

文章编号: 1001-4888(2016)03-0291-08

数字图像相关方法中匹配及 过匹配形函数的误差分析^{*}

王博, 俞立平, 潘兵

(北京航空航天大学固体力学所, 北京 100191)

摘要: 基于图像子区的数字图像相关方法需采用合适的形函数来近似目标图像子区的真实变形。由于实际测量时目标子区的局部变形往往是未知的, 实际采用的不同阶次(零阶、一阶和二阶)的形函数不可避免地产生误匹配(欠匹配和过匹配)问题, 从而引入位移测量的系统或随机误差。尽管由欠匹配形函数引起的系统误差已被充分认识, 由过匹配形函数引起的位移误差仍缺少理论解释。本文首先推导出采用一阶和二阶形函数的数字图像相关方法的随机误差理论公式, 随后采用一系列数值实验验证了理论公式的准确性。结果显示: 过匹配形函数不会引入额外的系统误差, 但会增加随机误差, 且二阶形函数的随机误差是一阶形函数的二倍。考虑到由欠匹配一阶形函数引入的系统误差往往远大于过匹配二阶形函数的随机误差, 因此在未能确知变形的情况下, 推荐使用二阶形函数。

关键词: 数字图像相关方法(DIC); 位移形函数; 误差分析

中图分类号: O34 **文献标识码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-15-226

0 引言

作为一种基于数字图像处理的光测方法, 数字图像相关方法(Digital Image Correlation, DIC)需采用一种图像匹配算法来实现全场变形测量^[1]。由于具有原理简单、计算效率高、测量精准度高等优势, 基于图像子区的匹配算法(如经典的 Newton-Raphson 算法)被广泛应用。在实际过程中, 基于图像子区的 DIC 算法需采用一种合适的形函数近似目标图像子区的真实变形。已有文献绝大多数都采用能够表征均匀变形的一阶形函数^[2-4]。然而, 考虑试件中可能出现复杂的非均匀变形, 有文献建议采用可近似非均匀变形的二阶形函数^[5,6], 甚至更高阶或者非连续的形函数^[7-9]。

在实际测量中, 选取一种能够准确地描述变形子区内部真实变形的形函数无疑会获得最精准的位移结果。然而, 由于变形后图像子区内部的变形通常是待求的未知量, 且对于不同图像子区往往是不同的, 因而预先选定的形函数不可避免地会出现欠匹配或者过匹配问题, 产生位移偏差(系统误差)和波动(随机误差)。为研究形函数欠匹配对位移测量结果的影响, 研究人员先后给出了欠匹配零阶形函数引入的系统误差的理论公式^[10], 并验证了在 3D-DIC 的左右视图匹配过程中以及在非均匀变形的情况下^[11]使用二阶形函数能够获得更高的位移精准度。

尽管由欠匹配形函数引入的系统误差已得到深入研究, 但与过匹配形函数有关的位移误差分析仍未受到足够重视和充分认识。实际上, 分析不同形函数引起的随机误差及其影响因素, 无疑会有助于选取合适的形函数和子区尺寸来减小这种误差。就此目的, 本文首先推导出由匹配或者过匹配一阶和二

^{*} 收稿日期: 2015-11-21; 修回日期: 2015-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(11272032、11322220、11427802); 北京市科技新星计划(xx2014B034)资助的课题

通讯作者: 潘兵(1978—), 男, 博士, 北京航空航天大学航空科学与工程学院教授。Email: panb@buaa.edu.cn

阶形函数引入的随机误差的解析表达式,随后通过数值模拟实验验证理论公式的正确性,最后给出实际使用 DIC 方法时形函数选择的建议。

1 匹配及过匹配形函数误差的理论分析

首先,令 $f(x, y)$ 和 $g(x', y')$ 分别表示参考图像和变形图像的灰度矩阵, $n_1(x, y)$ 、 $n_2(x', y')$ 分别表示参考图像和变形图像中的高斯随机噪声(假设均值为 0, 标准差为 σ)。在以下推导过程中,本文还假设:1) 各像素点的图像噪声相互独立,且其灰度梯度远小于散斑图像的灰度梯度。这项假设对于通常使用数字相机采集的图像是合理的。2) 由于可以采用优化插值基函数^[12,13]或者低通滤波方法^[14],亚像素位置的插值误差可以忽略。即参考与变形图像中对应位置处的灰度和灰度梯度是相等的。下文简要给出一阶形函数引入的随机误差的理论推导过程以及由三种不同形函数引入的随机误差的理论表达式,具体推导过程见文^[15]。

在 DIC 方法中,常用的零阶、一阶和二阶形函数的表达式分别定义如下:

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + u_i = x_i + u \\ y'_j &= y_j + v_j = y_j + v \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + u_i = x_i + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y \\ y'_j &= y_j + v_j = y_j + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{xx} & u_{xy} \\ v_{xy} & v_{yy} \end{bmatrix} \Delta x \Delta y + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_{xx} & u_{yy} \\ v_{xx} & v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta y^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, (x_i, y_j) 、 (x'_i, y'_j) 分别表示变形前后图像子区中某点的像素坐标; u , u_x , u_y , u_{xx} , u_{xy} , u_{yy} , v , v_x , v_y , v_{xx} , v_{xy} , v_{yy} 是描述图像子区位移、应变和应变梯度的参数。

对于采用一阶形函数的 DIC 方法, $g(x'_i, y'_j)$ 的一阶泰勒展开式可以表示为:

$$\begin{aligned} g(x'_i, y'_j) &\cong g(x_i + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y, y_j + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y) \\ &\quad + (u_e + u_{xe} \Delta x + u_{ye} \Delta y) \cdot g_x(x_i + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y, y_j + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y) \\ &\quad + (v_e + v_{xe} \Delta x + v_{ye} \Delta y) \cdot g_y(x_i + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y, y_j + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, u_e , u_{xe} , u_{ye} , v_e , v_{xe} , v_{ye} 为变形参数误差矢量。

为了推导简便,本文采用最小平方距离(sum-of-squared difference, SSD)相关函数,将上式带入 SSD 相关函数可得:

$$\begin{aligned} C_{SSD} &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [g(x'_i, y'_j) + n_2(x'_i, y'_j) - f(x_i, y_j) - n_1(x_i, y_j)]^2 \\ &\cong \sum \sum [(u_e + u_{xe} \Delta x + u_{ye} \Delta y) \cdot g_x + (v_e + v_{xe} \Delta x + v_{ye} \Delta y) \cdot g_y + g - f + n_2 - n_1]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中, f , g , g_x , g_y , n_1 和 n_2 是移除像素坐标后的缩写形式。

将 SSD 相关函数对变形参数误差矢量 $\mathbf{p}_{1e}$ 求偏导,可得其方差矩阵为:

$$\text{Var}_{1st}(\mathbf{p}_{1e}) = \text{Var}(f - g + n_1 - n_2) \cdot \mathbf{H}_{6 \times 6}^{-1} \cong 2\sigma^2 \cdot \mathbf{H}_{6 \times 6}^{-1} \quad (6)$$

其中, $\text{Var}(\ast)$ 表示方差运算; $\mathbf{H}$ 表示大小为 6×6 的汉森矩阵。因此, u_e 的方差可以表示为:

$$\text{Var}_{1st}(u_e) \cong 2\sigma^2 \cdot (\mathbf{H}^{-1})_{11} = 2\sigma^2 \cdot \frac{1}{|\mathbf{H}|} \cdot (\mathbf{H}^*)_{11} = 2\sigma^2 \cdot \frac{\det(\mathbf{H}_{11}^*)}{\sum_{i=1}^6 (-1)^{1+i} \cdot \mathbf{H}_{i1} \cdot \det(\mathbf{H}_{11}^*)} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{H}^*$ 表示汉森矩阵 $\mathbf{H}$ 的伴随矩阵, $\det(\mathbf{H}_{11}^*)$ 表示矩阵 $\mathbf{H}$ 中元素 $\mathbf{H}_{11}$ 的余子式。进一步推导可以得到:

$$\text{Var}_{1st}(u_e) = \frac{2\sigma^2}{\mathbf{H}_{11}} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^6 [(-1)^{1+i} \cdot \frac{\mathbf{H}_{i1}}{\mathbf{H}_{11}} \cdot \frac{\det(\mathbf{H}_{11}^*)}{\det(\mathbf{H}_{11}^*)}]} = \frac{2\sigma^2}{\sum \sum (g_x^2)} \cdot \frac{1}{1 + C_{1st}^2(g_x, g_y)} \quad (8)$$

上述推导过程可推广到二阶形函数,此时位移误差 u_e 的方差可表示为:

$$\text{Var}_{2\text{nd}}(u_e) = \frac{2\sigma^2}{\mathbf{H}_{11}} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^{12} \left[(-1)^{1+i} \cdot \frac{\mathbf{H}_{i1}}{\mathbf{H}_{11}} \cdot \frac{\det(\mathbf{H}_{i1}^*)}{\det(\mathbf{H}_{11}^*)} \right]} = \frac{2\sigma^2}{\sum \sum (g_x^2)} \cdot \frac{1}{1 + C_{2\text{nd}}^e(g_x, g_y)} \quad (9)$$

通过对一系列不同散斑图像进行统计分析,本文得出参数 $C_{1\text{st}}^e(g_x, g_y)$ 和 $C_{2\text{nd}}^e(g_x, g_y)$ 的大致范围分别为 -0.02 ± 0.02 和 -0.75 ± 0.02 。表1列举了DIC中匹配和过匹配形函数的随机误差表达式。由表1可见,位移测量结果的随机误差与图像噪声的标准差成正比与图像子区的灰度梯度平方和(SSSIG)成反比^[16],但二阶形函数的随机误差是一阶形函数的二倍。虽然在过匹配情况下二阶形函数引入的随机误差较大,但在实际实验中往往会出现形函数欠匹配情况,而由于二阶形函数能够更为准确地表征高阶变形,因此欠匹配情况下二阶形函数引入的随机误差和系统误差会远小于一阶形函数。

表1 不同变形模式下DIC方法中由匹配或者过匹配形函数引起的随机误差

Tab.1 Random errors in DIC due to overmatched or matched shape functions in the case of various deformation modes

Shape function	Zero-order	First-order	Second-order
Rigid body translation	$\frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$	$\frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$	$\frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$
Homogeneous strain	undermatched	$\frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$	$\frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$
Quadratic deformation	undermatched	undermatched	$\frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\sum \sum (f_x^2)}}$

2 实验验证

2.1 刚体平移

本文通过刚体平移数值模拟实验来评价采用三种不同形函数的DIC方法的位移测量结果。首先模拟了一幅大小为 800×800 像素的8-bit灰度图像作为参考图像,随后利用频域相移定理^[16]将参考图像在水平方向连续平移10次,从而生成一系列刚体平移图像(相邻两幅图像间的平移量为0.1像素,最大平移量为1像素)。为模拟实际实验图像中随机噪声的影响,在上述图像中添加了均值为0、标准差分别为1~4灰度的高斯噪声。最后,采用结合了三种不同形函数以及六组不同图像子区尺寸的DIC方法测量上述五组刚体平移图像的位移。图1显示了DIC方法中的计算参数:计算区域为 600×600 像素,图像子区尺寸为 $N \times N$ 像素($N=11 \sim 61$),计算步长为5像素。此外,DIC方法中采用经典的Newton-Rapshon算法作为亚像素配准算法和双三次拉格朗日插值作为亚像素灰度插值算法。

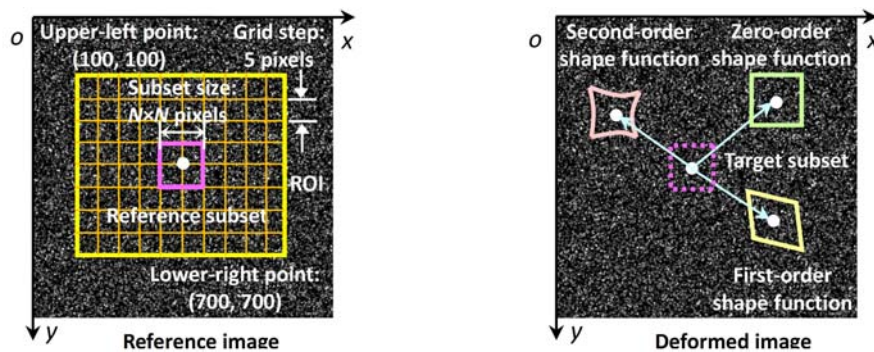


图1 采用三种不同形函数的DIC方法的计算参数及变形子区示意图

Fig.1 Schematic diagram showing the calculation parameters and the deformed subsets in DIC using three different shape functions

图2显示了第三组平移实验中采用三种不同形函数的DIC方法(图像子区尺寸为 41×41 像素)测量的位移平均偏差和标准差。注意到该图中平均偏差的正弦分布由灰度插值误差引起,与形函数的选取无关。并且由图2(a)可见,通过采用窗口尺寸为 5×5 像素的高斯预滤波技术^[15],平均偏差能够明显

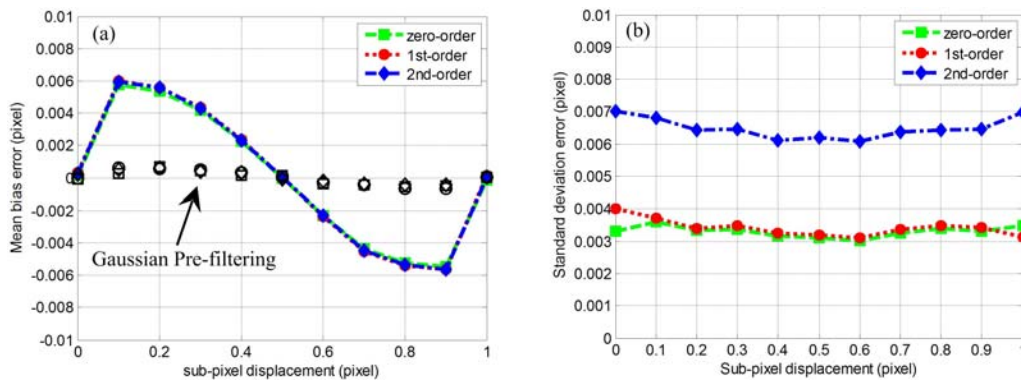


图 2 采用三种不同形函数的 DIC 方法的位移计算结果:(a)平均偏差和(b)标准差

Fig. 2 (a) Mean bias errors and (b) standard deviation errors of the displacement results measured by DIC using three different shape functions

减小甚至可以忽略。图 2(a)显示过匹配形函数在位移测量过程中不会引入额外的系统误差。由图 2(b)可见,在形函数匹配或者过匹配的情况下,随机误差几乎不随刚体平移量的改变而变化,零阶和一阶形函数能够引入几乎等量的随机误差。因此,下文中将 11 组随机误差的平均值作为最终实验结果与理论值进行比较。

图 3 分别显示了由采用三种形函数的 DIC 方法计算的实验标准差和由表达式预测的理论标准差与图像噪声标准差和图像子区尺寸之间的关系。可以看出:(1) 三种形函数对应的标准差均与噪声标准差呈线性正比关系,与图像子区尺寸呈反比关系;(2) 在图像子区尺寸相同的情况下,零阶和一阶形函数产生等量的标准差,而二阶形函数引入二倍于前两者的标准差;(3) 当二阶形函数采用的图像子区尺寸为一阶形函数的二倍时,二者产生的标准差几乎相等。最后,实验结果显示的随机误差与由理论公式计算的随机误差十分吻合。同时应当注意到:数值模拟所用的无噪声图像时,灰度取整产生的截断误差使得位移标准差不为零,因此与理论值有一定程度的偏差;而在图像子区尺寸较小时,图像子区中用于相关匹配的灰度信息不足,使得实际的位移标准差相对于理论值稍稍偏大。

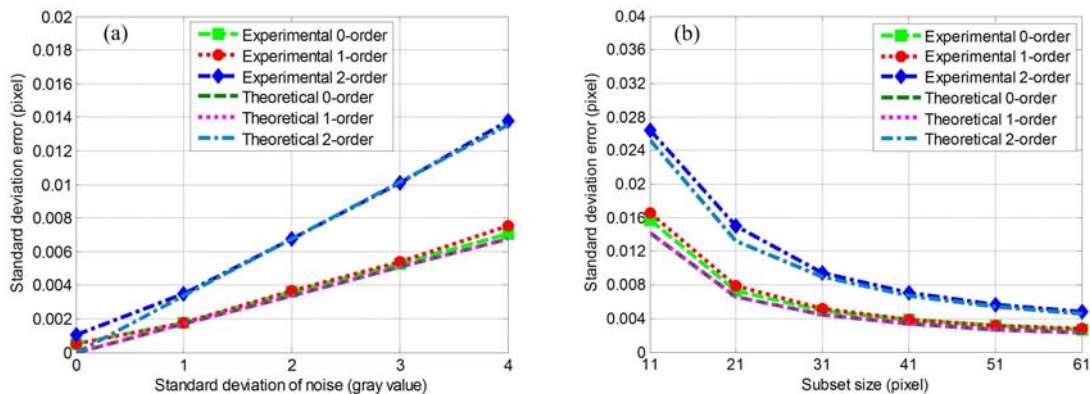


图 3 刚体平移实验中由 DIC 方法测量的随机误差及由公式预测的随机误差与(a)噪声标准差(子区为 41×41 像素);(b)子区尺寸(噪声方差为 4)之间的关系

Fig. 3 Experimentally obtained and theoretically predicted random errors involved in DIC in rigid-body translation test as a function of: (a) standard deviation of image noise (a fixed subset with a size of 41×41 pixels); (b) subset sizes (image noise with a variance of 4)

2.2 均匀应变实验

本文采用均匀应变数值实验来分析匹配和过匹配形函数误差。利用数字图像处理中反向映射技术将 1% 至 10% 的横向应变施加到上文中参考图像中,从而获得 10 幅均匀应变图像,并在上述数字图像序列中添加了均值为 0、标准差为 1~4 灰度值的高斯噪声。最后,分别采用结合了三种不同形函数以及六组不同图像子区尺寸的 DIC 方法分别测定上述五组均匀应变图像的全场位移。图 4 绘制了均匀

应变实验中由采用两种形函数的 DIC 方法计算的位移标准差和由表 1 中的理论公式预测的标准差与图像噪声标准差和图像子区尺寸之间的关系。同样地,在均匀应变的情况下,过匹配二阶形函数产生的随机误差是一阶形函数的二倍,且实验结果与理论预测值十分吻合。

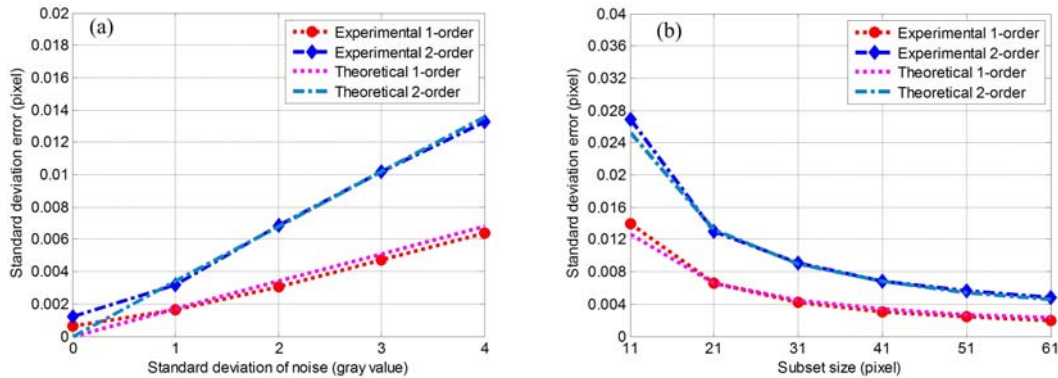


图 4 均匀应变实验中由 DIC 方法测量的随机误差及由公式预测的随机误差与
(a)噪声标准差(子区为 41×41 像素);(b)子区尺寸(噪声方差为 4)之间的关系

Fig. 4 The relationship between experimentally obtained random errors as well as theoretically predicted random errors involved in DIC in homogeneous strain test and: (a) standard deviation of image noise (a fixed subset with a size of 41×41 pixels); (b) subset sizes (image noise with a variance of 4)

2.3 非均匀变形实验

为更为全面地研究过匹配或过匹配形函数的随机误差,本文将包含线性和二次变形的组合变形施加到如图 1 所示的参考图像中,并采用分别结合一阶和二阶形函数的 DIC 方法计算变形图像的位移。图 5 分别显示了计算区域中的真实 u 位移场以及沿线段 AB 的位移分布情况。由图 5(b)所示,横向坐标分别为 $100 \sim 390$ 像素和 $410 \sim 700$ 像素的区域为一阶变形区域,二阶形函数在该区域会产生过匹配问题,横向坐标为 $390 \sim 410$ 像素的区域为二阶变形区域,一阶形函数会引入欠匹配误差。同样地,为上述两幅图像添加了均值为 0、标准差为 2 的高斯噪声。

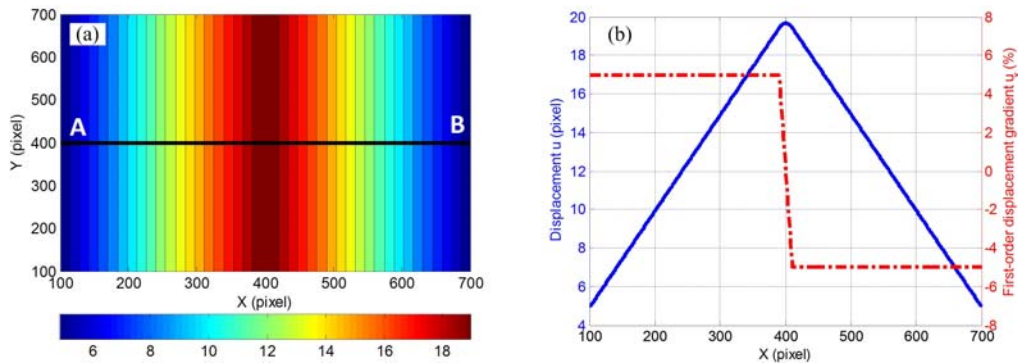


图 5 (a)计算区域内的真实 u 位移场;(b)沿 AB 线段的位移 u 及位移梯度 u_x 分布情况

Fig. 5 (a) The actual u displacement field within the region of interest (ROI) of the reference image;
(b) the distribution of displacement u and displacement gradient u_x along line AB

图 6 显示了分别由一阶和二阶形函数计算的位移场与真实位移场之间的偏差。可以看出:由于明显的欠匹配问题,一阶形函数产生的误差最大值分布在二阶变形区域,而二阶形函数能够明显消除由于欠匹配问题产生的系统误差。由图 6 中显示的位移偏差的平均值和标准差可以看出:欠匹配形函数能够引起显著的系统误差和随机误差。同时,黄色区域对应的标准差数据也验证了二阶形函数引入的随机误差与一阶形函数之间的二倍关系。尽管过匹配形函数引入了较大随机误差,这项误差也仅是欠匹配形函数引起的系统误差的 $1/30$ 。

2.4 单向拉伸实验

为检验一阶和二阶形函数在真实实验中的位移误差,本文分析了在铝合金 PLC(Portevin-Le Chat-

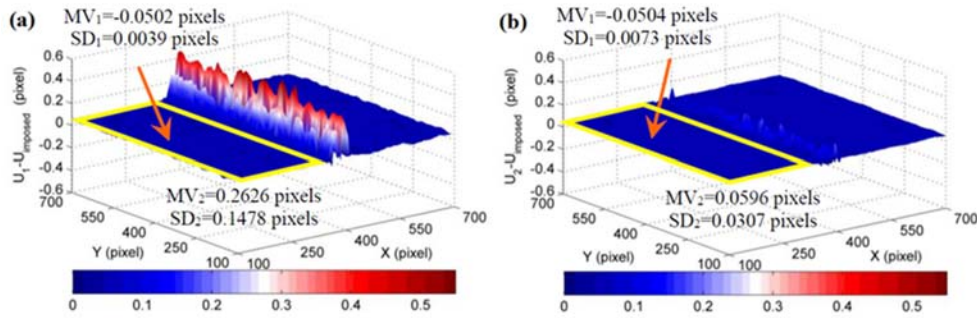


图 6 真实位移场与(a)一阶形函数和(b)二阶形函数计算的位移场间的偏差, 及一、二阶变形区域中偏差的均值(MV_1, MV_2)和标准差(SD_1, SD_2)

Fig. 6 Differences between the imposed displacements and the measured ones using (a) 1st-order shape function and (b) 2nd-order shape function as well as the mean value (MV_1, MV_2) and standard deviation (SD_1, SD_2) of the differences within the region with linear and quadratic deformation, respectively

elier)带形成过程中采集到的两幅散斑图像(见图 7(a)和(b))。本次实验的加载速度与相应的轴向应变率分别为 $50\mu\text{m/s}$ 和 $9.1 \times 10^{-4}/\text{s}$ 。定义在参考图像上的计算区域中的图像子区尺寸和计算步长分别设置为 61×61 像素和 5 像素,共有 2375 个均匀分布的计算点。图 7(c)和(d)显示了分别使用一阶和二阶形函数计算的 v 位移场。可以看出变形带呈现出明显的局部化特性,且沿横截面方向呈 $\pm 28^\circ$ ($\pm 2^\circ$)倾角。

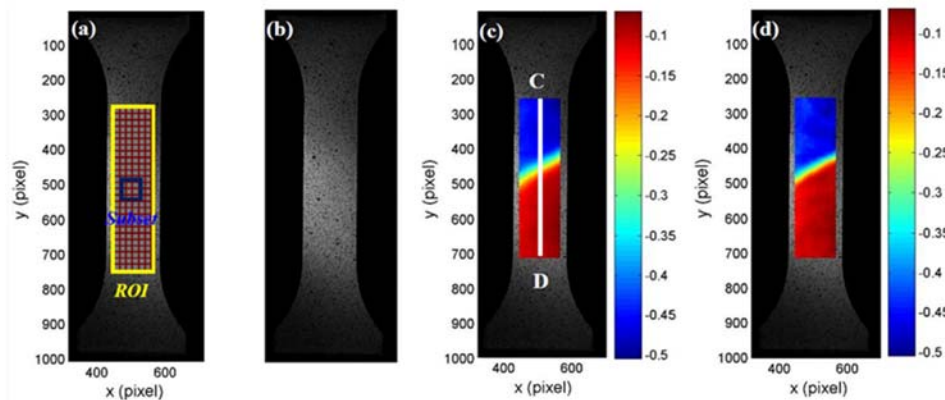


图 7 (a) 参考图像及定义的计算区域;(b)变形图像;

采用(c)一阶形函数和(d)二阶形函数的 DIC 方法计算的纵向位移场

Fig. 7 (a)reference image with the ROI predefined on it; (b)deformed image; (c)the measured vertical displacement field using 1st-order shape function; (d) the measured vertical displacement field using 2nd-order shape function

图 8(a)直观地显示分别采用一阶和二阶形函数的 DIC 方法计算的纵向位移偏差的分布情况。可以看出,最大位移偏差集中分布在 PLC 带的附近区域,这种偏差可以完全归因于 DIC 计算中采用的形函数。此外,图 8(b)展示了分别由一阶和二阶形函数计算的位移沿 CD 线段的分布情况以及两者之间的偏差。实验结果显示二阶形函数能够在 PLC 带上产生更陡峭的位移分布,且在 PLC 带边缘产生更为明显的位移突变,因而二阶形函数能够产生更为接近理论模型的位移结果^[17]。因此,在实际测量过程中,二阶形函数能够产生更小的位移误差,具有更高的位移测量精度。

4 结论

在应用数字图像相关方法进行变形测量时,由于目标图像子区中的局部变形往往无法预知,因此难以预先选择一种能够准确表征图像子区内部真实变形的最优形函数。预先选定的形函数不可避免地会产生欠匹配或过匹配问题,从而引入额外的位移测量系统误差和随机误差。本文首先从理论上推导了不同形函数过匹配情况下位移误差的显式表达式。随后,采用三组包含不同变形形式的数值模拟实验

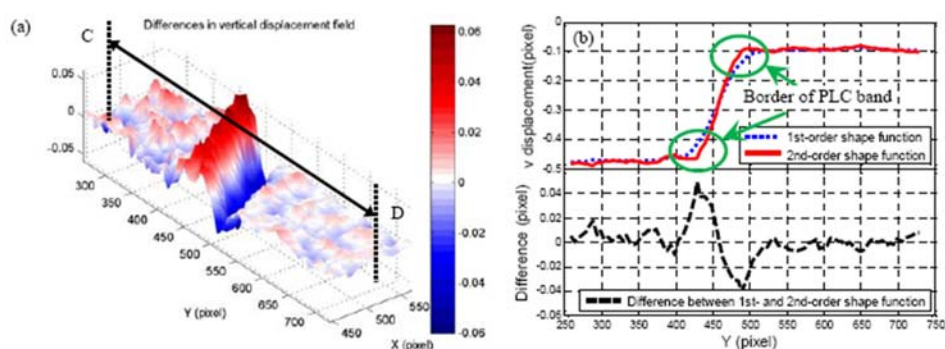


图8 (a)由一、二阶形函数计算的纵向位移场的偏差;

(b)由一、二阶形函数计算的位移沿CD的分布情况及两者间的偏差

Fig. 8 (a) The differences of the vertical displacements between 1st- and 2nd-order shape functions; (b) the vertical displacement distributions using 1st- and 2nd-order shape functions and their difference along line CD

详细研究了过匹配形函数的位移误差,验证了理论公式的正确性。理论分析和实验结果显示:

(1) 在形函数匹配或者过匹配的情况下,二阶形函数引入的随机误差近似为一阶形函数的二倍,且与图像噪声标准差呈线性正比关系,与SSSIG呈反比关系;

(2) 过匹配形函数不会增加系统误差但会引入额外的随机误差,且这种随机误差会远小于欠匹配形函数引起的系统误差;

(3) 通过选取二倍的图像子区尺寸,过匹配二阶形函数产生的随机误差将与一阶形函数持平,即额外的随机误差会得以消除。此外,非均匀变形真实实验结果显示采用二阶形函数计算的位移结果优于通常使用的一阶形函数。

基于以上结果,本文做出如下形函数选择建议:除非已知试样为零阶或一阶变形,否则应采用二阶形函数,而图像子区的尺寸可根据要到达的位移精度及已知的图像噪声水平自动选取。

致谢: 论文中使用的铝合金PLC滑移带实验图片由中国科学技术大学光测力学实验室提供,在此向张青川教授和程腾博士表示诚挚感谢!

参考文献:

- [1] Pan B, Qian K, Xie H, et al. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review[J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(6):062001.
- [2] Pan B, Wang B, Lubineau G, et al. Comparison of subset-based local and finite-element based global digital image correlation[J]. Experimental Mechanics, 2015, 55(5):887-901.
- [3] Bruck H A, McNeill S R, Sutton M A, et al. Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction[J]. Experimental Mechanics, 1989, 29(3):261-267.
- [4] Pan B, Li K. A fast digital image correlation method for deformation measurement[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2011, 49(7): 841-847.
- [5] Lu H, Cary P D. Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient[J]. Experimental Mechanics, 2000, 40(4):393-400.
- [6] Gao Y, Cheng T, Su Y, et al. High-efficiency and high-accuracy digital image correlation for three-dimensional measurement[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 65:73-80.
- [7] Bornert M, Brémand F, Doumalin P, et al. Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results[J]. Experimental Mechanics, 2009, 49(3):353-370.
- [8] Valle V, Hedan S, Cosenza P, et al. Digital image correlation development for the study of materials including multiple crossing cracks[J]. Experimental Mechanics, 2015, 55(2):379-391.
- [9] 张晓川, 陈金龙, 赵钊 等. 基于双线性位移模式数字图像相关方法的误差分析及应用[J]. 实验力学, 2013, 28(6):683-691 (ZHANG Xiaochuan, CHEN Jinlong, ZHAO Zhao, et al. Error analysis and application of digital

- image correlation based on bilinear displacement approximation[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2013, 28(6):683—691 (in Chinese))
- [10] Schreier H W, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2002, 42(3):303—310.
- [11] Yu L, Pan B. The errors in digital image correlation due to overmatched shape functions[J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26(4):045202.
- [12] Luu L, Wang Z, Vo M, et al. Accuracy enhancement of digital image correlation with B-spline interpolation[J]. *Optics Letters*, 2011, 36:3070—3072.
- [13] 王朝阳. 数字图像相关方法的准确度与速度增强[J]. *实验力学*, 2011, 26(5):632—638 (WANG Zhaoyang. On the accuracy and speed enhancement of digital image correlation technique[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2011, 26(5):632—638 (in Chinese))
- [14] Pan B. Bias error reduction of digital image correlation using Gaussian pre-filtering[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(10):1161—1167.
- [15] Wang B, Pan B. Random errors in digital image correlation due to matched or overmatched shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(9):1717—1727.
- [16] 潘兵, 吴大方, 夏勇. 数字图像相关方法中散斑图的质量评价研究[J]. *实验力学*, 2010, 25(2):120—129 (PAN Bing, WU Dafang, XIA Yong. Study of speckle pattern quality assessment used in digital image correlation[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2010, 25(2):120—129 (in Chinese))
- [17] Zhang Q, Jiang Z, Jiang H, et al. On the propagation and pulsation of Portevin-Le Chatelier deformation bands: An experimental study with digital speckle pattern metrology[J]. *International Journal of Plasticity*, 2005, 21(11):2150—2173.

On the Error Analysis of Matched and Overmatched Shape Function in Digital Image Correlation Method

WANG Bo, YU Li-ping, PAN Bing

(Institute of Solid Mechanics, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Digital image correlation method (DIC), which is based on image sub region, should use the appropriate shape function to approximate the real deformation of target image sub region. Since in most practical measurement, the local deformation of target sub region is generally unknown, and the practically adopted shape functions with different orders of Taylor's expansion (e. g., zero-order, first-order and second-order) inevitably produce mismatch (undermatched or overmatched) problems, resulting in additional systematic error or random error in displacement measurement. Although the systematic error due to undermatched shape functions has been thoroughly studied, but the displacement measurement error associated with overmatched shape functions is still lack of theoretical analysis. In this work, theoretical formula for random error associated with first-order and second-order shape functions adopted in DIC method was derived first. Then, a series of numerical experiments were adopted to verify the correctness of theoretical formula. Experimental results reveal that overmatched shape function will not induce additional systematic error, but will increase random error, and that the random error from second-order shape function is two times of that from first-order shape function. In addition, taking into account that the systematic error due to undermatched first-order shape function is often far larger than the random error due to overmatched second-order shape function, so under unknown deformation condition, second-order shape function is recommended in practical application.

Keywords: digital image correlation(DIC); displacement shape function; error analysis