

文章编号: 1001-4888(2010)05-0536-10

鲫鱼皮肤和肌肉的力学性能研究^{*}

周萌^{1,2}, 尹协振¹, 童秉纲²

(1. 中国科学技术大学 近代力学系, 安徽合肥 230027; 2. 中国科学院研究生院 生物运动力学实验室, 北京 100049)

摘要: 鱼在水中游动时, 参与鱼体弯曲变形的组织和器官与水媒介相互作用, 形成了不同的游动模式和变形方式。为了更好地理解鱼体变形机制并为今后的流固耦合计算提供基础实验数据, 本文采用万能试验机进行单轴拉伸试验, 对鲫鱼皮肤和肌肉等生物材料的力学性能进行研究。通过破坏实验的方式确定其杨氏模量, 通过松弛实验的方式确定其归一化松弛函数。针对皮肤和肌肉的生物材料粘弹性性质, 给出本构方程。通过简化为标准线性固体模型进行讨论, 得到的结论是: 鲫鱼游动过程中以很小的能量损耗为代价, 增加了其有效刚度。

关键词: 鲫鱼; 皮肤; 肌肉; 杨氏模量; 归一化松弛函数; 本构方程; 力学性能

中图分类号: Q66

文献标识码: A

0 引言

鱼类在水中游动时, 在神经系统支配下, 骨骼肌进行主动收缩, 将力和能量传递给鳍和皮肤等执行器官以克服流体阻力, 其身体组织与外界水媒介的相互作用形成了人们所观察到的鱼类的不同游动方式^[1-2]。了解参与鱼体弯曲变形的各种组织和器官, 如隔膜、皮肤、肌肉和骨骼等的力学性能, 是理解鱼体与水媒介相互作用动态过程的一个重要环节^[3-6]。

同其它脊椎动物一样, 鲫鱼的皮肤包裹着整个身体, 与外界环境直接接触。一般来说, 它起着防止外界侵害、保护鱼体本身、分泌粘液、感知水流, 甚至可以提供助力用以协助鱼体运动的“外部腱”的作用^[7-9]。而骨骼肌作为执行运动机能的主要器官, 通过主动收缩提供鱼体运动所需的力和能量。同时, 作为一种生物材料, 在传递力和位移、以及和外界流体相互作用的过程中, 肌肉也要承受被动变形和载荷^[10]。

迄今为止, 关于动物体的生物材料, 如皮肤、肌肉和其它软组织的定量力学性能研究已有不少论文发表^[11-15]。但是, 针对特定鱼种的相关研究还未见报道。在此背景下, 为了研究鱼体皮肤和肌肉本身的粘弹性特征, 对其力学性能进行准确表征, 更好地理解鱼类游动过程中的变形机制, 以及为日后的流体-鱼体耦合计算提供基础实验数据, 本文针对鲫鱼皮肤和肌肉的材料力学性能进行实验研究。

本文采用 SANS CMT8000 桌面电子万能试验机, 对鲫鱼皮肤和肌肉进行经典单轴拉伸试验, 用以测量生物材料的本构关系, 并对其相应的力学性能进行表征。在介绍完试验对象以及破坏实验和松弛实验的实验方法后, 给定鲫鱼皮肤和肌肉的本构关系。通过对实验结果的讨论分析, 探讨了鲫鱼皮肤和肌肉的粘弹性性质对鱼体的运动可能带来的潜在的助益。

1 实验对象和方法

鲫鱼(crucian carp, *Carassius auratus*), 从科学分类来说属于脊索动物门(Chordata), 辐鳍鱼纲

^{*} 收稿日期: 2010-04-11; 修订日期: 2010-05-12

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10832010) 和中国科学院知识创新工程重要研究方向项目(KJCX2-YW-L05)

通讯作者: 尹协振(1946-), 男, 教授。研究方向: 流体力学。E-mail: xzyin@ustc.edu.cn

(Actinopterygii), 鲤形目 (Cypriniformes), 鲤科 (Cyprinidae), 鲫属 (Carassius)。其它常用名为: Goldfish, golden carp。鲫鱼为广布、广适性鱼类, 对各种生态环境具有很强的适应能力, 在中国除青藏高原外各地各种水域皆产。

将鲫鱼作为研究对象出于以下两种考虑: 第一, 按照不同运动分类方式, 作为一种活跃的、采用躯干-尾鳍波状推进的鲈科游动鱼类, 其游动方式得到了广泛深入的研究^[16-17]。第二, 作为广泛分布于中国各种江河湖泊的鱼种, 实验样本更易于获得, 并且对它的研究也极具代表性。

用过量的鱼类麻醉剂处死鲫鱼后 (MS-222, 0.654g/L^{-1}), 用镊子和剪刀去除鳞片和内脏, 先将皮肤样本从鲫鱼躯体剥离, 再用手术刀将侧线鳞上下两个鳞片内的肌肉制备成条带状样本, 其伸展方向沿鲫鱼的头尾轴, 如图 1(A) 所示。皮肤和肌肉样本宽约 10mm, 浸泡在生理盐水中 20~120 分钟, 以备万能试验机的拉伸实验用。其中, 皮肤肌肉样本的实验段长度和宽度可以通过数字游标卡尺多次测量取平均值获得, 肌肉样本的截面形状为一矩形或者准矩形, 其宽度也可用游标卡尺直接测量, 如图 1(B) 所示。

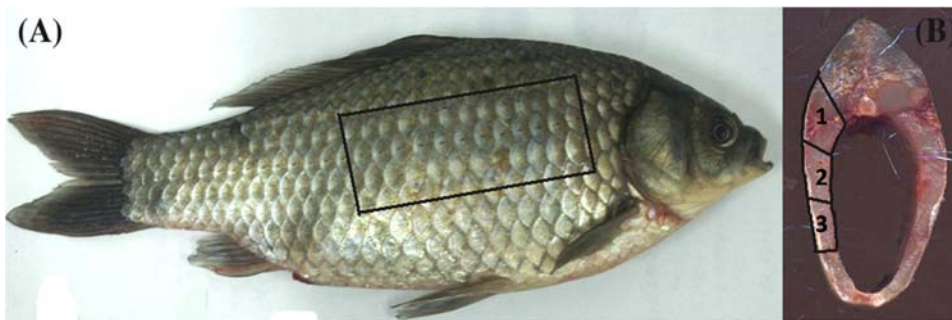


图 1 (A) 鲫鱼形态, 黑框所示为皮肤和肌肉样本取材点, 位于侧线鳞上下两个鳞片内;
(B) 鲫鱼截面形状, 数字所示为实验采用肌肉样本的序号。

Fig. 1 (A) Lateral view of crucian carp, the skins and muscles within the black frame were excised, two scales far away from the lateral line. (B) A typical transection of crucian carp body, where the numbers show the muscle samples taken into experiments.

但是, 到目前为止, 鲫鱼皮肤厚度这一数据仍未见公开报道。Hebrank 曾用偏振光显微镜测量了两种鱼类的皮肤厚度^[7], 而通过多层皮肤堆积跟已知厚度的塑料薄板进行比较、用以简单地计算鱼皮厚度的方法也曾见报道^[11]。

考虑到实验目的和实际的实验条件, 对于鲫鱼皮肤厚度的实验测量, 本文采用了环境扫描电镜和立体显微镜两种方式进行尝试测量, 如图 2 所示。其中, 图 2(A) 为飞利浦 XL30 ESEM-TMP 环境扫描电镜的实验结果, 其中图右侧光亮部分为皮肤外侧, 向左分布的两个层状依次为构成皮肤的表皮和真皮, 其分离的可能原因是: 根据环境扫描电镜的工作环境要求, 需要将鲫鱼皮肤和肌肉样本在电镜观察前置于液氮中固定, 而超低温和水分的固化可能导致了表皮和真皮的明显分离。可以说, 通过环境扫描电镜实验测量的结果, 是与真实鱼皮厚度存在明显差别的。图 2(B) 为 XTS20 泰克体视镜的观察结果, 采用山东易创显微互动分析系统可以自动校准和测量图象上的点到点长度。其中, 图片下部黑色的部分为皮肤, 上部红色的部分为肌肉。因为皮肤样本是直接于刚刚处死的鲫鱼躯体上切片取得的, 所以该方法的测量结果同实际的鲫鱼皮肤厚度是相同或者非常相近的。由 3 条成年鲫鱼 ($191.2 \pm 5.5\text{mm}$, 体长均值 $\pm$ 标准差) 的 15 个切片样本确定鲫鱼皮肤样本的厚度为 $9.5 \pm 3.2\mu\text{m}$ (平均值 $\pm$ 标准差), 其中, 切片取样的位置对应于拉伸实验样本的取样位置。

考虑到大多数生物软组织的应力-应变关系对应变率的变化并不敏感^[12], 本文未考察载荷速率变化的影响。通过若干次预拉伸实验, 可以确定鲫鱼皮肤和肌肉样本的最佳载荷和载荷速率。在进行样本松弛实验之前, 需要经过若干次重复的加载-卸载过程, 以期样本的力学性能达到稳定。这一过程即为“预调”(precondition)^[18], 实际操作过程中, 根据实验样本的不同, 进行了 20~30 个周期的预调准备。

所有的实验都是在室温下完成的(16℃~25℃)。

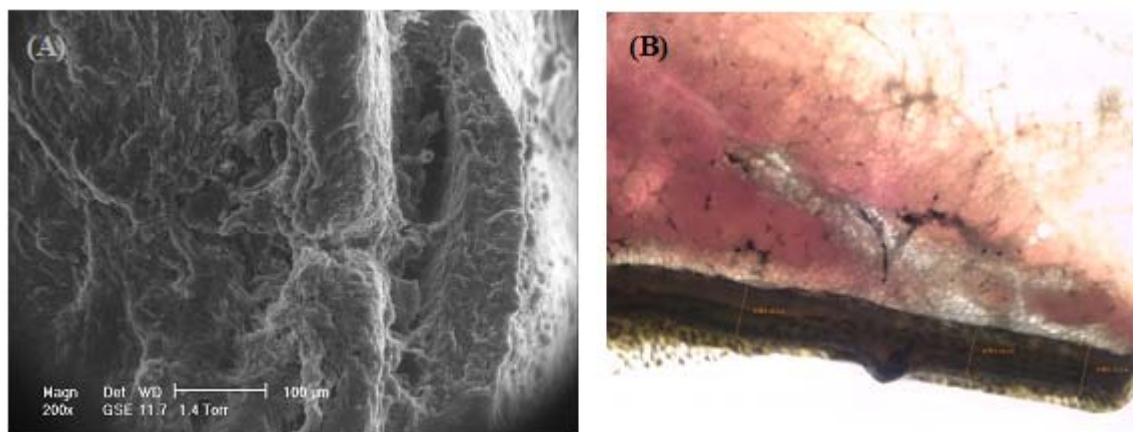


图 2 鲫鱼皮肤厚度测量结果

(A) 环境扫描电镜测量结果;(B) 立体显微镜测量结果。

Fig. 2 Measurement on thickness of crucian carp's skin

(A) A typical picture taken under environmental SEM;

(B) A typical slice of transection of crucian carp fresh skin and muscle under a stereo microscope.

2 实验结果和分析

本文下述结果采用工程应力(简称应力)和 Cauchy 应变(简称应变)。其中,工程应力的定义为 $\sigma = \frac{F}{A_0}$, 其中 F 为实测的拉力; A_0 为皮肤或肌肉样本变形前的横截面积。应变为 $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$, 即变形量与原长之比。对变形范围较大的生物材料来说,不同的应力应变定义将导致实验结果的不同。

2.1 破坏实验和杨氏模量的确定

将鲫鱼皮肤或肌肉试验样本两端用夹具固定在万能试验机上,施加预应力以保证读入有效的实验数据,然后开始实验。万能试验机进行单轴单向拉伸,直至破坏。需要说明的,条带状的实验样本的长轴平行于鱼体的头尾轴,所测得的实验数据反映了由头到尾延伸方向伸缩变形、和鱼体在水平断面内弯曲变形的性质。至于样本沿不同方向力学性能的变化,即鲫鱼皮肤和肌肉力学性能的各向异性性质,不在本文考察范围之内。

鲫鱼皮肤和肌肉拉伸破坏的典型实验结果如图 3 所示。两条曲线都大致由三段组成,其中 OA 段(肌肉样本的实验曲线上为 A_m ,皮肤样本的实验曲线上为 A_s , B、C 同上),载荷随着形变呈指数关系增长。第二段 AB 近似为一直线,可通过该段的直线拟合结果确定实验样本的杨氏模量 E 。第三段 BC 载荷与形变呈非线性变化,在终点处产生破坏,其中 C 为实验样本的强度极限。

由 4 条成年鲫鱼(186.3±7.2mm)准备的肌肉样本($n=9$)的杨氏模量 $E=1.10 \pm 0.84 \text{ MPa}$,其破坏时的极限应力为 0.16~0.35MPa,破坏时的最大应变约为 20%~32%。而鲫鱼的皮肤样本($n=10$)的杨氏模量 $E=1.82 \pm 0.68 \text{ MPa}$,其破坏时的极限应力为 0.09~0.17MPa,破坏时的最大应变约为 15%~22%。

简单来说,同皮肤相比,鲫鱼的肌肉强度极限更高,而且破坏时的最大应变比皮肤高出 5%~10%。有趣的是,通过线性设计计算出的皮肤的杨氏模量明显比肌肉要高,一个可能的原因是:肌肉作为一种特殊的生物材料,在正常生理作用范围之外也能表现出一定的力学性能;而皮肤则在正常生理作用范围之内表现出更强的抵抗变形的性质。同其它鱼类相比,如表 1 所示,鲫鱼皮肤的杨氏模量在同一量级却偏小,作为一种淡水非洄游鱼类,其皮肤在自身保护和运动能力的弱势导致这种结果也是可以理解的。而鲫鱼的肌肉杨氏模量同 Cheng^[3]所采用的人体肌肉的杨氏模量数据大了一个量级,可能的原因是鲫鱼的肌肉实验样本中含有鱼的肋骨,其在拉伸实验中扮演的角色和导致的后果还有待进一步研究。

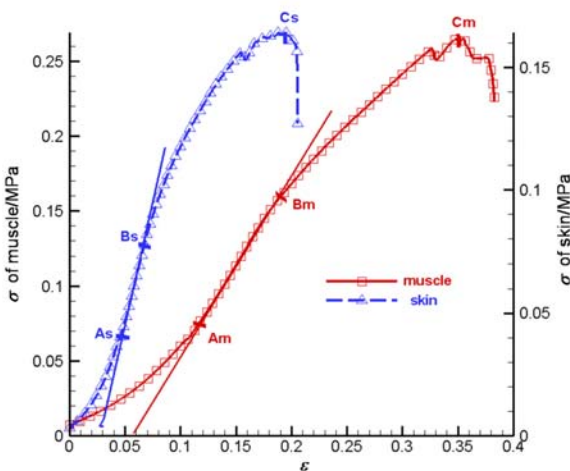


图 3 鲫鱼皮肤和肌肉拉伸实验的典型结果图

Fig. 3 A typical uniaxial tensile test result on crucian carp's skin and muscle sample

表 1 鱼类皮肤和肌肉杨氏模量的前人结果

Tab. 1 Published data of Young's module for skin and muscle of different fish species

作者	研究对象	杨氏模量 $E(\text{MPa})$	备注
Hebrank, 1980 ^[18]	eel skin	3.54 ± 2.52	$n=10$, longitudinal
Hebrank and Hebrank, 1986 ^[7]	Norfolk spot skin	2.41 ± 2.26	$n=13$, longitudinal
	Skipjack tuna skin	6.92 ± 4.25	$n=19$, longitudinal
Naresh, et al., 1997 ^[19]	Shark skin	24~32	ultimate stress
Cheng, et al., 1998 ^[3]	muscle	0.1	found no data for the passive mechanical properties of fish muscle

表注：杨氏模量皆为静态拉压实验的实验结果；Cheng 针对鱼体肌肉杨氏模量所用数据为其采用的估值。具体参照原文文献。

2.2 松弛实验和归一化松弛函数的确定

包括生物材料在内的所有粘弹性材料中的应力都是应变与时间的函数，因而应力、应变和时间的关系可由下述方程进行描述：

$$\sigma = f(\epsilon, t) \tag{1}$$

当应变保持不变时，应力随时间的增加而减小，这种现象称为松弛 (relaxation)。针对包括鲫鱼皮肤和肌肉之类的软组织的非线性粘弹性特性，本文采用冯元桢的准线性理论^[12]，则即时应力为：

$$\sigma(t) = G(t) \sigma^e(\epsilon), \quad G(0) = 1 \tag{2}$$

其中 $\sigma^e(\epsilon)$ 是应变为 ϵ 时的弹性响应； $G(t)$ 是归一化松弛函数。对松弛实验来说，若将实验样本加载到预设应变的时刻取为 $t=0$ ，则初始时刻的弹性响应 $\sigma^e(\epsilon)$ 即为 $\sigma(0)$ ，则归一化松弛函数可化为：

$$G(t) = \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)} \tag{3}$$

其中， $\sigma(t)$ 是 t 时刻的应力； $\sigma(0)$ 是样本被瞬间加载到预设应变时的初始应力。易知， $G(0)=1$ 。

根据 Boltzmann 叠加原理，则实验样本的应力为：

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \frac{\partial \sigma^e(\epsilon)}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} d\tau \tag{4}$$

该方程表明 t 时刻的应力是受同一归一化松弛函数支配的以往变化影响的总和。

根据不同实验样本和实验条件的变化设置不同的预设应变,考虑到肌肉和皮肤破坏时最终应变的不同,将肌肉样本的预设应变设为 $8.7\% \sim 15.6\%$,而皮肤样本的预设应变为 $8.9\% \sim 10.4\%$ 。由 4 条成年鲫鱼($185.7 \pm 5.9\text{mm}$)准备的肌肉样本($n=4$)和皮肤样本($n=5$)归一化松弛函数 $G(t)$ 如图 4(A) 所示。可以看到,肌肉样本普遍比皮肤样本更加“松弛”,随着时间的不断增加,肌肉样本的应力衰减更快;换言之,同皮肤样本相比,肌肉样本表现出了更多的粘弹性。一个可能的原因是,肌肉中含水比例比皮肤更高,而且肌肉样本的各向异性以及结构的复杂性明显高于皮肤样本,这都可能造成上述实验结果。

另一个需要注意的问题是,无论对肌肉还是皮肤样本,一般来说,预设应变越大,则应力衰减的幅度也越大。可以看到,对预设应变为 8.7% 的肌肉样本和 8.9% 的皮肤样本来说,其衰减幅值同其它预设应变下的实验样本相比要小一些。

另外,根据不同的实验需要,对鲫鱼皮肤和肌肉样本进行松弛实验的松弛时间为 $600 \sim 1000\text{s}$,其选择未见统一的文献报导,为了便于比较,图 4(A) 仅取到 600s 内的实验数据,而这个时间足够肌肉和皮肤样本体现其“松弛性”了。

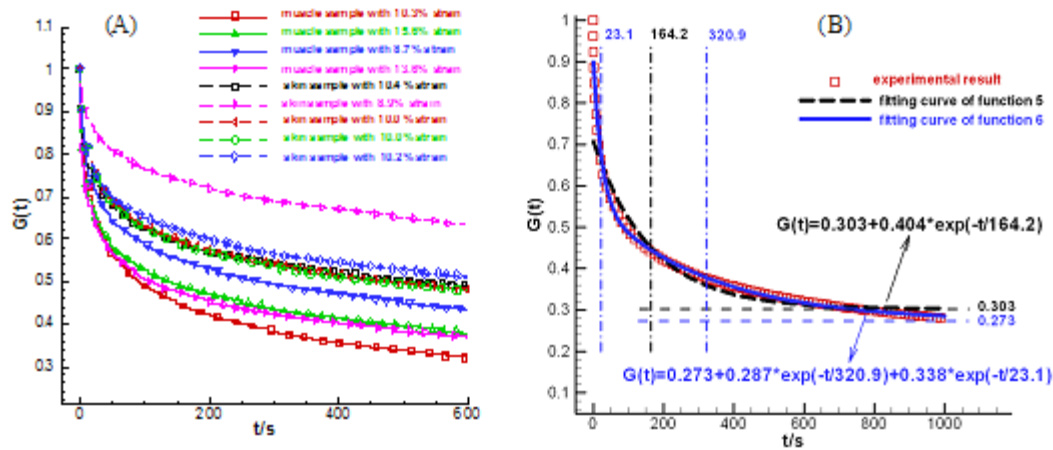


图 4 (A) 鲫鱼肌肉样本($n=4$)和皮肤样本($n=5$)归一化松弛函数 $G(t)$ 的实验数据;

(B) 典型肌肉样本松弛实验的典型结果及曲线拟合处理。

Fig. 4 (A) $G(t)$ experimental data of crucian carp's muscle ($n=4$) and skin ($n=5$) samples.

(B) A typical experimental data and its fitting curve of muscle relaxation.

可以看到,归一化松弛函数 $G(t)$ 随着时间变化呈指数衰减趋势,可以通过 e 指数的曲线拟合对实验数据进行处理,拟合公式可以采用一个 e 指数表达式:

$$G(t) = y_0 + a_1 \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) \quad (5)$$

或者两个 e 指数组合的表达式:

$$G(t) = y_0 + a_1 \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) + a_2 \exp\left(-\frac{t}{t_2}\right) \quad (6)$$

进行拟合,如图 4(B) 所示,鲫鱼肌肉样本的预设应变为 10.3% ,松弛时间为 1000s 的典型实验结果图,以及根据上述不同表达式得到的拟合曲线结果。

毫无疑问,根据表达式(6)的两个 e 指数组合可以得到更好的拟合结果。两个水平横线 $G(t) = 0.273$ 和 $G(t) = 0.303$ 表示 $t \rightarrow \infty$ 时根据不同拟合公式得到的残余应力。而三条竖线 $t = 23.1\text{s}$, $t = 164.2\text{s}$ 以及 $t = 320.9\text{s}$ 则表示应力急剧衰减的特征时间。

对每个实验,鲫鱼皮肤和肌肉样本实验数据的曲线拟合处理结果如表 2 和表 3 所示。可以看到,松弛时间越长,处理结果的特征时间相应地变长,对应的残余应力也相应地变小。另外,不同的曲线拟合方式也会导致实验处理结果的不同。总之,鲫鱼皮肤样本($n=5$)的归一化松弛模量 $G(t)$ 为:

$$G(t) = 0.499 + 0.298\exp(-\frac{t}{204.5})$$
 (7)

$$G(t) = 0.467 + 0.245\exp(-\frac{t}{379.8}) + 0.213\exp(-\frac{t}{23.1})$$
 (8)

鲫鱼肌肉样本(n=4)的归一化松弛函数 G(t)为：

$$G(t) = 0.387 + 0.352\exp(-\frac{t}{125.7})$$
 (9)

$$G(t) = 0.357 + 0.263\exp(-\frac{t}{242.3}) + 0.295\exp(-\frac{t}{15.9})$$
 (10)

综上所述,同皮肤样本相比,鲫鱼肌肉的归一化松弛函数 G(t) 仅需更短的时间即可达到更小的残余应力值;换言之,肌肉体现出更多的“粘性”,这是毋庸置疑的。

但是,正如冯元桢指出的^[12]:(1) 过早地结束松弛实验,得到的 G(∞)即拟合公式中的残余应力误差可能相当大;(2) 从实验数据确定的系数常常不是唯一的。本文做的工作是探讨鲫鱼皮肤和肌肉的粘弹性性质,并给定其反映力学性能的本构方程的参考值。

表 2 鲫鱼皮肤样本的 G(t)处理结果
Tab. 2 Computed G(t) for crucian carp’s skin samples

皮肤	$G(t) = y_0 + a_1 \exp(-\frac{t}{t_1}) + a_2 \exp(-\frac{t}{t_2})$					$G(t) = y_0 + a_1 \exp(-\frac{t}{t_1})$		
变量	y_0	a_1	t_1	a_2	t_2	y_0	a_1	t_1
No. 1	0.417	0.263	411.7	0.235	25.6	0.451	0.324	221.4
No. 2	0.419	0.254	400.1	0.239	27.2	0.452	0.324	207.8
No. 3	0.438	0.255	466.5	0.230	22.7	0.476	0.298	244.8
No. 4	0.450	0.232	329.9	0.228	20.8	0.476	0.296	181.2
No. 5	0.612	0.219	290.8	0.135	19.0	0.642	0.246	167.5
平均值	0.467	0.245	379.8	0.213	23.1	0.499	0.298	204.5
标准差	0.073	0.016	62.2	0.039	3.0	0.072	0.028	27.7

表注:No. 1,2,3 的松弛时间为 1000s,No. 4 为 900s,No. 5 为 600s,对应的预设应变依次为 10.0%, 10.0%, 10.2%, 10.4%和 8.9%。

表 3 鲫鱼肌肉样本的 G(t)的处理结果
Tab. 3 Computed G(t) for crucian carp’s muscle samples

肌肉	$G(t) = y_0 + a_1 \exp(-\frac{t}{t_1}) + a_2 \exp(-\frac{t}{t_2})$					$G(t) = y_0 + a_1 \exp(-\frac{t}{t_1})$		
变量	y_0	a_1	t_1	a_2	t_2	y_0	a_1	t_1
No. 1	0.273	0.287	320.9	0.338	23.1	0.303	0.404	164.2
No. 2	0.370	0.257	214.8	0.281	12.8	0.399	0.334	114.4
No. 3	0.420	0.260	234.8	0.251	15.6	0.453	0.333	123.1
No. 4	0.365	0.246	198.8	0.308	12.0	0.392	0.338	101.2
平均值	0.357	0.263	242.3	0.295	15.9	0.387	0.352	125.7
标准差	0.053	0.015	47.1	0.032	4.4	0.054	0.030	23.5

表注:No. 1 的松弛时间为 1000s,No. 2,3,4 为 600s,对应的预设应变依次为 10.3%, 15.6%, 8.7%和 13.6%。

2.3 鲫鱼皮肤和肌肉的力学性能及本构方程

对线性粘弹性物体的力学性能可以以弹簧和阻尼器并串结合而成的模型进行表征,其中,标准线性固体模型是其中最为常用的,如图 5(A)所示。其中 E₁ 和 E₂ 为两个弹簧元件的弹性模量,η_p 为阻尼

器的粘性系数。其本构方程为:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} \quad (11)$$

其中, $\dot{\sigma}$ 和 $\dot{\varepsilon}$ 表示对时间的导数; p_1, q_0 为 q_1 方程系数, 易知:

$$p_1 = \frac{\eta_2}{E_1 + E_2}, \quad q_0 = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad q_1 = \frac{E_1 \eta_2}{E_1 + E_2} \quad (12)$$

q_0 反映了没有粘性时模型的弹性特征, 而 p_1 和 q_1 都是模型粘弹性性质的参数。而对于有着两个阻尼器组成的粘弹性模型来说, 如图 5(B)(C)(D) 所示, 其本构方程为^[20]:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} + p_2 \ddot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon} \quad (13)$$

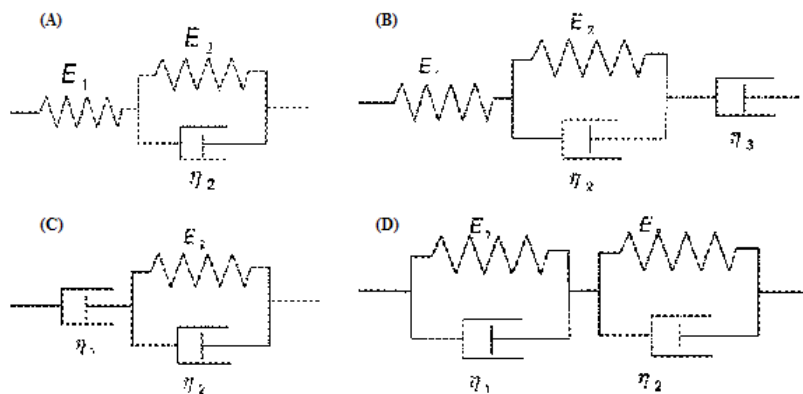


图 5 各种粘弹性模型

(A) 标准线性固体模型; (B)(C)(D) 双阻尼器模型。

Fig. 5 Several visco-elastic models

(A) A standard solid model; (B)(C)(D) Models containing two damp pots.

针对标准线性固体模型来说, 在预设应变下, 其应力为:

$$\sigma(t) = \sigma(0) \left[\delta + (1 - \delta) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \right] \quad (14)$$

按照公式(3), 其归一化松弛函数为:

$$G(t) = \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)} = \delta + (1 - \delta) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \quad (15)$$

其中 δ 为残余应力。需要注意的是, 公式(5)和(15)形式相似, 但其数学形式并不严格相同。其中, 公式(5)中的 γ_0 和 α_1 不能满足公式(15)的两项相加等于 1 的条件, 换言之, 虽然鲫鱼的皮肤和肌肉样的归一化松弛函数可以通过一个 e 指数表达式, 即其数学模型中拥有一个阻尼器, 但不能用标准线性固体模型充分表达。

对于拟合度更好的双 e 指数对应的本构关系表达式来说, 其本构方程为:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} + p_2 \ddot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon} \quad (16)$$

按照 Boltamann 线性叠加原理, 试件应力为:

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) G(0) + \int_0^t \varepsilon(t - \xi) \frac{dG(\xi)}{d\xi} d\xi = \varepsilon(t) G(0) + \dot{G}(t) * \dot{\varepsilon}(t) \quad (17)$$

则对应的归一化松弛函数可以用方程(6)或下式表示:

$$G(t) = a_0 + a_1 \exp(-b_1 t) + a_2 \exp(-b_2 t) \quad (18)$$

其各系数与本构方程(16)的对应关系为:

$$a_0 = q_0 \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{p_1^2 - 4p_2}} \left[\frac{q_0}{2} (p_1 - \sqrt{p_1^2 - 4p_2}) - q_1 - q_2 \frac{p_1 - \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2} \right] \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{p_1^2 - 4p_2}} \left[\frac{q_0}{2} (-p_1 - \sqrt{p_1^2 - 4p_2}) + q_1 + q_2 \frac{-p_1 + \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2} \right] \quad (21)$$

$$b_1 = \frac{p_1 + \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2} \quad (22)$$

$$b_2 = \frac{p_1 - \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2} \quad (23)$$

对鲫鱼皮肤和肌肉样本松弛实验的结果(8)和(10)进行处理,通过反算得到鲫鱼皮肤的本构方程为:

$$\sigma + 402.9\dot{\sigma} + 8773.4\ddot{\sigma} = 0.467\epsilon + 286.2\dot{\epsilon} + 8115.4\ddot{\epsilon} \quad (24)$$

鲫鱼肌肉的本构方程为:

$$\sigma + 258.2\dot{\sigma} + 3852.6\ddot{\sigma} = 0.357\epsilon + 160.6\dot{\epsilon} + 3525.1\ddot{\epsilon} \quad (25)$$

3 讨论和结论

通过上述松弛实验和本构方程的计算结果,鲫鱼皮肤和肌肉样本的粘弹性性质是确定的。在鲫鱼游动过程中,这一粘弹性性质同线弹性相比会提供若干潜在的助益。为便于讨论,采用标准线性固体模型进行讨论,其归一化松弛函数如方程(15)所示。当鱼体巡游或者在卡门涡街中穿越时^[21,22],流体力 $\sigma_0 \exp(i\omega t)$ 是周期性的,对粘弹性物体来说,其变形或应变与载荷存在位相差,即:

$$\epsilon = H\sigma_0 \exp(i\omega t) = (H_1 + iH_2)\sigma_0 \exp(i\omega t) = |H| \sigma_0 \exp(i(\omega t + \varphi)) \quad (26)$$

其中, H 是粘弹性物体的复柔量,则 $|H| = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$, $\tan \varphi = H_2/H_1$ 。 H_1 代表变形过程中弹性作功, H_2 则表示耗散能。通常将 H_1 和 H_2 称为储能柔量和损耗柔量。 φ 是应变落后于应力的相位差,对弹性材料来说, $\varphi=0$,故其也反映了材料偏离弹性性质的程度。

通过标准线性固体本构方程(11),可解出其复柔量为:

$$H_1 = \frac{\delta(\delta + \omega^2 p_1^2)}{q_0(\delta^2 + \omega^2 p_1^2)}, \quad H_2 = -\frac{p_1 \omega(\delta - \delta^2)}{q_0(\delta^2 + \omega^2 p_1^2)} \quad (27)$$

对鲫鱼皮肤和肌肉样本来说,如表2和表3所示, $p_1 = t_1 = 100\text{s} \sim 200\text{s}$ 。当鱼体巡游或穿越卡门涡街时,其摆尾频率为 $1\text{Hz} \sim 2\text{Hz}$ ^[11,23], $\omega = 2\pi f$,残余应力 $0 < \delta < 1$,因此 $\omega p_1 \gg \delta > \delta^2$,故上式可简化为:

$$H_1 = \frac{\delta}{q_0}, \quad H_2 = -\frac{\delta - \delta^2}{q_0 \omega p_1} \quad (28)$$

因此, $|H_1| \gg |H_2|$,所以 $|H| \approx |H_1|$,方程(26)可简化为:

$$|\epsilon| = |H| \sigma_0 \approx \frac{\sigma_0}{q_0/\delta} \quad (29)$$

这说明,在流体周期性交变载荷的作用下,鲫鱼皮肤和肌肉的弹性模量为 q_0/δ ,要高于纯弹性情况下的模量 q_0 。换言之,在流体交变载荷下鱼体刚度增加,这有利于鲫鱼在游动过程中利用柔软的躯体控制变形,保持稳定。

另一方面,因为 $|H_1| \gg |H_2|$,即其损耗的能量要远小于其储存的能量,其耗损比 $Z = 2\pi \tan \varphi = 2\pi(1 - \delta)/\omega p_1$ 在鲫鱼正常游动的频率范围内也非常小。这意味着,鲫鱼游动时,以很小的能量损耗为代价,却增加了躯体的有效刚度,有利于其自身的变形控制。

总之,本文通过经典单轴拉伸实验,以破坏实验的方式确定了鲫鱼皮肤和肌肉样本的杨氏模量,以松弛实验的方式求得其相应的归一化松弛函数及其本构方程,证明了二者的典型粘弹性特性。并且,通过简化为标准线性固体模型的方式,证明了同单纯的弹性相比,鲫鱼皮肤和肌肉的粘弹性特性可能以很小的能量损耗为代价,增加躯体的有效刚度,为鲫鱼游动提供潜在的助益。

参考文献:

- [1] Hess F, Videler J J. Fast continuous swimming of saithe (*Pollachius Virens*): A dynamic analysis of bending moments and muscle power[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1984, 109:229—251.
- [2] Yang Y, Wu G H, Yu Y L, et al. Tow-dimensional self-propelled fish motion in medium; An integrated method for deforming body dynamics and unsteady fluid dynamics[J]. *Chinese Physical Letter*, 2008, 25(2):597—600.
- [3] Cheng J Y, Pedley T J, Altringham J D. A continuous dynamic beam model for swimming fish[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences*, 1998, 353:981—997.
- [4] Shadwick R E, Katz S L, Korsmeyer K E, et al. Muscle dynamics in skipjack tuna: Timing of red muscle shortening in relation to activation and body curvature during steady swimming[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1999, 202:2139—2150.
- [5] Long J H, Pabst D A, Shepherd W R, et al. Locomotor design of dolphin vertebral columns: Bending mechanics and morphology of *Delphinus delphis*[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1997, 200(1):65—81.
- [6] Pabst D A. Springs in swimming animals[J]. *American Zoologist*, 1996, 36:723—735.
- [7] Hebrank M R, Hebrank J H. The mechanics of fish skin: lack of an external tendon role in two teleosts[J]. *Biological Bulletin*, 1986, 171:236—247.
- [8] Long J H, Hale M E, McHenry M J, et al. Functions of fish skin: Flexural stiffness and steady swimming of longnose gar *Lepisosteus osseus*[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1996, 199(10):2139—2151.
- [9] Hebrank M R. Mechanical properties and locomotor functions of eel skin[J]. *Biological Bulletin*, 1980, 158:58—68.
- [10] Biewener A A, Gillis G B. Dynamics of muscle function during locomotion: Accommodating variable conditions [J]. *Journal of Experimental Biology*, 1999, 202(23):3387—3396.
- [11] Greven H, Zanger K, Schwinger G. Mechanical properties of the skin of *Xenopus laevis* (Anura, Amphibia)[J]. *Journal of Morphology*, 1995, 224:15—22.
- [12] Fung Y C. Biomechanics: Mechanical properties of living tissues[M]. Springer, New York. 1993.
- [13] Moss R L, Halpern W. Elastic and viscous properties of resting frog skeletal muscle[J]. *Biophysical Journal*, 1977, 17:213—228.
- [14] Provenzano P, Lakes R, Keenan T, et al. Nonlinear ligament viscoelasticity [J]. *Annals of Biomedical Engineering*, 2001, 29(10):908—914.
- [15] Ho T P, Weinstein S, Bowley W W. Extensibility characteristics of human cheek visco-elastic properties[J]. *Journal of Dental Research*, 1984, 63(10):1258—1260.
- [16] Li X M, Lu X Y, Yin X Z. Visualization on fish's wake[C]. *Proc SPIE Int Soc Opt Eng*, 2001, 4537:473—476.
- [17] Wu Y F, Li X M, Yang J M, et al. Measurements of vortex structure in the fish's wake[C]. *Proc of 2nd Int Symp On Aqua Bio-mechanisms*, 2003, 1—06.
- [18] Liu Z, Yeung K. The preconditioning and stress relaxation of skin tissue[J]. *Journal of Biomedical & Pharmaceutical Engineering*, 2008, 2(1):22—28.
- [19] Hebrank, M D. Mechanical properties and locomotor functions of eel skin. [J] *Biological Bulletin*, 1980, 158:58—68.
- [20] Naresh M D, Arumugam V, et al. Mechanical behaviour of shark skin[J]. *Journal of Biosciences*, 1997, 22(4): 431—437.
- [21] Christensen R M. Theory of viscoelasticity[M]. New York: Academic Press, 1982.
- [22] Liao J C, Beal D N, Lauder G V, et al. The Karman gait: novel body kinematics of rainbow trout swimming in a vortex street[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2003, 206(6):1059—1073.
- [23] Liao J C, Beal D N, Lauder G V, et al. Fish exploiting vortices decrease muscle activity[J]. *Science*, 2003, 302 (5650):1566—1569.

Study of Skin and Muscle Mechanical Properties of Crucian Carp (*Carassius auratus*)

ZHOU Meng^{1,2}, YIN Xie-zhen¹, TONG Bing-gang²

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. The Lab for Biomechanics of Animal Locomotion, Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: When a fish swims in water, the interaction between its body tissues and organs that participate in bending deformation and surrounding fluid media yields different swimming patterns and deformation ways. To better understand fish body deformation mechanism during swimming and provide fundamental experimental data for future fluid-solid coupling numerical simulation, this study was performed to investigate the mechanical property of biomaterials such as crucian carp's skin and muscle based on typical uniaxial tensile tests on a universal testing machine. Young's modulus and reduced relaxation function were determined by failure experiments and relaxation tests, respectively. Constitutive function taking into account the visco-elastic properties was determined for both crucian carp's skin and muscle samples. A conclusion is drawn that crucian carp increases its effective stiffness during swimming with only a little energy dissipation based on a simplified standard solid model.

Keywords: crucian carp (*Carassius auratus*); skin; muscle; Young's modulus; reduced relaxation function; constitutive equation; mechanical property