

文章编号: 1001-4888(2008)02-0125-08

渐开线齿轮接触应力测量实验方法研究^{*}

霍成民, 杜少辉, 董本涵

(沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015)

摘要: 采用光弹性三维剪应力差法对接触应力进行了研究。根据相似原理将模型在载荷作用下进行应力冻结; 通过模型切片及分析对渐开线齿轮接触应力进行测量, 并采用赫兹接触理论和有限元方法分析渐开线齿轮的接触应力。试验结果表明, 接触正应力小于 Hertz 接触理论解及有限元计算结果。因接触点的应力梯度很大, 剪应力差法受网格密度的制约, 均化了接触点的实际应力梯度。但是, 其误差仍在合理范围内, 完全可以满足工程需要。试验测量值与赫兹接触应力理论值及有限元结果的比较表明, 该方法是合理可行的。

关键词: 接触应力; 渐开线齿轮; 光弹性

中图分类号: O343.3 **文献标识码:** A

0 引言

接触问题在工程中广泛存在。由于接触面受力集中, 接触区应力梯度变化极大, 接触状态决定其寿命, 对于接触面失效分析已逐步引起重视。但对于接触问题, 由于接触面的不确定性, 接触面之间的相互摩擦和滑动等, 使接触问题成为一个极其复杂的非线性问题。这类接触解是非线性问题, 接触应力分析困难, 而赫兹接触解是在假设接触面绝对光滑且曲面连续变化的基础上建立起来的^[1]。用经典接触力学分析问题往往带来较大误差, 而利用比较成熟的三维光弹性“应力冻结”技术, 在光弹性三维应力分析方法的基础上发展接触应力分析方法, 是解决接触问题较好的方法。

1 接触研究进展

自赫兹接触理论发表以来, 经典接触力学取得较大成就。齿轮接触解是极其复杂的非线性解, 要想获得严格的理论解或数值解是困难的, 更很少有试验验证, 因此其在工程应用中的可靠程度往往受到怀疑。机械结构中存在大量的接触面强度问题; 如各种形式的叶片—盘榫连接结构、各种关键连接结构、齿轮传动系统接触面强度问题都需要接触面的接触应力分析数据。同时, 对这类结构的接触属于带摩擦的接触, 其寿命不仅与接触应力有关, 还与相对滑动参数有关, 至今尚难有精确的数值解。

2 试验过程、方法及结果

2.1 齿轮接触应力测量的试验方案

工程中接触问题一般属于粗糙表面接触问题^[2], 其复杂性主要表现在接触面三维几何形貌的随机性, 给计算和试验带来难以克服的困难。因为接触边界条件未知, 人们无法进行真实模拟, 给试验结果带来随机的误差。但模型试验的突出优点是可以完全按照加工原模型接触面的工艺条件和程序加工模

^{*} 收稿日期: 2007-12-11; 修订日期: 2007-02-06

通讯作者: 霍成民(1975—), 男, 本科, 工程师, 主要从事光弹、电子散斑、云纹等光测力学研究。E-mail: huochengmin@yahoo.com.cn

型,所以模型接触面的形貌与原型基本相同,可获得与原型近似性较好的结果。

光弹性接触应力的分离通常采用剪应力差法^[3,4],也有采用散光法和有限元方法结合研究接触问题。本文采用传统的光弹性三维剪应力差法求解某齿轮接触应力分布,取得了与计算吻合较好的试验结果。

2.2 模型“冻结”

试验件材料为环氧树脂塑料,经机械加工而成。为模拟试验边界条件,试验卡具为环氧树脂塑料。销孔按计算的齿轮不同啮合位置加工,把一齿从进入啮合到啮合结束按 5 个不同啮合位置分别进行试验。试验中销子固定小齿轮,模型扭矩通过滑轮、砝码加在大齿轮加载轴的 A、B 点上,见图 1。试验中为测取最大接触压力,选取了分度圆附近的单齿啮合位置进行测量。在“冻结”试验器中,将光弹性模型加热到“冻结”温度,依据相似准则,按原型齿轮工作载荷施加扭矩,并按控制温度曲线进行温度处理,则原型齿轮在工作下的应力状态即被“记忆”在光弹模型内。试验装置见图 2。

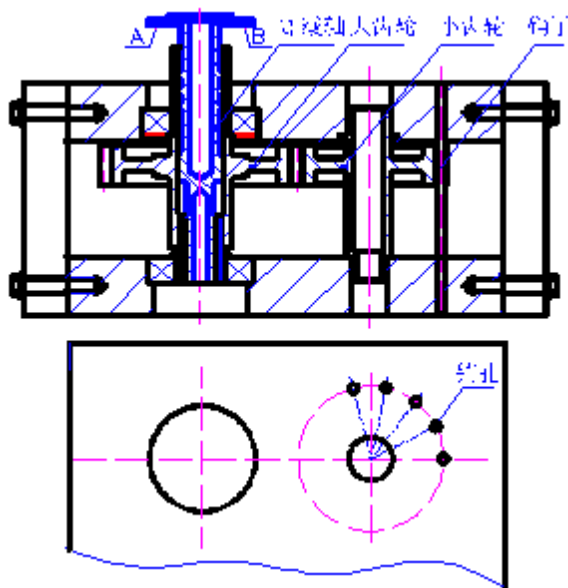


图 1 试验装置示意图

Fig. 1 The schematic diagram of test

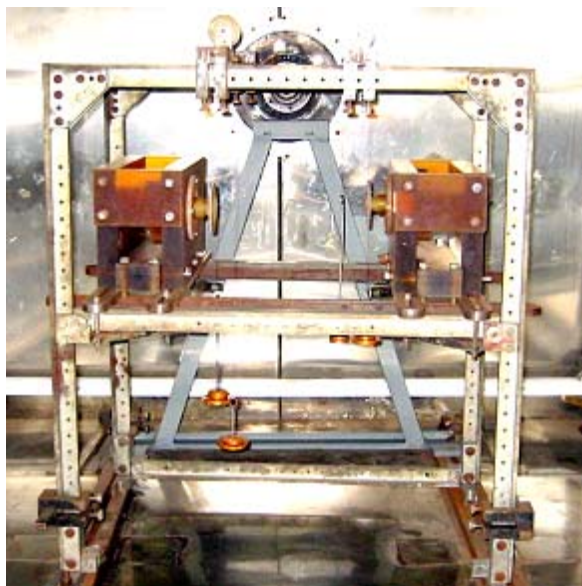


图 2 试验装置

Fig. 2 Tester

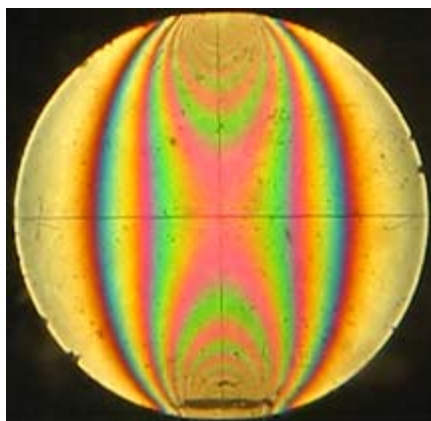


图 3 圆盘等色线图

Fig. 3 Isochromatic pattern of disc

为精确测量材料的条纹值,需在试验后从切片剩余的模型中切取直径 50mm 厚 5mm 左右的圆盘,在直径上施加载荷 P ,按(1)式进行材料的条纹值标定,圆盘的等色线图见图 3。

$$f = \frac{8P}{\pi n D} \quad (\text{N/mm} \cdot \text{条}) \quad (1)$$

式中: P 为标定载荷(N); n 为圆盘中心的条纹级数(条); D 为标定圆盘直径(mm)。

2.3 测量方案

切片、测量截面与测点位置(在 op 截面上依次为 0, 1, 2, ..., 10)的选定见图 4 和图 5,图 5 中 p 点为接触点,分析截面 op 为过接触点 p 的法线。

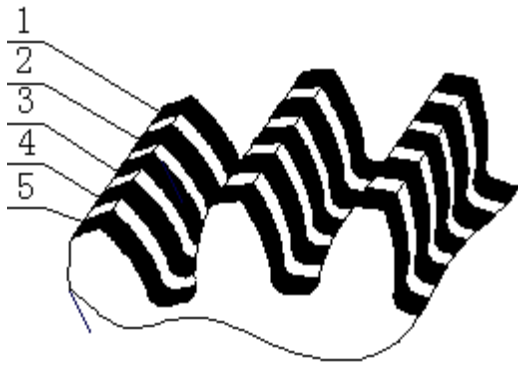


图4 切片位置
Fig. 4 Slices place

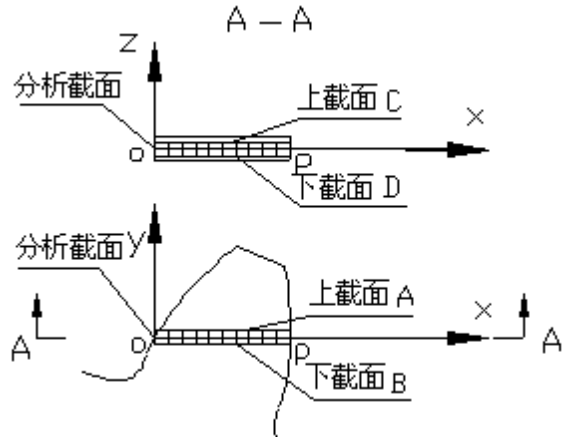


图5 测量截面及测点位置
Fig. 5 The section and point of stress meterage

2.4 计算方法

模型齿面接触应力分析采用剪应力差法,计算公式见(2)~(9)式:

1) 平行模型分析截面方向的0测点的应力计算公式为:

$$(\sigma_x)_0 = \frac{nf}{t} \cos^2(\alpha_z - 90) \quad (2)$$

式中: n 为条纹级数(条); f 为模型的材料条纹值(N/mm·条); t 为模型切片厚度(mm); $(\sigma_x)_0$ 为模型表面且平行于分析截面方向的0测点的模型应力(MPa)。

2) 模型齿面接触应力分析采用的剪应力差计算公式为^[3]:

$$(\tau_{yx})_m = \frac{n_z f}{2\Delta z} \sin 2\alpha_z \quad (3)$$

$$(\tau_{zx})_m = \frac{n_y f}{2\Delta y} \sin 2\alpha_y \quad (4)$$

$$(\sigma_x)_i = (\sigma_x)_{i-1} - \sum_{j=1}^i (\Delta\tau_{yx})_{cp} \frac{\Delta_x}{\Delta_y} - \sum_{j=1}^i (\Delta\tau_{zx})_{cp} \frac{\Delta_x}{\Delta_z} \quad (5)$$

$$(\sigma_y)_i = (\sigma_x)_i - \frac{n_z f}{\Delta z} \cos 2\alpha_z \quad (6)$$

$$(\sigma_z)_i = (\sigma_x)_i - \frac{n_y f}{\Delta y} \cos 2\alpha_y \quad (7)$$

式中: $(\tau_{yx})_m$ 为 yx 面内计算点的模型剪应力; $(\tau_{zx})_m$ 为 zx 面内计算点的模型剪应力; Δ_x 为 x 方向相邻计算点的间距; Δ_y 为 yx 面内辅助计算截面(上、下截面)的间距; Δ_z 为 zx 面内辅助计算截面(上、下截面)的间距; $\Delta\tau_{yx} = (\tau_{yx})_A - (\tau_{yx})_B$; $\Delta\tau_{zx} = (\tau_{zx})_C - (\tau_{zx})_D$; $\sum_{i=1}^i (\Delta\tau_{yx})_{cp} = \frac{(\Delta\tau_{yx})_{i-1} + (\Delta\tau_{yx})_i}{2}$; $\sum_{i=1}^i (\Delta\tau_{zx})_{cp} = \frac{(\Delta\tau_{zx})_{i-1} + (\Delta\tau_{zx})_i}{2}$; $(i=0, 1, 2, 3, \dots, P)$; n_z, α_z 分别为 z 方向入射时的等差线条纹级数和次主应力方向角; n_y, α_y 分别为 y 方向入射时的等差线条纹级数和次主应力方向角。

3) 原型的应力转换公式为:

$$\sigma_p = K_\sigma \cdot \sigma_m \quad (8)$$

$$\tau_p = K_\sigma \cdot \tau_m \quad (9)$$

式中: σ_m 为模型应力(MPa); σ_p 为原型应力(MPa); K_σ 为应力相似数。

2.5 试验结果

齿轮接触应力受支撑刚度的影响,沿齿厚方向不均匀,1~5号切片等色线见图6。分别测量5个切片接触点的最大剪应力,平均值为2.9级条纹,与4号切片(2.93级条纹)相当。为求得齿轮接触应力的平均值只需对4号切片进行三维剪应力差法测量。

2.5.1 等色线照片及测试网格

- a. 分度圆啮合状态的第 4 号切片的等色线照片见图 7。
- b. 大齿轮第 4 号切片的等色线及测试网格见图 8。

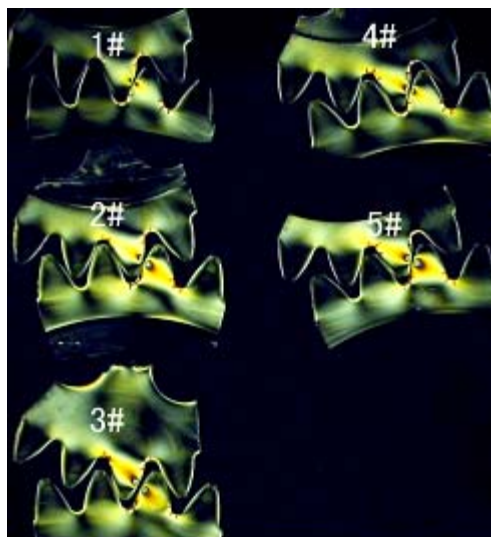


图 6 齿轮切片的等色线图

Fig. 6 Isochromatic pattern of slices in gears

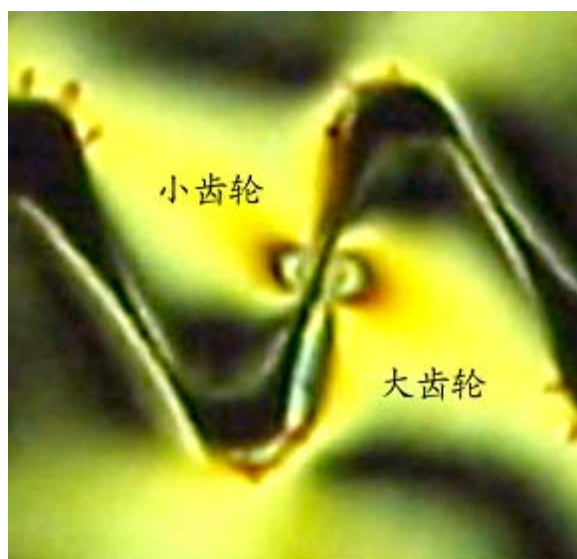


图 7 4# 齿轮切片的等色线图

Fig. 7 Isochromatic pattern of 4# slice in gears

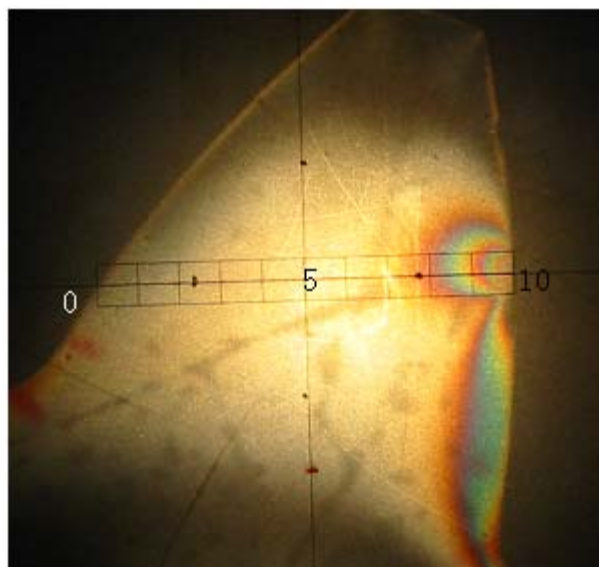


图 8 大齿轮切片等色线图及测试网格

Fig. 8 Isochromatic pattern and metrical gridding of slice in big gear

2.5.2 大齿轮分析截面各点的应力数据及应力分布曲线

- a. 大齿轮分析截面各点的应力数据见表 1。
- b. 大齿轮分析截面各点的应力分布曲线见图 9。

2.5.3 小齿轮分析截面各点的应力数据及应力分布曲线

- a. 小齿轮分析截面各点的应力数据见表 2。
- b. 小齿轮分析截面各点的应力分布曲线见图 10。

表 1 大齿轮分析截面应力数据(MPa)

Tab.1 Stress date of the analyzed section in big gear(MPa)

测点	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{yx}	τ_{zx}
0	-18.63	-31.19	-8.33	-24.10	0
1	-32.88	-26.91	-20.64	-28.43	-0.86
2	-44.12	-19.00	-30.13	-32.73	-1.74
3	-51.86	-16.26	-35.58	-36.49	-1.43
4	-57.19	-8.37	-38.65	-33.60	-0.97
5	-63.23	0.52	-40.37	-30.78	0
6	-71.52	12.40	-42.39	-25.21	0.92
7	-84.74	26.00	-43.38	-17.99	3.05
8	-113.1	47.15	-52.38	-7.01	8.14
9	-190.9	80.28	-93.45	19.05	16.77
10	-292.3	-45.53	-188.2	232.0	23.17

表 2 小齿轮分析截面各点的应力数据(MPa)

Tab.2 Stress date of the analyzed section in small gear(MPa)

测点	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{yx}	τ_{zx}
0	-2.65	-6.78	3.65	-5.67	0
1	-22.36	-16.05	-13.97	-30.01	-0.29
2	-36.33	-10.37	-25.93	-33.80	-0.82
3	-46.58	-8.77	-33.58	-38.76	-1.74
4	-56.77	-6.15	-40.55	-36.15	-2.33
5	-66.72	-1.79	-48.82	-31.35	-3.26
6	-78.11	6.52	-57.99	-30.74	-3.47
7	-92.76	15.41	-63.53	-21.85	-3.37
8	-125.3	32.12	-89.46	-16.73	-2.20
9	-211.7	69.91	-143.6	0.00	0.59
10	-303.8	-69.62	-179.0	220.2	7.66

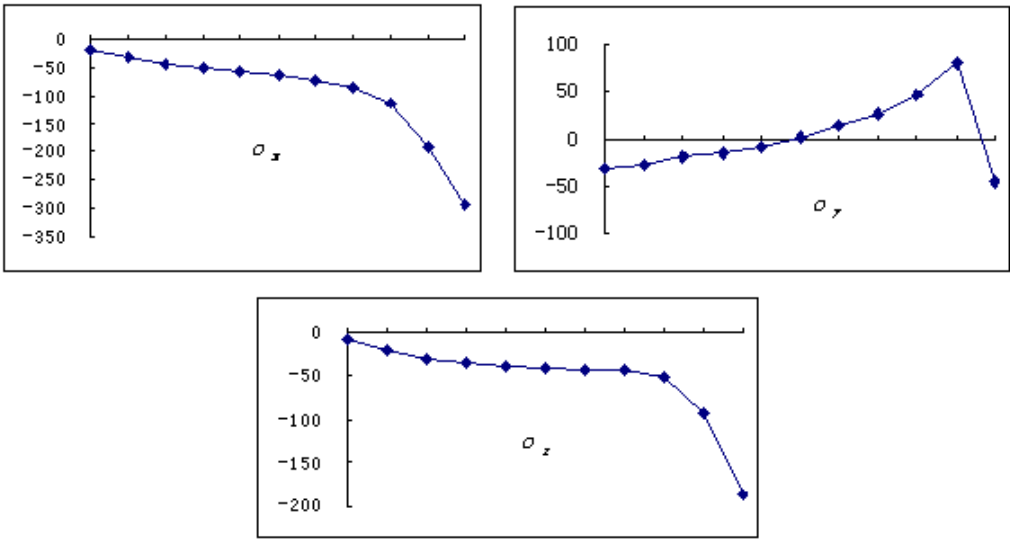


图 9 大齿轮分析截面应力分布曲线

Fig.9 Distribution curve of stress along the analyzed section in big gear

2.6 平衡校核误差

表面 P 点法向接触压应力 σ_x 的平衡校核误差：

$$\Delta = | \sigma_{\text{大齿}} - \sigma_{\text{小齿}} | / \sigma_{\text{平均}} \tag{10}$$

$\sigma_{\text{大齿}} = -292.3\text{MPa}$, $\sigma_{\text{小齿}} = -303.8\text{MPa}$, $\sigma_{\text{平均}} = -|292.3 + 303.8|/2 = -298\text{MPa}$ 代入(12)式得： $\Delta = 4\%$ 。

3 计算结果

3.1 圆柱齿轮分度圆接触状态 Hertz 接触解

在 Hertz 接触理论中,如接触表面粗糙度远小于接触区的尺寸时,经典接触力学仍然适用。按经典接触力学分析齿轮接触状态时,可把齿轮齿面接触状态简化成圆柱与圆柱体之间的接触状态进行分析。

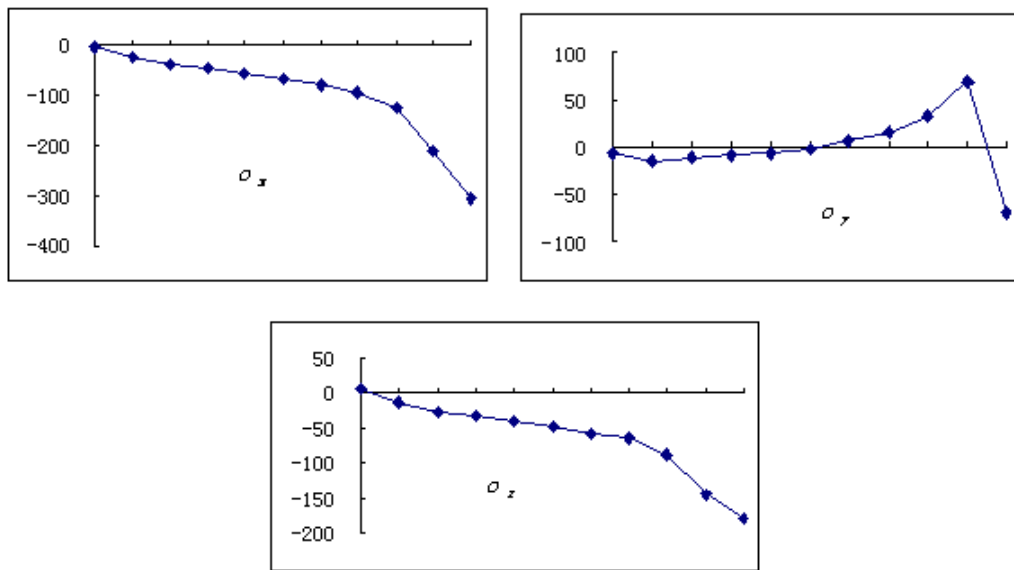


图 10 小齿轮分析截面应力分布曲线

Fig.10 Distribution curve of stress along the analyzed section in small gear

按 Hertz 接触理论其最大接触应力^[5]为:

$$\sigma = -0.564 \sqrt{\frac{p}{l} \frac{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}} \quad (11)$$

式中: σ 为接触应力; P 为作用在圆柱与圆柱体之间的接触压力; R_1 、 R_2 为两圆柱体直径; L 为圆柱体接触面长度; E_1 、 E_2 为两圆柱体材料弹性模量; μ_1 、 μ_2 为两圆柱体材料泊松比。

利用公式(11)求得本试验参数状态下 Hertz 接触理论解的最大接触应力为 -349MPa 。

3.2 圆柱齿轮分度圆接触状态有限元解

有限元计算圆柱齿轮分度圆接触状态下接触点沿分析截面 X 方向最大正应力为 -323MPa , 应力云图见图 11, 应力分布曲线见图 12。

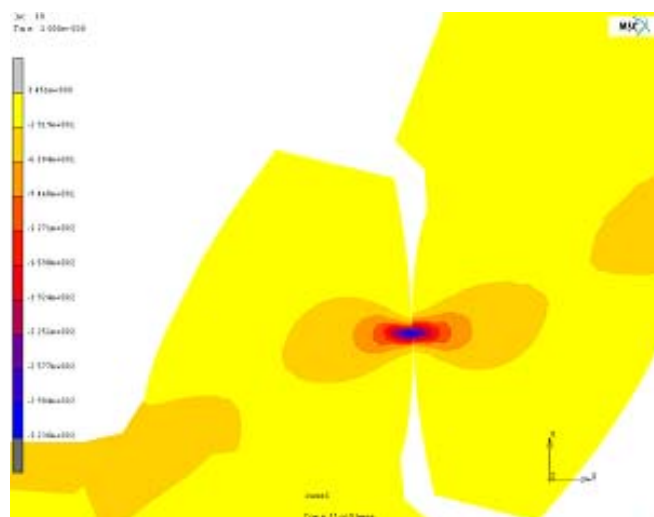


图 11 沿分析截面 X 方向应力云图

Fig.11 Stress distribution along the analyzed section in X direction

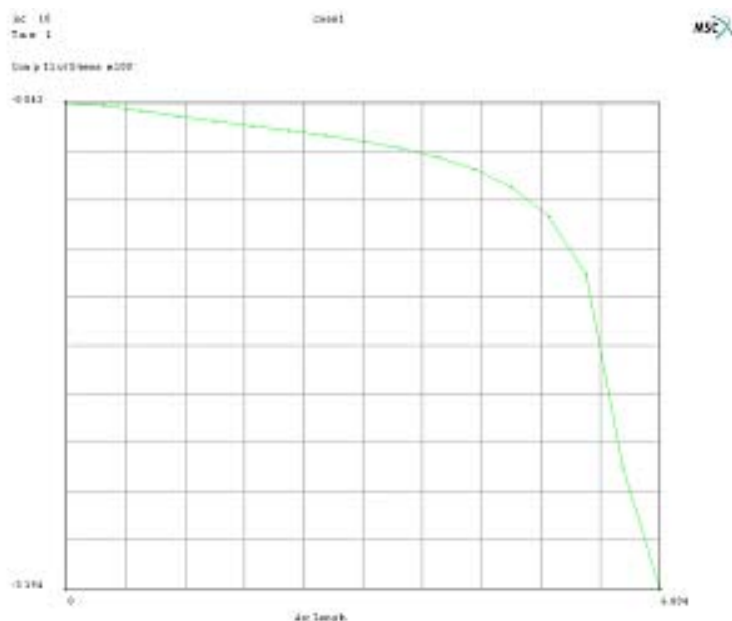


图12 沿分析截面X方向应力分布曲线

Fig. 12 Distribution curve of stress along the analyzed section in X direction

4 计算结果与试验结果比较分析

1) 光弹性试验结果的接触正应力小于 Hertz 接触理论解及有限元计算结果,其误差分别为 10.7%、8.4%。因接触点的应力梯度很大,剪应力差法受网格密度的制约,均化了接触点的实际应力梯度,使得接触点的法向正应力(σ_r)测试结果偏低。解决这个问题只有再加密网格并同时提高测试分辨率。

2) 齿轮传动过程中齿面间不可避免地存在着摩擦力。本试验由于存在摩擦力使图4的接触点的等差线法线不与接触面垂直,与图7存在明显差异。对于摩擦力对接触应力的影响,文献[6]进行了较为详细的试验分析,并给出了齿面摩擦力对齿轮接触应力的影响幅度 d 与无量纲参数 S 以及油膜比厚相关的关系,为齿轮设计提供了依据。

3) 在三维光弹性试验中,模型材料在“冻结”温度下泊松比约为 0.5,不能满足模型与原形泊松比相等的相似条件,因此测量结果要考虑这个相似数误差的影响。本试验原型齿轮泊松比为 0.34,环氧树脂材料泊松比为 0.48。按泊松比 0.48 计算接触正应力 328MPa,与泊松比 0.34 比应力相差 1.5%。

5 结论

(1) 用传统的光弹性三维剪应力差法测量接触应力分布是解决接触问题的较好的方法,与计算有较好的吻合性,完全满足工程需要。

(2) 从光弹性分析的等色线照片看,接触点的应力分布规律很直观、很清晰,是其它任何方法都无法相比的。

(3) 为提高试验精度可加密剪应力差法网格,或放大模型比例,减小测量误差。

参考文献:

- [1] Johnon K L. Proc. Instn. Mech. Engrs., 1982, 196: 363—378.
- [2] 吴承伟. 粗糙表面接触研究进展[J]. 力学进展, 1991, 21(1): 96—108 (Wu Chengwei. Advances in studies on contacts of rough surfaces. Advances in Mechanics, 1991, 21(1): 96—108 (in Chinese))
- [3] Frocht M M. Photoelasticity[P]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1941.
- [4] 卢继斌, 董本涵, 高鹏飞. 三维剪应力差法测量某型发动机低压压气机叶片样头接触应力[J]. 航空发动机, 1999

- (2):22—25(Lu Jibin, Dong Benhan, Gao Pengfei. The three dimensional shear-difference method of photoelasticity is researched to analyze contact stress on the blade rabbet of an Aeroengine LP compressor. Aeroengine,1999(2): 22—25(in Chinese))
- [5] 徐灏. 机械设计手册[P]. 机械工业出版社,2000 (Xu Hao. Handbook of mechanical design. China Machine Press, 2000(in Chinese))
- [6] 高创宽,周谋,元秀梅. 齿面摩擦力对齿轮接触应力的影响[J]. 机械强度,2003,25(6):642—645(Gao Chuangkuan, Zhou Mou,Qi Xiumei. Effect of gear tooth friction force on gear cinctact stress. Journal of Mechanical Strength, 2003,25(6):642—645(in Chinese))

Experimental Study of Contact Stresses Measurement for Involute Gear

HUO Cheng-min, DUO Shao-hui, DONG Ben-han
(Shenyang Aeroengine Research Institute, Shenyang 110015, China)

Abstract: Three-dimensional shear-difference method of photoelasticity was adopted to analyze contact stress. Stress freezing under a uniform load on the model was performed based on similarity principle. Through slicing and analyzing the model, contact stresses of involute gear were measured and analyzed by using Hertz contact theory and finite element method. Results show that the normal contact stress value is less than that of Hertz contact theory and finite element method. By reason that stress gradients is high on the contact point, and the three-dimensional shear-difference method is restricted by grid density, so actual stress gradients are detracted from contact point. But the error is in an acceptable range. This method completely meets engineering needs. The results of contact stresses experimentation are compared with that of hertz contact stress theory and finite element method and indicate that this method is reasonable and feasible.

Keywords: contact stress; involute gear; photoelastic