变太赫兹脉冲的相位,

\* 收稿日期: 2014-10-20; 修回日期: 2014-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(11102130)资助

通讯作者: 王志勇(1980—), 男, 博士, 副教授。主要研究领域: 太赫兹波的应力测量原理与方法。Email: zywang@tju.edu.cn

分析探测到的相位变化反推出对应的应力分量,通过比较分析证明了此方法的可行性。此方法适用于所有高透射率的不透明物体,可为测量物体的平面应力状态提供新的实验手段和技术。

## 1 实验系统及方案

图1为改进后的太赫兹时域光谱系统(THz-TDS),它主要由飞秒激光器、起偏镜、检偏镜、太赫兹辐射产生装置和相应的探测装置,以及时间延迟控制系统组成。在太赫兹脉冲光谱中最常用的飞秒激光器是钛宝石锁模激光器,飞秒激光脉冲经过分束镜后被分为泵浦脉冲和探测脉冲,前者经过时间延迟系统后入射到太赫兹辐射产生装置激发产生太赫兹脉冲,后者和太赫兹脉冲一同共线入射到太赫兹探测装置上,以此来驱动太赫兹探测装置。而后通过控制时间延迟系统来调节泵浦脉冲和探测脉冲之间的时间关系,最终可以探测出太赫兹脉冲的整个时域波形。为了调制TDS系统太赫兹波的偏振态,从而满足应力测量要求,在实验光路中引入了起偏镜和检偏镜。太赫兹波在依次经过起偏镜、受载试件和检偏镜后,最终由太赫兹探测装置接收,接收到的太赫兹波中携带了试件所受的应力信息。

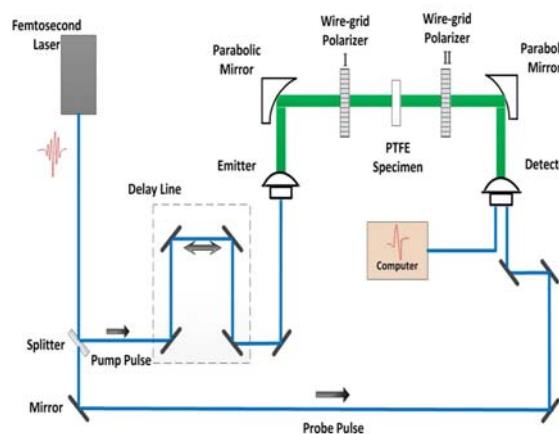


图1 实验装置原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

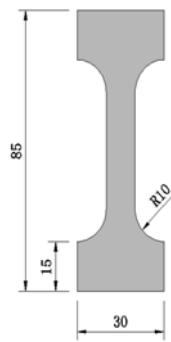


图2 试件结构示意图  
(尺寸单位均为mm)

Fig. 2 Schematic diagram of sample  
(all dimensions in mm)

本实验所用试件由厚度为2mm的聚四氟乙烯制成,试件成哑铃型,如图2。实验设计了小型加载装置,为试件提供一定的竖直拉力。在试件表面粘贴应变片,利用应变仪对试件上任一点的应变值做实时监测,通过应变片的结果来对比实验获得的应力值。由实验测量可知,聚四氟乙烯的弹性模量、泊松比和初始的折射率分别为168.5MPa,0.4和1.3。实验过程中,密闭的实验系统通过注入干燥的空气来确保干燥度在3%以下,这样能更好地提高太赫兹脉冲信号的接收性。

## 2 测试原理

设入射太赫兹脉冲的琼斯向量为 $E_0$ ,由于实验所用THz-TDS系统发射的太赫兹波本身是沿水平方向偏振的,并且为了后续推导方便设该信号的初始相位和振幅分别为0和1,因此 $E_0$ 可以用琼斯向量表达为:

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

按照实验系统的布置,太赫兹脉冲依次通过起偏镜、受载试样以及检偏镜后到达接收器。接收到的太赫兹脉冲 $E_1$ 可以用如下方程表示:

$$E_1 = P_0 Q_\varphi' J_\theta Q_\varphi E_0 \quad (2)$$

式中,

$$Q_\varphi = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$J_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(i\delta_1) & 0 \\ 0 & \exp(i\delta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Q_\varphi' = \begin{bmatrix} \cos^2\varphi' & \sin\varphi'\cos\varphi' \\ \sin\varphi'\cos\varphi' & \sin^2\varphi' \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

方程(2)中,  $Q_\varphi$  和  $Q_\varphi'$  分别代表起偏镜和检偏镜的琼斯矩阵;  $\varphi$  和  $\varphi'$  是这两个偏振镜与水平方向的夹角。同样,  $J_\theta$  是受载试件的琼斯矩阵, 此处  $\theta$  是第一主应力和水平方向的夹角。由于实验中使用的系统只能接收水平偏振太赫兹信号, 所以须在式(2)中引入  $P_0$ 。以上公式中的角度关系更清晰地呈现在图 3 中。

经推导后,  $E_1$  可以简化表达为:

$$E_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{R^2 + I^2} \exp(i\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,

$$R = [\cos(\varphi' - \theta)\cos(\varphi - \theta)\cos\delta_1 + \sin(\varphi' - \theta)\sin(\varphi - \theta)\cos\delta_2] \cos\varphi\cos\varphi' \quad (8)$$

$$I = [\cos(\varphi' - \theta)\cos(\varphi - \theta)\cos\delta_1 + \sin(\varphi' - \theta)\sin(\varphi - \theta)\sin\delta_2] \cos\varphi\cos\varphi' \quad (9)$$

因此,  $E_1$  相对于  $E_0$  相位延迟的正切函数为:

$$\tan\alpha = \frac{I}{R} \quad (10)$$

$\alpha$  是太赫兹脉冲经过偏振镜和试样之后探测到的最终相位变化。

式(4)中  $\delta_1$  和  $\delta_2$  是太赫兹脉冲在第一和第二主应力方向上的相位延迟。这部分相位延迟主要由两个因素导致, 一是应力光性定律引起的折射率变化, 二是泊松效应产生的厚度变化。对于前者, 实验已经证明折射率改变和应力变化之间成线性关系:

$$\Delta N_1 = A\sigma_1 + B\sigma_2 \quad (11a)$$

$$\Delta N_2 = A\sigma_2 + B\sigma_1 \quad (11b)$$

式中  $A$  和  $B$  是太赫兹频谱下获得的应力光性系数。文献[6]介绍了应力光性系数  $A$  的测试方法, 并且获得实验结果为  $A=8.40\times 10^{-9}\text{Pa}^{-1}$ 。使用相同的测试系统, 将试件和加载装置整体旋转  $90^\circ$  再放入实验台, 即可获得应力光性系数  $B=11.25\times 10^{-9}\text{Pa}^{-1}$ 。所以, 由应力光性定律产生的相位延迟与主应力之间的关系可以表达为:

$$\delta_{1s} = \frac{2\pi f d}{c} (A\sigma_1 + B\sigma_2) \quad (12a)$$

$$\delta_{2s} = \frac{2\pi f d}{c} (A\sigma_2 + B\sigma_1) \quad (12b)$$

式中,  $f$  是太赫兹波的频率;  $c$  是真空下的光速;  $d$  是聚四氟乙烯试件的原始厚度。

其次, 由于泊松效应的存在, 加载后试件厚度会减少, 这个厚度变化对相位的影响可以表示为:

$$\delta_d = -\frac{2\pi\mu df N_0}{cE} (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (13)$$

式中,  $N_0$  和  $E$  分别是聚四氟乙烯的初始折射率和弹性模量。

试件折射率改变和厚度变化都会影响透射太赫兹脉冲的光程, 光程变化  $R$  可以表示为:

$$R = (n + \Delta n)(d + \Delta d) - nd = d\Delta n + n\Delta d + \Delta d\Delta n \quad (14)$$

上式中的第一项是由应力光学效应引起的, 第二项是由泊松效应引起的,  $\Delta d\Delta n$  是这两种效应的共同作用项, 第三项的数值要比前两项小三个数量级, 所以该项可以忽略不计。整理方程(11)~(13), 相位变化和主应力的关系可以表达如下:

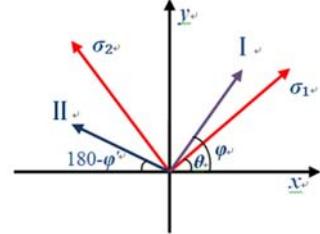


图 3 偏振片方向和主应力方向示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the orientations of the polarizers and the principle stress

$$\delta_1 = \delta_{1s} + \delta_d = \frac{2\pi df}{c} \left[ (A - \frac{\mu N_0}{E}) \sigma_1 + (B - \frac{\mu N_0}{E}) \sigma_2 \right] \quad (15a)$$

$$\delta_2 = \delta_{2s} + \delta_d = \frac{2\pi df}{c} \left[ (A - \frac{\mu N_0}{E}) \sigma_2 + (B - \frac{\mu N_0}{E}) \sigma_1 \right] \quad (15b)$$

太赫兹波最终的相位变化  $\alpha$  是受偏振片  $\varphi$ 、受载试件和偏振片  $\varphi'$  共同影响的。在实验过程中,起偏镜和检偏镜与水平方向的夹角分别为  $45^\circ$  和  $0^\circ$ ,这样相位变化  $\alpha$  就只是应力分量  $\sigma_1, \sigma_2$  和  $\theta$  的函数。为了利用实验数据确定三个待定的应力分量,我们定义了如下的目标函数:

$$e(\sigma_1, \sigma_2, \theta) = \sum_{i=1}^N [\tan \alpha_i(\sigma_1, \sigma_2, \theta) - \tan \alpha_{i0}]^2 \quad (16)$$

式中,  $\alpha_{i0}$  是频率  $f_i$  对应的由 TDS 获得的相位值,即实验数据;  $\alpha_i$  是基于优化方法定义的函数,它是三个应力分量的函数。假定每个应力分量都限制在一个区间内,选取合理的步长进行搜索,在区间内选取一组应力分量,利用公式(8)~(10)以及公式(15)计算对应于频率  $f_i$  下的相位变化  $\tan \alpha_i$ ,将其代入方程(16)获得目标函数,从而求出  $e$  的具体数值。利用此方法在假定的区间内进行搜索,通过分析比较,使  $e$  获得最小值的应力分量即为实验所求的应力分量。

### 3 实验结果分析与讨论

在实验过程中,设置起偏镜和检偏镜与水平方向的夹角分别为  $45^\circ$  和  $0^\circ$ ,对试件施加竖直拉力。通过太赫兹探测装置接收信号,直至探测出太赫兹脉冲的整个时域波形。利用此方法分别测得未加载和加载两种状态下太赫兹波的时域曲线,如图 4 所示。通过局部放大图像可以发现,两种状态下的时域曲线有一定时间差,时间的延迟会引起太赫兹波相位的变化。经过傅立叶变换之后,获得两种工况下的太赫兹波相频曲线,将两者相减得出太赫兹波相位的变化。而太赫兹波的相位改变正是由于外加载荷的作用引起的,所以分析相位的变化即可推出试件内部的应力分量。图 5 展现了相位变化的正切值随太赫兹波频率的变化曲线,其中点划线是实验数据,实线是根据优化方法搜索出的应力分量反推出的相位正切值。从图中可见,搜索结果获得的曲线和实验数据保持较好的一致性。同时加载过程中应变仪测得了试件的应变值,由胡克定律可以算得相应的应力值,从而和实验的结果加以比较。

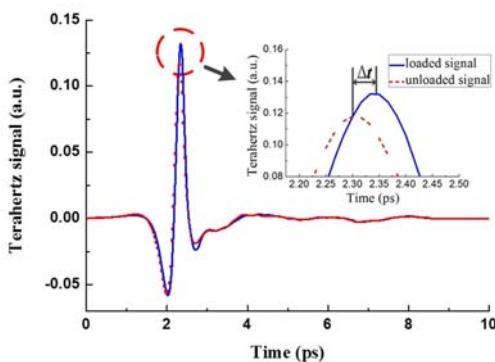


图 4 加载和未加载下的时域曲线

Fig. 4 Time domain curves from the loaded and unloaded specimen

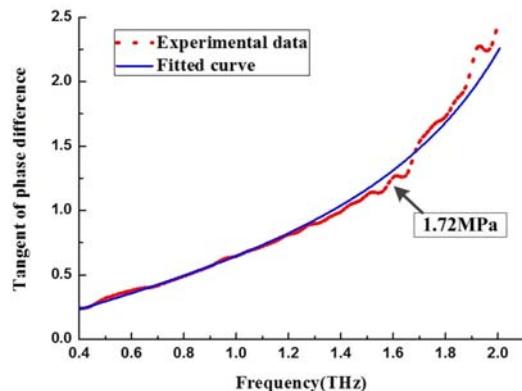


图 5 在  $\varphi=45^\circ$  和  $\varphi'=0^\circ$  状态下  
实验数据和优化结果的对比

Fig. 5 The comparison of experimental data and optimized result when  $\varphi=45^\circ$  and  $\varphi'=0^\circ$

根据实验采用的试件,当提供轴向拉力时,  $\sigma_1$  就是施加的单轴拉应力,  $\sigma_2 = 0$  和  $\theta = 90^\circ$ 。太赫兹脉冲是宽频信号,单个脉冲的频带可以覆盖从 GHz 到几十 THz 的范围,但是为了保证在适宜干燥度下测量的准确性和稳定性,实验过程中截取 0.4 THz 到 2.0 THz 频率区间。将 TDS 系统获得的实验结果带入方程(16)中,通过优化目标函数搜索出最合理的应力分量,将其与应变仪测得的结果作比较,结果见表 1。

表1 实验结果分析

Tab. 1 Analysis of experimental results

Polarizer orientation	Results of strain gauge			Results of TDS system			Errors (%)		
	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	$\theta$ (degree)	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	$\theta$ (degree)	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\theta$
$\varphi=45^\circ, \varphi'=0^\circ$	1.72	0	90	1.68	-0.048	86.3	2.32	4.8	4.1

## 4 结论

本文对传统的太赫兹光谱系统进行了改进,搭建了新的实验平台,通过引入起偏镜和检偏镜来控制太赫兹脉冲的偏振状态。太赫兹探测装置接收到脉冲的时域信号,比较加载和未加载的结果,发现两条实验曲线有一定的时间差,证明太赫兹脉冲的强度变化。将时域信号进行傅立叶变换,分析TDS系统获得的太赫兹波相位变化,通过优化目标函数搜索出三个应力分量,与应变仪的结果比较,发现两者的结果有较好的一致性,从而证明利用太赫兹波测量不透明物体的平面应力状态的方法是可行的。同时,若要对试件进行应力场的测量,可以在实验系统中引入二维平移台,对试件进行逐点扫描从而获得全场的应力状态。

## 参考文献:

- [1] Dally J, Riley W. Experimental stress analysis [M]. New York: McGraw-Hill, 1978.
- [2] Doyle F James, Phillips J. Manual on experimental stress analysis [J]. Society for Experimental Mechanics, 1989, 5:136—149.
- [3] Ferguson B, Zhang Xicheng. Materials for terahertz science and technology [J]. Nature Materials, 2002, 1:26—33.
- [4] Zhou Qingli, Zhang Cunlin, Mu Kaijun. Optical property and spectroscopy studies on the explosive 2,4,6-trinitro-1,3,5-trihydroxybenzene in the terahertz range [J]. Applied Physics Letters, 2008, 92(10):101—106.
- [5] Reid M, Fedosejevs R. Terahertz birefringence and attenuation properties of wood and paper [J]. Applied Optics, 2006, 45:2766—2772.
- [6] Song Wei, Li Lin'an, Wang Zhiyong, et al. Experimental verification of the uniaxial stress-optic law in the terahertz frequency regime [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 52:174—177.
- [7] Makabe H, Hirota Y, Tani M, et al. Polarization state measurement of terahertz electromagnetic radiation by three-contact photoconductive antenna [J]. Optics Express, 2007, 15:11650—11657.
- [8] Hirota Y, Hattori R, Tani M, et al. Polarization modulation of terahertz electromagnetic radiation by four-contact photoconductive antenna [J]. Optics Express, 2006, 14:4486—4493.
- [9] Takahashi T, Kurihara T, Takeda T, et al. Application of measurement technique for polyethylene with mechanical stress/a cavity interface using THz wave [J]. Trans IEE Japan-A, 2007, 127(10):593—598.
- [10] Katletz S, Pfleger M, Pühringer H, et al. Efficient terahertz en-face imaging [J]. Optics Express, 2011, 19: 23042—23053.
- [11] Katletz S, Pfleger M, Pühringer H, et al. Polarization sensitive terahertz imaging: Detection of birefringence and optical axis [J]. Optics Express, 2012, 20:23025—23035.
- [12] Ebara S, Hirota Y, Tani M, et al. Highly sensitive birefringence measurement in THz frequency region and its application to stress measurement [C]. In Joint 32nd International Conference on Infrared and Millimeter Waves, and 15th International Conference on Terahertz Electronics, Cardiff, UK, 2007, September 2-9, pp. 666—667.
- [13] Li Lin'an, Song Wei, Wang Zhiyong, et al. Active modulation of refractive index by stress in the terahertz frequency range [J]. Applied Optics, 2013, 52:6364—6368.

## On the Plane Stress Measurement Method Based on Terahertz Spectroscopy

ZHANG Xu<sup>1</sup>, WANG Shi-bin<sup>1</sup>, LI Lin-an<sup>1</sup>, WANG Zhi-yong<sup>1</sup>, HAN Jia-guang<sup>2</sup>

(1. Tianjin Key Laboratory of Modern Engineering Mechanics, Mechanics Department, School of Mechanical Engineering, Tianjin 300072, China; 2. Center for Terahertz Waves and College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** In this paper, a plane stress state measurement method based on terahertz spectroscopy technique is proposed. This method introduces polarizer and analyzer into traditional terahertz time-domain spectroscopy (THz-TDS) system, then implements terahertz pulse polarization control. Using this experimental system, quantitative relation between the stress applied to specimen and the phase delay of terahertz wave penetrating specimen can be established, and data processing method for three stress parameters calculation in plane stress based on experimentally obtained terahertz wave phase delay is proposed. Comparison between the experimental results from above-mentioned method and the results from strain-gauge measurement shows that both methods agree with each other, which validates the reasonability and reliability of proposed method.

**Keywords:** terahertz spectroscopy system; phase change; stress component