

文章编号: 1001-4888(2014)05-589-12

X-CT 噪音条件下数字体积相关算法评测^{*}

杨鹏¹, 万克树^{1,2}, 秦天旻³

(1. 东南大学材料科学与工程学院, 南京 211189; 2. 江苏省土木工程材料重点实验室, 南京 211189; 3. 东南大学数学系, 南京 211189)

摘要: 数字体积相关是通过分析具有相关关系的两组三维图像, 获得物体变形过程中位移场和应变场的计算方法。了解该算法在实际噪音下的表现, 对这种方法的应用具有十分重要的意义。利用爬山法、最小二乘法, 结合三次 B 样条插值, 建立了一套数字体积相关计算方法, 用两组具有真实噪音的三维 X 射线 CT 数据对该算法进行了系统评测。在没有噪音的理想情况下, 该算法的位移误差为 0.0065voxel; 在真实 X-CT 噪音的情况下, 位移误差增加到 0.008voxel, 应变误差约为 100 $\mu\epsilon$ 。结果表明, 本方法可对真实物体变形进行三维位移场、应变场分析。

关键词: 数字体积相关; X 射线计算机断层扫描成像(X-CT)噪音; 最小二乘法; B 样条插值

中图分类号: O34 **文献标识码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-13-136

0 引言

载荷变形一直是力学的研究重点, 变形测量方法也是学者的关注焦点。现普遍使用的电阻应变测量^[1]和光弹性测量^[2]等方法只能得到物体表面的应变状态, 物体内部的三维应变状态很难通过传统实验方法得到。对于内部分布不均匀的材料, 物体表面的变形信息不足以反映其真实的变形状态, 只有物体内部三维变形信息才能反映物体真实的变形情况。数字体积相关法(Digital Volume Correlation, DVC)是少数能够测量物体内部三维变形状态的实验方法, 在变形测量方面有着巨大应用潜力, 研究者对 DVC 也进行了大量的探索与实践。

DVC 是由数字图像相关法(Digital Image Correlation, DIC)直接扩展而来的, DIC 是由日本学者 Yamaguchi 和美国学者 Peters、Ransom^[3,4]在 20 世纪 80 年代同时提出的。该方法直接从物体表面的随机斑点或者从由表面随机斑点引起的散斑场中提取信息, 通过相关性运算得到物体的表面位移场和应变场, 但物体内部位移场和应变场仍然无法由 DIC 得到。Bay 等^[5]利用 X-CT 获得的骨材料体图像, 在 1999 年首次应用 DVC 计算压缩载荷下骨材料内部三维的位移场和应变场, 将变形测量从物体二维表面扩展到三维内部。在最近的十几年中, 随着三维成像技术的发展, DVC 方法在国内外都有着很大程度的发展。

Bay 等^[5]提出的相关性运算中, 仅使用了 3 个平动自由度, 2002 年 Smith 等^[6]额外增加了 3 个转动自由度, 并且将相关函数从简单的最小平方和函数改为抗噪音性能更强的归一化互相关函数。为了增加计算的准确性, Verhulp 等^[7]在 2004 年将 DVC 计算中的变形自由度增加到 12 个, 更加准确地描绘了物体的变形情况。随着计算机性能的提升和计算速度的加快, 各种搜寻算法(如牛顿法^[8], BFGS^[6,7], 最快下降法^[9])和各种插值方法(如三维三次插值^[5-7], 三次样条插值^[8], 三维 B 样条插值^[10])都被引入到 DVC 计算中来提高计算的精确度。在应用方面, DVC 逐渐被应用到各种材料中, 现

^{*} 收稿日期: 2013-09-03; 修订日期: 2013-12-05

基金项目: 国家自然科学基金(51008072)和中央高校基本科研业务费专项资金资助(No. 2242014R30014)

通讯作者: 万克树(1978—), 男, 博士, 副研究员。主要从事实验力学与建筑材料的研究。E-mail: keshuwan@seu.edu.cn

主要有骨材料^[5,6]、胶原蛋白^[11]、泡沫金属^[7]和木材^[8]。

在国内,在大量 DIC 方法研究的基础上^[12,13],DVC 方法的研究也有很大发展。牛永强等^[14]采用梯度法快速、简单、方便地计算出三维应变场,并利用一组由同步辐射计算机重建技术(SR-CT)扫描的泡沫铝图像,通过插值处理模拟在无噪音条件下的多种典型变形过程;汪敏等^[15]通过曲面拟合法计算位移场,将位移偏差减小到 0.02voxel。黄建勇等^[16]提出一种快速计算零均值归一化相关函数(Zero-mean Normalized Cross-Correlation, ZNCC)的方法,提高整体素计算速度,并通过计算机仿真 3D 散斑体图像,模拟了在无噪音条件下的变形实验;潘兵等^[17]提出了利用最小二乘法来计算亚体素的方法,提高了位移计算的精确度。但是,大部分的研究计算都基于理想的没有噪音的图像,对于在有噪音情况下 DVC 的应用情况涉及较少。

本文在前人的基础上,利用爬山法、最小二乘法,结合三次 B 样条插值得到了一套精确度较高的计算方法。在此基础上,讨论该算法在真实 X-射线断层照相(X-CT)数据噪音条件下的精确度,分析在真实 X-CT 噪音条件下 DVC 的误差情况。在有噪音和无噪音两种不同条件下,模拟单轴拉伸实验。

1 DVC 方法的基本原理

DVC 是通过由 X-CT 等体图像设备获得变形前后两组体图像数据(分别作为参考图像与目标图像),以子体块(待求点为中心的立方体)为研究对象进行相关运算,计算出物体变形过程中的位移场,进而利用位移场计算应变场的计算过程,其基本原理图如图 1 所示。

应变场可用来分析材料在变形过程中的变形分布,是 DVC 计算的核心结果。而在 DVC 的计算过程中,应变场是通过位移场差分计算得到的,位移场计算的精确度直接影响着应变场的计算精度,也决定了 DVC 整体的计算精确度,所以需要尽可能提高位移值计算的精确度。

应变场计算过程中,位移场的波动对应变场的影响很大,在尽可能提高位移场计算精度的同时,减少位移场的波动对应变场计算的影响,得到一个误差较小的应变场也是 DVC 计算的一个重要的方面。

传统的 DVC 计算方法中,通过分别计算整体素与亚体素位移来提高 DVC 位移计算的精确度。尽管如此,但庞大的三维数据、复杂的三维相关计算方法使 DVC 计算量十分巨大,如何简单、快速、准确的计算出位移值和应变值是 DVC 研究者的一个重要课题。

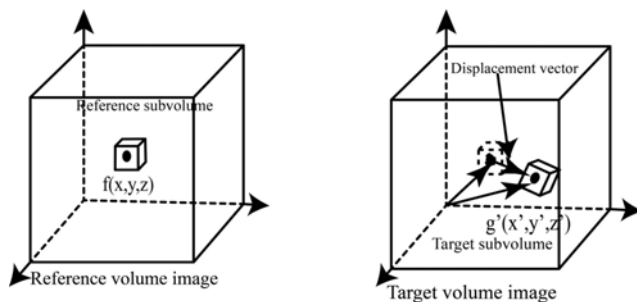


图 1 DVC 方法基本原理示意图

Fig. 1 Schematic of basic principle of DVC

2 DVC 计算过程

2.1 基于爬山法的整体素计算

整体素计算是对物体位移量大小的一次估算过程,在整数量级上找到较为接近准确值的位移量。以子体块为研究对象,搜寻与参考子体块匹配程度最大的目标子体块,把参考子体块到目标子体块的位移量(u_0, v_0, w_0)作为待求点的整体素位移值。假设子体块中包含 $n = (2N+1) \times (2N+1) \times (2N+1)$ 个体素点,可通过零均值归一化相关函数(ZNCC)来表征两个子体块的匹配程度。

$$C(u_0, v_0, w_0) = \frac{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [f(x, y, z) - f_m][g(x + u_0, y + v_0, z + w_0) - g_m]}{\sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [f(x, y, z) - f_m]^2} \sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [g(x + u_0, y + v_0, z + w_0) - g_m]^2}} \quad (1)$$

其中 $f(x, y, z)$ 和 $g(x + u_0, y + v_0, z + w_0)$ 分别代表变形前后参考子体块中点的灰度值; f_m , g_m 分别代表参考子体块与目标子体块的平均灰度值; u_0 , v_0 , w_0 为参考子体块中心点的整体素位移值。

ZNCC 相关函数对目标子体块灰度的线性变化不敏感,评价图像相关性时具有很好的抗干扰能力。其取值范围为 $[-1, 1]$, 当两个子体块相关性越高时,其绝对值越接近 1, 相反越不相关时,其绝对值越接近于 0, 以此为标准可定量评价参考子体块与目标子体块的相关程度。

但是,ZNCC 相关函数计算复杂,计算量很大,三维图像的数据量也很庞大,若逐点搜索会造成巨大的计算量。在整体素搜索过程中,需要一定的搜索方法来减少计算量。本文采用爬山法来减少计算量。

先估算某个位置点作为当前点,爬山法是以该当前点为中心,搜索特定步长的周围点中相关系数最大的位置,再通过移动当前点位置和逐步减小搜索步长等方法来逐步缩小整体素搜索范围,当步长减少到 1 时,将此时当前点位置与待求点位置差作为待求点的整体素位移值。计算点 p 整体素的过程如下所示:

- (1) 计算当前点 p 与原图像点 p_0 的相关系数 c 。
- (2) 对于给定步长 l , 计算当前点 p 周围 26 个方向点的相关系数, 找出与原图像点 p_0 相关系数最大的点 p^* 、该点的相关系数 c^* 以及该方向 d^* 。
- (3) 比较 c^* 与 c 。若 $c^* > c$, 则以 p^* 作为当前点, d^* 作为搜索方向, 转到(4); 若 $c^* < c$, 转到(6)。
- (4) 计算当前搜索方向 d 上距离当前点 p 一个步长的点 p' 的相关系数 c' 。
- (5) 比较 c 和 c' , 若 $c' > c$, 以 p' 作为当前点, 转到(4), 若 $c' < c$, 转到(2)。
- (6) 若步长 l 等于 1, 则停止, 该点即为整体素搜寻最优值。若步长大于 1, 则步长减一, 转到 2。

一般情况下,相邻计算点之间的位移差别很小,只要将上个计算点的整体素位移值作为下个计算点的当前点,就可以很快搜索到相关点,这样的搜索方法可以保证准确性,减少计算量。

虽然整体素位移值在一定程度上可以反映出位移变化情况,但是这样的精度远远不能满足实际需要,还需要进一步进行亚体素搜寻。

2.2 基于最小二乘法的亚体素计算

在整体素的计算过程中,只考虑了目标图像的刚体平移,而真实的变形中,还有刚体转动、拉伸变形和剪切变形等,坐标的映射关系十分复杂。

一定的允许误差下,只考虑位移零阶量和一阶量,则可以用 12 个自由度将子体块中各个点的坐标映射关系简化成^[7]式(2):

$$\begin{aligned} x_i &= x + \Delta x + u_0 + \Delta u + u_x \Delta x + u_y \Delta y + u_z \Delta z \\ y_i &= y + \Delta y + v_0 + \Delta v + v_x \Delta x + v_y \Delta y + v_z \Delta z \\ z_i &= z + \Delta z + w_0 + \Delta w + w_x \Delta x + w_y \Delta y + w_z \Delta z \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 是参考子体块中任意一点 (x_i, y_i, z_i) 到子体块中心点 (x, y, z) 的距离; u_0, v_0, w_0 和 $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ 是在 x, y, z 方向上的整体素与亚体素分量; $u_x, u_y, u_z, v_x, v_y, v_z, w_x, w_y, w_z$ 是该子体块的位移梯度。

坐标之间的映射关系,本质上就是在参考图像中的点与目标图像中相同点的坐标对应关系,在不考虑灰度线性变化的情况下,参考图像中的点与目标图像中的对应点拥有同样的灰度值,也就是目标函数:

$$F_i(p) = g \left[\begin{matrix} x_i + u_0 + \Delta u + u_x \Delta x_i + u_y \Delta y_i + u_z \Delta z_i \\ y_i + v_0 + \Delta v + v_x \Delta x_i + v_y \Delta y_i + v_z \Delta z_i \\ z_i + w_0 + \Delta w + w_x \Delta x_i + w_y \Delta y_i + w_z \Delta z_i \end{matrix} \right] - f(x_i, y_i, z_i) = 0 \quad (3)$$

方程(3)中自变量 $p = [\Delta u \ \Delta v \ \Delta w \ u_x \ u_y \ u_z \ v_x \ v_y \ v_z \ w_x \ w_y \ w_z]^T$, 包括亚体素位移和位移梯度。

对目标函数在 $g(x_i + u_0, y_i + v_0, z_i + w_0)$ 处进行泰勒展开, 得到式:

$$F_i(p^{k+1}) = F_i(p^k) + \nabla F_i(p^k)(p^{k+1} - p^k) = 0 \quad (4)$$

式(4)中, p^{k+1} , p^k 是第 $k+1$ 次与第 k 次迭代后的解; $F_i(p^k)$ 是第 k 次迭代后的目标函数值, $\nabla F_i(p^k)$ 为目标函数的一阶梯度, 其表达式为:

$$F_i(p^k) = g(x_i^k, y_i^k, z_i^k) - f(x_i, y_i, z_i) \quad (5)$$

$$\nabla F_i(p^k) = [g_{xi} \ \Delta x_i g_{xi} \ \Delta y_i g_{xi} \ \Delta z_i g_{xi} \ g_{yi} \ \Delta x_i g_{yi} \ \Delta y_i g_{yi} \ \Delta z_i g_{yi} \ g_{zi} \ \Delta x_i g_{zi} \ \Delta y_i g_{zi} \ \Delta z_i g_{zi}] \quad (6)$$

$$g_{xi} = \frac{\partial g(x_i^k, y_i^k, z_i^k)}{\partial x}, \quad g_{yi} = \frac{\partial g(x_i^k, y_i^k, z_i^k)}{\partial y}, \quad g_{zi} = \frac{\partial g(x_i^k, y_i^k, z_i^k)}{\partial z} \quad (7)$$

式(4)中 $g(x_i^k, y_i^k, z_i^k)$ 是在目标子体块中的灰度值, 但是其位置多在非整数点处, 所以需要用到一定的插值方法来得到它的灰度值; g_{xi}, g_{yi}, g_{zi} 是坐标点 (x_i, y_i, z_i) 处的灰度梯度, 也需要通过插值方法得到, 将在后述小节中详细介绍。

子体块中包含 $n = (2N+1) \times (2N+1) \times (2N+1)$ 个体素点, 至少有 27 个等式。可以利用最小二乘法迭代得到^[17]:

$$p^{k+1} = p^k - [\nabla F(p^k)^T \nabla F(p^k)]^{-1} \nabla F(p^k)^T F(p^k) \quad (8)$$

式(8)中,

$$\begin{aligned} \nabla F(p^k) &= \begin{Bmatrix} \nabla F_1(p^k) \\ \nabla F_2(p^k) \\ \dots \\ \nabla F_n(p^k) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} g_{x1} & \Delta x_1 g_{x1} & \Delta y_1 g_{x1} & \Delta z_1 g_{x1} & g_{y1} & \Delta x_1 g_{y1} & \Delta y_1 g_{y1} & \Delta z_1 g_{y1} & g_{z1} & \Delta x_1 g_{z1} & \Delta y_1 g_{z1} & \Delta z_1 g_{z1} \\ g_{x2} & \Delta x_2 g_{x2} & \Delta y_2 g_{x2} & \Delta z_2 g_{x2} & g_{y2} & \Delta x_2 g_{y2} & \Delta y_2 g_{y2} & \Delta z_2 g_{y2} & g_{z2} & \Delta x_2 g_{z2} & \Delta y_2 g_{z2} & \Delta z_2 g_{z2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{xn} & \Delta x_n g_{xn} & \Delta y_n g_{xn} & \Delta z_n g_{xn} & g_{yn} & \Delta x_n g_{yn} & \Delta y_n g_{yn} & \Delta z_n g_{yn} & g_{zn} & \Delta x_n g_{zn} & \Delta y_n g_{zn} & \Delta z_n g_{zn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

$$F(p^k) = \begin{Bmatrix} F_1(p^k) \\ F_2(p^k) \\ \dots \\ F_n(p^k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g(x_1^k, y_1^k, z_1^k) - f(x_1, y_1, z_1) \\ g(x_2^k, y_2^k, z_2^k) - f(x_2, y_2, z_2) \\ \dots \\ g(x_n^k, y_n^k, z_n^k) - f(x_n, y_n, z_n) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

当给定一个初始 p 值时, 重复上面的迭代过程, 到达一个合适的收敛条件, 将此时的 p 值作为方程的解, 可以得到一个精度较高的亚体素位移结果。本文把收敛条件设定为相邻两次迭代的位移波动小于等于 10^{-3} voxel。

2.3 三维三次 B 样条插值

在亚体素的计算过程中, 必须要获得目标体素点的灰度值和灰度梯度, 但是其对应点往往在目标图像非整数点的位置, 这些数据的获得依赖于对图像进行插值处理, 插值本质上就是对于三维离散点进行拟合的过程, 让三维离散场成为三维的连续场, 从而得到非整数点处的灰度与灰度梯度。在众多的插值运算中, B 样条有着计算稳定、方便、可靠等优点, 可以一次性对全场进行拟合, 很适合于 DVC 运算。

在一维情况下, 可以将离散值表示为下列的连续函数:

$$\phi(x) = \sum_{r=-3}^i c_r N_{r,4}(x) \quad (11)$$

其中 c_r 为控制系数; $N_{r,4}$ 为基函数。基函数方程只与相邻点位置距离有关, 与函数值没有关系, 而在图像中, 相邻点位置都是相等的, 所以它们的基函数只有位置变化, 没有形状变化。只需要计算出一个位置基函数, 其它位置基函数可通过平移得到。其中一个基函数 $N_{0,4}$ 可由下式推导:

$$N_{i,1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [x_i, x_{i+1}] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

$$N_{i,d+1}(x) = \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i} N_{i,d}(x) + \frac{x_{i+1}-x}{x_{i+1}-x_i} N_{i+1,d}(x) \quad (13)$$

式(12)为对于0次条件下的基函数形式,式(13)表示不同阶次基函数之间的递推关系,其中*i*表示位置点,*d*表示B样条的阶次。依次推导下去就可以最后得到 $N_{0,4}$,表达式为:

$$N_{0,4} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{6}x^3 & 0 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 2x + \frac{2}{3} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 10x - \frac{22}{3} & 2 \leq x < 3 \\ -\frac{1}{6}(4-x)^3 & 3 \leq x < 4 \\ 0 & x > 4 \end{cases} \quad (14)$$

其基函数导函数 $N'_{0,4}$ 的表达式为:

$$N'_{0,4} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2 & 0 \leq x < 1 \\ -\frac{3}{2}x^2 + 4x - 2 & 1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{2}x^2 - 8x + 10 & 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{3}(4-x)^2 & 3 \leq x < 4 \\ 0 & x > 4 \end{cases} \quad (15)$$

控制系数 c_r 与离散函数值相关联,可通过构建下列方程组求解:

$$\begin{bmatrix} N'_{-3}(x_0) & N'_{-2}(x_0) & N'_{-1}(x_0) & N'_0(x_0) \\ N_{-3}(x_0) & N_{-2}(x_0) & N_{-1}(x_0) & N_0(x_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{n-3}(x_{n-1}) & N_{n-2}(x_{n-1}) & N_{n-1}(x_{n-1}) & N_n(x_{n-1}) \\ N_{n-3}(x_n) & N_{n-2}(x_n) & N_{n-1}(x_n) & N_n(x_n) \\ N'_{n-3}(x_n) & N'_{n-2}(x_n) & N'_{n-1}(x_n) & N'_n(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-3} \\ c_{-2} \\ \dots \\ c_{n-3} \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f'_0 \\ f_0 \\ \dots \\ f_{n-1} \\ f_n \\ f'_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\mathbf{E} \mathbf{c} = \mathbf{f}$

式(16)中, $\mathbf{E}$ 代表基函数矩阵; $\mathbf{c}$ 代表由控制系数组成的列向量; $\mathbf{f}$ 代表由离散函数值组成的与控制系数对应的列向量。

式(16)方程组可一次性解出所有的控制系数,从而可一步计算得到所有非整数点的值与导数。

在三维体系中,可以对函数进行如下假设:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{r=-3}^i \sum_{s=-3}^j \sum_{t=-3}^k c_{rst} N_{xr}(x) N_{ys}(y) N_{zt}(z) \quad (17)$$

基函数与一维相同,至于系数可以通过下面的方程组进行运算:

$$\mathbf{E}_{ir} \otimes \mathbf{E}_{js} \otimes \mathbf{E}_{kt} \times \mathbf{C}_{rst} = \mathbf{F}_{ijk} \quad (18)$$

$\mathbf{E}_{ir}$ 、 $\mathbf{E}_{js}$ 、 $\mathbf{E}_{kt}$ 是式(16)中的 $\mathbf{E}$ 在 x, y, z 方向上的分量。 $\mathbf{C}_{rst}$ 由控制系数组成的与 $\mathbf{E}_{ir}$ 、 $\mathbf{E}_{js}$ 、 $\mathbf{E}_{kt}$ 相对应的列向量, $\mathbf{F}_{ijk}$ 是与 $\mathbf{C}_{rst}$ 对应的离散函数值,这种张量积方程解法可以参考文献[18],解出系数之后就可以得到三维空间中所有非整数点的灰度值与灰度梯度。

2.4 应变场计算

上述的运算过程可得到全场的位移值。只要进一步得到位移场在各个方向的一阶导数就可以很简

单地计算出物体的应变场。用简单的差分处理得到的一阶导数,受噪音影响很大,很难得到准确的应变值。为了减少噪音的影响,得到一个平滑位移场,本文在一个预定立方体中使用下面的公式进行曲面平滑处理:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z \\ v(x, y, z) &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 z \\ w(x, y, z) &= c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 z \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中 $a_i = 0, 1, 2, 3$, $b_i = 0, 1, 2, 3$, $c_i = 0, 1, 2, 3$ 是待定系数。在应变计算中,本文选用应用范围更广的格林应变,从公式(20)中可获得各个应变分量。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = a_1 + \frac{1}{2} (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2) \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] = b_2 + \frac{1}{2} (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2) \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] = c_3 + \frac{1}{2} (a_3^2 + b_3^2 + c_3^2) \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (b_1 + a_2 + a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2) \\ \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} (c_2 + b_3 + a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3) \\ \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} (a_3 + c_1 + a_3 a_1 + b_3 b_1 + c_3 c_1) \end{aligned} \quad (20)$$

3 实验

基于上述三维相关方法,利用实测 X 射线 CT 数据进行刚性平动和单轴拉伸模拟实验,分析 X-CT 噪音对算法精确度的影响。

3.1 X 射线 CT 实验

本文所有 X-CT 测试结果都是利用东南大学材料科学与工程学院的 X-CT(Y. CT Precision S, YXLON)设备得到的。该设备采用德国产的 YXLON 微焦点计算机断层扫描系统,重建算法采用滤波反投影算法^[19]。获得系列二维 CT 切片数据,读入 Matlab 程序进行后续三维数字图像处理与计算。X 射线源是双头微焦点源(Y. FXE 225.99),电压范围为 10~255kV,最小焦点尺寸低于 3 μ m。探测器为平板探测器(Y. XRD 0820),探测器上像素点为 1024pixels $\times$ 1024pixels,像素尺寸为 200 μ m,因为放大了 4.6 倍,所以有效尺寸为 44 μ m。本文实验中 X 射线管电压为 195kV,管电流为 0.22mA,每次扫描由 1080 个投影构成,得到每个投影的平均时间为 1s。

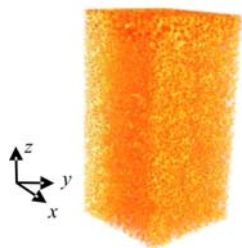


图 2 泡沫金属三维 CT 图像
(400voxel $\times$ 200voxel $\times$ 200voxel
(17.2mm $\times$ 8.6mm $\times$ 8.6mm))

Fig. 2 3D CT image of the metal foam
(400voxel $\times$ 200voxel $\times$ 200voxel
(17.2mm $\times$ 8.6mm $\times$ 8.6mm))

本文所用泡沫金属为 Fe-Ni 合金材料(Fe 70%, Ni 30%),孔隙率为 92%,基体密度为 0.35 g/cm³,样品尺寸为 30mm $\times$ 10mm $\times$ 10mm。

对样品连续扫描两次,得到具有真实 X 射线 CT 噪音的两组 X-CT 数据,X-CT 数据中样品尺寸为 682voxel $\times$ 227voxel $\times$ 227voxel,从中心截取出 400voxel $\times$ 200voxel $\times$ 200voxel (17.2mm $\times$ 8.6mm $\times$ 8.6mm)(如图 2)用于实验计算。位移计算过程中,子体块尺寸为 21voxel $\times$ 21voxel $\times$ 21voxel (0.92mm $\times$ 0.92mm $\times$ 0.92mm),位移计算过程采用子体块的半数重叠来简化计算。

3.2 模拟刚体平动实验

本文模拟了刚性平动实验,模拟过程如下:对一组三维图像进行插值处理,使图像沿 z 轴方向依次平移 0.1voxel(其它

参数不变),生成 11 幅不同亚体素位移平移量的三维图像。分别利用初始两组三维图像与插值得到的三维图像进行相关运算,计算 3375 (15×15×15)个位置点的位移值。由插值图像与插值初始图像相关运算结果可得到无噪音条件下,DVC 计算不同亚体素位移的精确度;由插值图像与另一组图像的相关运算结果可得到在真实 X-CT 噪音条件下,DVC 计算不同亚体素位移的精确度。

3.3 模拟单轴拉伸实验

本文模拟了单轴拉伸实验,模拟过程如下:写一个单轴拉伸变形场到一组 X-CT 图像中。分别利用初始两组三维图像与插值得到的三维图像进行相关运算,各计算 6750 (30×15×15)个位置点的位移值。由插值图像与插值的初始图像的相关运算结果可得到在无噪音条件下,DVC 在单轴拉伸实验的中位移计算情况;由插值图像与另一组图像的相关计算结果可得到在真实 X-CT 噪音条件下,DVC 在单轴拉伸实验中的位移计算情况。

本文模拟的单轴拉伸变形的位移场方程如式(21)所示,控制位移分量 w 为 5%。

$$u=-\frac{\nu Fx}{EA}, v=-\frac{\nu Fy}{EA}, w=\frac{Fz}{EA} \tag{21}$$

式(21)中 F 代表在 z 轴方向受力大小; A 代表在 xy 截面的截面面积; E 代表材料的杨氏模量,本文中材料杨氏模量为 85MPa; ν 代表材料的泊松比,本文泊松比取 0.3。

4 结果与讨论

4.1 初始 X-CT 图像的相关运算

实验 3.1 得到的两组 X-CT 图像中,没有人为位移但拥有独立的 X-CT 固有噪音。同组图像之间没有位移,只有相关噪音,利用同组 X-CT 数据进行相关运算(见 4.1.1),可得到在无位移无噪音条件下 DVC 的精确度;不同组图像之间没有人为位移,有独立的 X-CT 固有噪音,利用它们进行相关运算(见 4.1.2),可得到无人位移但拥有独立 X-CT 固有噪音条件下 DVC 的精确度。对比这两个条件下的精确度,可得到在无人位移无变形条件下,噪音对 DVC 计算精确度的影响。

4.1.1 同组初始 X-CT 图像的相关运算

利用同组初始 X-CT 图像,针对 9216 (36×16×16)个位置点进行相关运算,计算出位移值、应变值统计结果如表 1 所示。

表 1 同组初始 X-CT 图像位移计算统计
Tab.1 Computational statistics of the same X-CT data

	u (10 ⁻⁷ voxel)	v (10 ⁻⁷ voxel)	w (10 ⁻⁷ voxel)	ϵ_{xx} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)	ϵ_{yy} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)	ϵ_{zz} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)	ϵ_{xy} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)	ϵ_{xz} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)	ϵ_{yz} (10 ⁻⁴ $\mu\epsilon$)
Mean	1.3	0.5	0.9	0.5	2.2	0.7	-60	0.3	-0.3
Standard Deviation	11.4	10.7	9.5	146	140	130	42	62	200
Max	91.1	72.5	-72.6	640	520	500	154	212	638
Min	-71.2	73.3	-73.6	-520	-472	-52	-162	-242	-624

本组数据作为一组理想数据验证 DVC 算法的正确性,表 1 中位移的标准偏差与均值都在 10⁻⁶ voxel 以内,应变值的标准偏差与均值都小于 0.1 $\mu\epsilon$,这样的精确度说明了算法本身的可靠性。

但同组 X-CT 数据的 DVC 评测并不能反映 DVC 的真实精确度,本组数据中,数据完全相同,与实际应用情况不符,不能反映真实 X-CT 噪音对 DVC 算法的影响。

4.1.2 不同组初始 X-CT 图像的相关运算

利用不同组初始 X-CT 图像,对其中 9216 (36×16×16)个位置点进行相关运算,位移计算值统计结果如表 2 所示。

表 2 中 w 值明显大于其它两个方向,这并不是 DVC 误差引起的,而是 X-CT 扫描过程中样品发生

了移动。由于样品完全没有发生变形,可认为位移完全是刚性运动,刚性运动的各自由度参数可通过式(22)得到:

$$\begin{aligned} u_{\text{rigid}} + \theta_z y - \theta_y z &\cong u \\ v_{\text{rigid}} - \theta_z x + \theta_x z &\cong v \\ w_{\text{rigid}} + \theta_z x - \theta_x z &\cong w \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $u_{\text{rigid}}, v_{\text{rigid}}, w_{\text{rigid}}$ 是刚性位移中的三个刚性平动自由度; $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 是三个刚性转动自由度; u, v, w 为计算得到的位移值。计算结果除 $w_{\text{rigid}} = 0.21 \text{ voxel}$ 外,其它各分量数值都低于 10^{-3} ,即可认为物体只在 z 轴方向发生 0.21 voxel 的刚体平动。

表 2 不同组初始 X-CT 图像位移计算统计

Tab. 2 Computational statistics of displacement for two X-CT data unloaded

	$u (10^{-3} \text{ voxel})$	$v (10^{-3} \text{ voxel})$	$w (10^{-3} \text{ voxel})$
Mean	-3.24	-3.52	207.33
Standard Deviation	5.09	4.26	8.05
Max	14.84	12.68	228.70
Min	-23.04	-21.34	183.20

这两组不同组的 X-CT 图像,拥有真实的独立的 X-CT 固有噪音,既有独立噪音又有位移数据的 DVC 位移计算结果具有很强的普遍性,可反映 DVC 在实际应用条件下的精确度。由位移分量 u 统计柱状图(图 3)可看出,位移误差分布符合正态分布。只要针对位移量均值误差与标准偏差进行统计分析就能表征位移计算的精确度。应变值是基于位移值计算得到的,应变值也符合正态分布规律。因此均值误差与标准偏差是表征 DVC 计算精确度的重要参数。

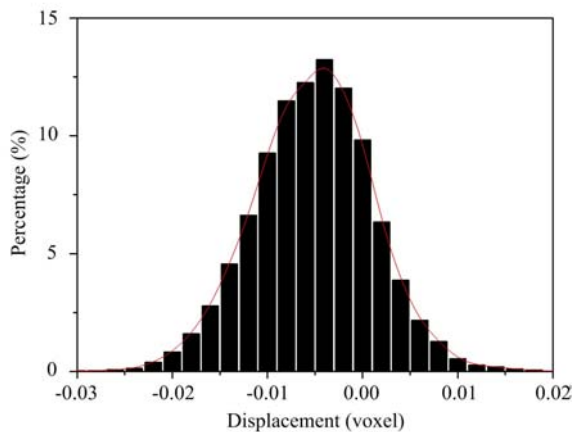


图 3 u 分量的柱状统计图

Fig. 3 Histogram of displacement components u

上述的刚性平动对应变计算没有影响,继续计算可得到各个应变分量,其结果如表 3 所示。

由表 1 和表 3 可知,从无位移无噪音到有位移有噪音数据的 DVC 计算过程中,位移标准偏差从 10^{-6} voxel 增加到 10^{-3} voxel ,应变标准偏差由 $10^{-1} \mu\epsilon$ 增加到 $10^2 \mu\epsilon$ 。误差增大主要有两个原因:噪音与插值。而噪音和插值在实际应用中不可避免,研究噪音与插值各自对 DVC 算法的影响具有很强的现实意义。插值算法的结果与插值量直接相关,接下来通过模拟刚体平动实验讨论噪音与插值对 DVC 位移计算的各自影响。

表 3 不同组 X-CT 图像应变变量计算统计

Tab. 3 Computational statistics of strain for two X-CT data unloaded

	$\epsilon_x (\mu\epsilon)$	$\epsilon_y (\mu\epsilon)$	$\epsilon_z (\mu\epsilon)$	$\epsilon_{xy} (\mu\epsilon)$	$\epsilon_{yz} (\mu\epsilon)$	$\epsilon_{xz} (\mu\epsilon)$
Mean	36	-13	1	-38	1	1
Standard Deviation	102	63	68	39	38	104
Max	273	153	141	85	112	318
Min	-301	-219	-251	-169	-145	-181

4.2 模拟刚性平动实验

模拟不同亚体素位移值的刚性平动实验结果如图4所示,其中(a)、(b)、(c)显示了预加不同亚体素位移时计算位移的均值、均值误差和标准差。

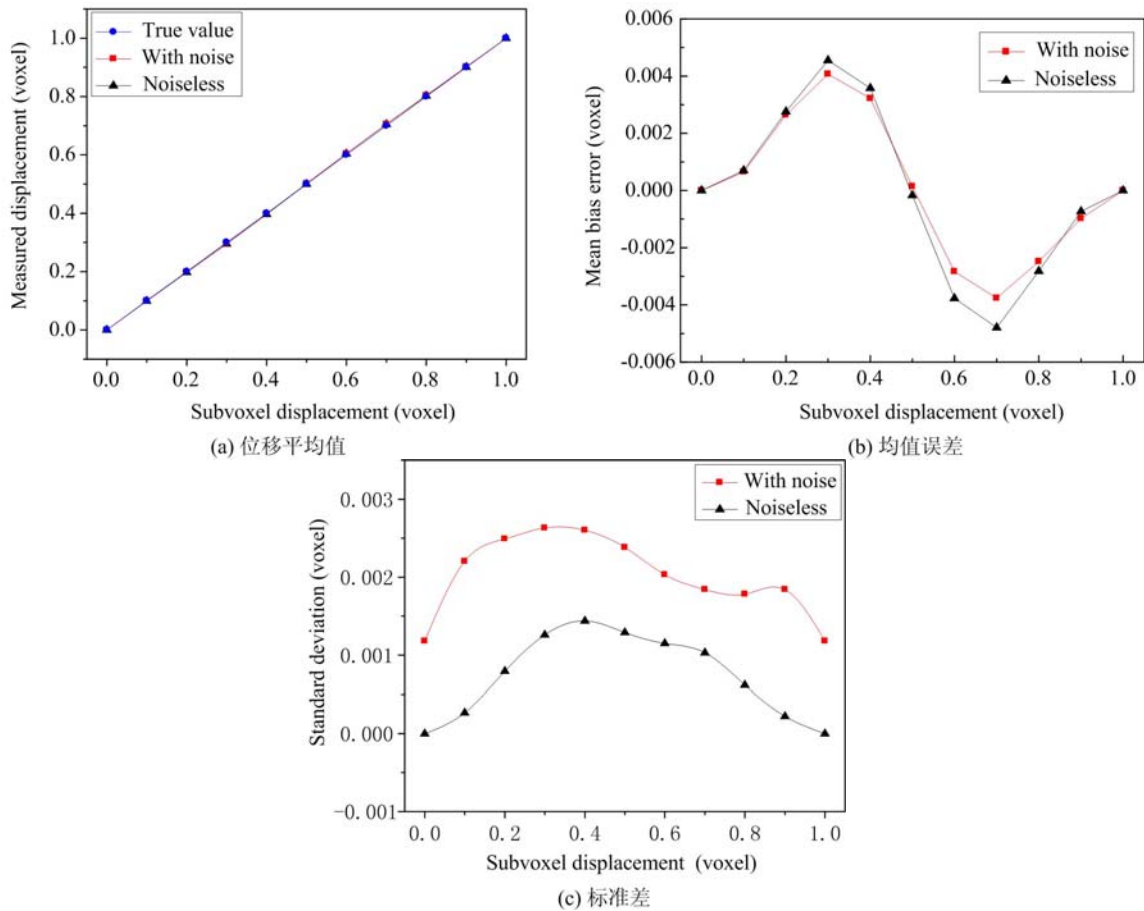


图4 不同亚体素位移计算统计

Fig. 4 Computational statistics of different subvoxel displacement

由图4(a)可知,无论有没有噪音存在,计算位移的均值和预加的亚体素位移值基本一致。由图4(b)可知,无论有没有噪音存在,亚体素位移在0.3voxel与0.7voxel时其均值误差最大,为0.005voxel。均值误差主要由插值算法引起,噪音对位移计算均值误差的影响基本可以忽略。由图4(c)可知,在有噪音条件下计算位移的标准差明显大于无噪音条件下的数据,噪音使计算位移标准偏差的最大值由0.0015voxel增加到0.0026voxel,说明噪音主要影响DVC位移计算精密度。

表4对比了文献中几种典型DVC算法的位移计算精度,尽管不同文献的数据来源不同,但仍然具有一定可比性。其中三维梯度法与三维拟合法只能计算小变形,而计算大变形有困难;莱文贝格法计算简单,但对噪音特别敏感;傅里叶变换法计算方便,但有较大误差。牛顿-拉弗森法有较高的计算精度、很好的抗噪音性能,是DVC最常用的算法,但需要计算二阶梯度,计算过程比较复杂。迭代最小二乘法具有更高的计算精度,计算方法也更加简单。本文采用三次B样条插值相比于其它插值方法,计算方便,精确度高,在DVC算法中具有明显优势。

表 4 不同文献中 DVC 位移计算精度
Tab. 4 The precision of displacement measurement of differement papers

	Bay ^[3]	Franck ^[9]	Niu ^[12]	Wang ^[13]	Huang ^[14]	Pan ^[15]	This paper
Optimization Algorithm	Levenberg	FFT	3-D gradient-base algorithm	3-D fitting algorithm	Newton-Raphson	Iterative least-squares	Iterative least-squares
Interpolation	Cubic	N/A*	N/A	N/A	—**	Cubic	Cubic B-spline
Input Data	Bone X-CT	Agarose X-CT	Al Foam X-CT	Al Foam SR-CT	Simulated volumetric image	Simulated volumetric image	Fe-Ni Foam X-CT
Data Noise	Noise	Noise	Noiseless	Nosieless	Noiseless	Noiseless	Noise
Precision/voxel	0.035	0.06	0.015	0.02	0.026	0.01	0.008

* N/A denotes not applicable ** denotes entries not reported in papers

4.3 模拟单轴拉伸实验

本文模拟了在有噪音两种条件下的单轴拉伸实验,利用 DVC 在这两种条件下的位移场计算结果如图 5 所示。

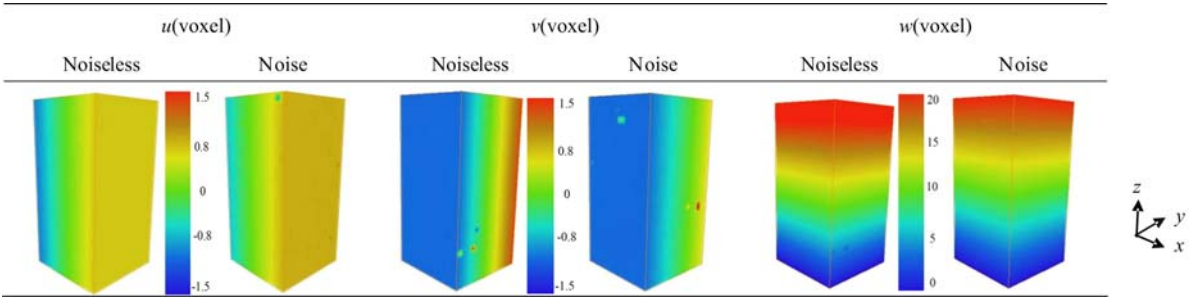


图 5 有噪音与无噪音条件下的单轴拉伸实验的三维位移场分布

Fig. 5 3D distribution figure of displacement field of simulate uniaxial tensile test with noise and without noise

在模拟实验中,无论有没有噪音存在,位移场都与预设的位移场有很好的吻合性,说明在真实 X-CT 噪音条件下,DVC 位移场计算结果可真实地反映出变形过程中的位移场分布。

在单轴拉伸实验的 DVC 计算中,无论对有噪音还是无噪音条件下的数据,都存在部分点位移值明显异于附近点的位移值,在连续的位移场中,可认为这就是一个位移计算错点(错点个数少于 0.2%),本文的处理方法是将周围邻近合理的位移值直接赋在错点位置。尽管如此,由图 5 可看出,无论有无噪音存在,都在一定数量的错点存在,而有噪音条件下错点数目明显多于无噪音条件下的错点,这也是噪音对 DVC 计算影响的重要方面。

5 结论

(1) 本文给出的 DVC 算法,可以针对物体变形进行相关运算,得到较为准确的位移场与应变场。在无噪音条件下位移误差为 0.0065voxel,在真实 X-CT 噪音下,位移误差为 0.008voxle。刚性平动过程中应变误差为 $10^2 \mu\epsilon$ 。

(2) 在真实 X-CT 噪音条件下,DVC 位移计算的系统误差主要由插值算法引起,精密度主要受噪音影响。

(3) 本研究提供的 DVC 算法可相对准确地计算材料的变形,在接下来的研究中将进行基于 X 射线

CT 的原位变形研究。

参考文献:

- [1] 陈建, 康学军. 测量高塑性变形用 20% 大应变应变计[J]. 实验力学, 1994, 9(2):175—180 (Chen Jian, Kang Xuejun. The high elongation strain gages (20%) for measuring large plastic deformation [J]. Journal of Experimental Mechanics, 1994, 9(2):175—180(in Chinese))
- [2] 刘庆潭, 李雅萍. 光弹性测量等色线计算机数字图像色谱仿真[J]. 实验力学, 2010, 25(2):194—198 (Liu Qingtan, Li yaping. Chromatogram simulation by computer digital image for photoelastic isochromatics [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2010, 25(2):194—198(in Chinese))
- [3] Yamaguchi I. A laser-speckle strain gauge [J]. Journal of Physics(E), 1981, 14(5):1270—1273.
- [4] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis [J]. Optical Engineering, 1982, 21(3):427—431.
- [5] Bay B K, Smith T S, Fyhrie D P, et al. Digital volume correlation: Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography [J]. Experimental Mechanics, 1999, 39(3): 217—226.
- [6] Smith T S, Bay B K, Rashid M M. Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization [J]. Experimental Mechanics, 2002, 42(3):272—278.
- [7] Verhulp E, Rietbergen B V, Huiskes R. A three-dimensional digital image correlation technique for strain measurements in microstructures[J]. Journal of Biomechanics, 2004, 37(9):1313—1320.
- [8] Forsberg F, Sjö Dahl M, Mooser R, et al. Full three-dimensional strain measurements on wood exposed to three-point bending: Analysis by use of digital volume correlation applied to synchrotron radiation micro-computed tomography image data[J]. Strain, 2010, 46:47—60.
- [9] Zauel R, Yeni Y N, Bay B K, et al. Comparison of the linear finite element prediction of deformation and strain of human cancellors' bone to 3D digital volume correlation measurements[J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2006, 128:1—6.
- [10] Gates M, Lambros J, Heath M T. Towards High Performance Digital Volume Correlation[J]. Experimental Mechanics, 2011, 51:491—507.
- [11] Franck C, Hong S, Maskarinec S A, et al. Three-dimensional full-field measurements of large deformations in soft materials using confocal microscopy and digital volume correlation[J]. Experimental Mechanics, 2007, 47:427—438.
- [12] 芮嘉白, 金观昌, 徐秉业. 一种新的数字散斑相关方法及其应用[J]. 力学学报, 1994, 26(5):599—607 (Rui Jiabai, Jin Guangchang, Xu Bingye. A new digital speckle correlation and its application[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1994, 26(5):599—607(in Chinese))
- [13] 潘兵, 谢惠民, 戴福隆. 数字图像相关方法中的亚像素位移测量算法研究[J]. 力学学报, 2007, 39(2):245—252 (Pan Bing, Xie Huimin, Dai Fulong. An investigation of subpixel registration algorithms in digital image correlation [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(2):245—252 (in Chinese))
- [14] 牛永强, 胡秋实, 闫德莹 等. 基于数字图像体相关的物体内部三维位移场分析[J]. 实验力学, 2011, 26(3):247—253 (Niu Yongqiang, Hu Qiushi, Yan Deying, et al. Internal 3D displacement analysis using digital image volume correlation method[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2011, 26(3): 247—253(in Chinese))
- [15] 汪敏, 胡小方, 伍小平. 物体内部三维位移场分析的数字图像相关方法[J]. 物理学报, 2006, 55(10):5135—5139 (Wang Min, Hu Xiaofang, Wu Xiaoping. Digital image correlation method for the analysis of 3-D internal displacement field in object[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(10):5135—5139 (in Chinese))
- [16] Jianyong Huang, Xiaochang Pan, Shanshan Li, et al. A Digital Volume Correlation Technique for 3-D deformation measurements of soft gels[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2011, 3(2):335—354.
- [17] 潘兵, 吴大方, 郭保桥. 数字体图像相关方法中基于迭代最小二乘法的物体内部变形测量[J]. 实验力学, 2011, 26(6):665—673 (Pan Bing, Wu Dafang, Guo Baoqiao. Digital volume image correlation by using iterative least-squares for internal deformation measurement of an object[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2011, 26(6): 665—673(in Chinese))
- [18] Buis P E, Dyksen W R. Efficient vector and parallel manipur; action of tensor products[J]. ACM Transactions on

Mathematical Software, 1996, 22(1):18–23.

- [19] 霍修坤. 锥束 CT 直接三维成像算法研究[D]. 安徽大学, 2005 (Huo Xiukun. Research of directly 3D reconstruction algorithm in cone-beam CT[D]. Anhui University, 2005(in Chinese))

Digital Volume Correlation Algorithm Evaluation under X-CT Noise Condition

YANG Peng¹, WAN Ke-shu^{1,2}, QIN Tian-yang³

(1. School of Materials Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Construction Materials, Nanjing 211189, China; 3. Department of Mathematics, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: Digital Volume Correlation (DVC) is one calculation method to obtain the displacement field and stain field in an object deformation process through analyzing two groups of 3D correlated images. Understanding the performance of this algorithm under real noise condition is extremely important for its application. A DVC algorithm was developed based on Newton-downhill method, least square method and tricubic B-spline interpolation. The performance evaluation of this DVC algorithm was carried out by using two groups of 3D X-CT images under real noise condition. In the ideal case without noise, the displacement error of this algorithm is 0.0065voxel; while in the case of X-CT real noise, the displacement error increases to 0.008voxel. The stain error is about $100\mu\epsilon$ from the calculation of repeat unloaded X-CT data. Above results show that DVC algorithm is suitable for calculation of displacement field and stain field in real object deformation.

Keywords: digital volume correlation; X-ray computed tomography (X-CT) noise; least square method; B-spline interpolation