

文章编号:1001-4888(2010)05-0509-07

## 软材料接触力学问题的实验研究

谭晓华<sup>1</sup>, 仇巍<sup>1</sup>, 李晓雷<sup>2</sup>, 黄干云<sup>1</sup>, 肖霞<sup>1</sup>, 兮一澜<sup>1\*</sup>

(1. 天津大学 机械学院力学系, 天津 300072; 2. 河北工业大学 机械学院力学系, 天津 300130)

**摘要:** 针对硫化硅橡胶在刚性压头作用下的大变形接触问题, 研究了橡胶类软材料接触区区域变形场的实验测量技术。为了研究硫化硅橡胶与刚性体在试件内部接触的大变形问题, 本文提出了一种体内数字栅云纹实验技术, 给出了该技术的原理和实现方法。然后运用数字图像处理方法得到了橡胶材料大变形位移  $u$  场、 $v$  场, 并结合橡胶材料在压头作用下的理论分区模型, 分析了软材料接触区域的大变形场, 讨论了接触区域的变形分区规律, 并初步给出了接触区域应变计算方法。

**关键词:** 数字云纹技术; 软材料; 大变形; 接触问题; 体内栅

**中图分类号:** O348.1      **文献标识码:** A

### 0 引言

软材料是介于固体和理想流体之间的一类特殊材料<sup>[1]</sup>, 例如橡胶、生物组织、液晶等。与一般工程材料相比, 软材料具有独特的优良特性, 如橡胶具有柔韧、耐磨、耐腐蚀、绝热绝缘等, 在航空航天、工业工程和生物材料与医学等领域具有广泛应用背景<sup>[2]</sup>。但是软材料具有复杂的力学性质, 比如对外界的微小作用具有敏感性, 施加小载荷即可产生较大变形, 其变形响应具有几何非线性与物理非线性的特点, 在接触问题中还具有接触边界非线性特点。因此, 有关软材料力学性能的研究引起越来越多的研究者的兴趣。

在接触力学研究中, 由于各种数值算法的发展以及大量的理论研究, 弹性接触问题已经取得了很大进展, 建立了各种经典的接触理论模型<sup>[3,4]</sup>, 并在包括一些软材料力学性质的压痕测试等领域(如 J. Scheibert<sup>[5]</sup>, Wang<sup>[6]</sup>等)得到了广泛应用。然而这些接触问题理论解大都基于弹性小变形假设, 局限于几类典型的弹性接触力学问题, 对于软材料大变形接触问题不具有普适性。在软材料大变形接触问题中, 由于几何、材料以及边界条件多重非线性因素导致相关数值模拟困难, 包括摩擦效应等可能导致数值求解无法收敛<sup>[7]</sup>, 因此, 软材料大变形接触力学问题研究与弹性小变形接触力学的研究相比, 更加复杂。由于受到实验测试手段的限制, 目前尚未见到有关软材料大变形接触问题的实验研究工作的文献报道。

在已有的实验测量方法中, 云纹法是一种发展较成熟的光学测量方法。该方法主要用于面内位移测量, 给出物体表面的二维位移场, 具有全场测量、实时、非接触的优点, 对测试对象的材料性能、变形范围、承载方式等没有特殊要求, 而且测试设备简单<sup>[8]</sup>, 随着计算机技术、数字图像处理技术的发展, 出现了数字云纹测量技术, 张海波等<sup>[9,10]</sup>研究了二维全场条纹图全自动处理的方法, 并将其用于细观力学问题的位移、应变场的测量; 与传统云纹相比, 数字云纹在栅线的选择和制备上更为方便, 可以由计算机生

\* 收稿日期: 2010-06-01; 修订日期: 2010-07-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10732080)和教育部博士点基金新教师项目(20090032120008)资助

通讯作者: 兮一澜(1954—), 女, 教授, 博导。主要研究领域: 固体力学, 实验力学测试技术。E-mail: tju\_ylkang@tju.edu.cn

成数字参考栅线,也可以由显示器或显微镜的扫描线作为参考栅线<sup>[11]</sup>,还可以选取物体规则的微观晶格结构作为变形栅等<sup>[12,13]</sup>。数字云纹在软材料的大变形测量方面具有独特优势,亢一澜等将这一方法用于橡胶大变形断裂问题研究<sup>[14,15]</sup>,给出并研究了裂纹区域的实验位移场。对于软材料大变形接触力学问题,目前缺少有效的实验测量手段。已有的数字云纹或散斑相关等光学实验方法可以实现被测物表面的二维或三维变形场测量,但是在接触载荷作用的局部区域会产生复杂的三维大变形,被测物表面的离面位移会引起较大实验误差,因此,这些方法不能直接用于软材料大变形接触问题实验测量。

针对软材料大变形接触的实验问题,本文提出了体内制栅数字云纹法。该方法在透明材料内部制备栅线,避免了三维离面变形对面内二维变形的测量影响。采用数字图像处理技术,可以给出材料的全场以及接触区域附近的变形信息。本文分析了圆形压头与软材料接触作用所得到的实验变形场,分析了接触问题变形场的变形特征,讨论了接触区域的应变测量方法。

## 1 软材料接触问题的数字云纹实验

### 1.1 数字云纹图像技术简介

云纹测量技术以栅线为基本元件,其中变形栅线是物体变形信息的载体,将变形栅与未变形的参考栅进行重叠发生几何干涉形成云纹条纹,通过分析云纹条纹来测定变形物体的位移场和应变场。在传统云纹法中,是通过对云纹条纹的逐条和逐点测量求得有关位移和应变的数值,因而效率较低。数字图像处理技术引入到光测实验力学后,把测量图像中的灰度信息转化成数字信息进而转化为位相信息,实现了全场的云纹数字提取,提高了测量的精度和速度。随着计算机技术、图像板和CCD摄像器件性能的不断提高,数字云纹图像测量技术不断地得到发展。

在实验过程中实时采集物体变形栅图像并进行二值化处理,以计算机生成的二值化数字栅线作为参考栅,将变形栅与参考栅叠合进行数字图像的逻辑运算。在数字图像处理过程中,用光强分布函数  $T(x, y)$  表征周期性的栅线图像,以水平栅线形成云纹条纹为例,  $T_1(x, y)$ 、 $T_2(x, y)$  分别表示参考栅线图和变形栅线图,两组栅线叠合所形成的云纹条纹的光强分布函数为:

$$\begin{aligned} T(x, y) = T_1 T_2 &= a_0^2 + a_0 a_1 \cos \frac{2\pi[x - u(x, y)]}{p} + a_0 a_1 \cos \frac{2\pi x}{p} \\ &+ \frac{1}{2} a_1^2 \cos \frac{2\pi[2x - u(x, y)]}{p} + \frac{1}{2} a_1^2 \cos \frac{2\pi u(x, y)}{p} \end{aligned} \quad (1)$$

图像函数  $T(x, y)$  须经过 A/D 转换技术,使其在空间和幅度大小上数字化。本文中数字栅的图像为 8bit,所以图像灰度经 A/D 转换后量化成 256 个灰度级,以数字图像的形式存储于磁盘的数据文件中。在逻辑运算前还需对变形栅线图像进行处理,去除图像采集过程中引入的噪声,然后进行条纹增强并光滑栅线,得到清晰的、可用于运算的变形栅线图像。逻辑运算中的操作有很多种,为了生成与实际几何栅线叠加产生条纹等效的逻辑云纹,本文采用了一种结合传统云纹条纹明暗特征的逻辑算法<sup>[15]</sup>。

生成逻辑云纹图后,通过滤波、相移、去包裹运算等过程可以得到图像上各点的相位分布,将(1)式中的高频项滤掉,由此云纹条纹的光强分布可以简化为:

$$T \approx \frac{1}{2} a_1^2 \cos \frac{2\pi u(x, y)}{p} \quad (2)$$

从而,条纹图上任意点的位移与相位的对应关系为:

$$u(x, y) = \frac{p}{2\pi} \phi(x, y) \quad (3)$$

(3)式给出相位  $\phi(x, y)$  与位移  $u(x, y)$  间的线性关系,数字云纹图像处理技术是通过测量图像各点的相位来求解位移的。

数字图像技术处理的主要技术流程简介如下:

1) 前处理阶段,准备参考栅线和变形栅线。其中参考栅线是由计算机自动生成的二值图像,变形栅线是用 CCD 摄像机实时采集的物体变形的实验图像。先将水平、竖直栅线进行分离,避免相互干扰,然后对变形栅线进行二值化处理,即将其 0~255 分布的灰度图像转化为 0 和 1 分布的逻辑图像,最后

再去噪、增强。

2) 图像处理阶段,包括四个环节:逻辑运算生成逻辑条纹图、低通滤波生成数字条纹图、四步相移生成含包裹相位图以及采用 Macy 算法去包裹处理,生成去包裹相位图。

3) 计算并输出结果阶段,即根据云纹条纹的相位信息,计算得到直角坐标系下的位移场信息,包括水平位移场  $u$  和铅垂位移场  $v$ 。之后,可选择有限变形几何方程计算水平应变  $\epsilon_x$ 、竖直应变  $\epsilon_y$  和角应变  $\epsilon_r$ ,进而利用材料对应的本构关系求取应力场分布。

## 1.2 软材料接触力学试件与体内栅技术

已有的云纹与云纹干涉实验是在试件表面制备栅线,并由此测量试件二维平面变形场。但是这一方法用于软材料大变形接触实验时会在接触面周边产生三维离面位移,引起较大实验误差。为此,本文提出了体内制栅技术,将试件栅制备在透明大变形材料的内部,实现体内栅数字云纹测量。本实验所采用的试件材料为硫化硅橡胶。

试件制备分为两步,首先固化一半液态硅橡胶材料,由计算机绘制出栅线,并转移到材料表面;然后在栅线表面继续固化余下的液态硅橡胶材料,这样栅线就制备在了试件材料内部。固化后的硅橡胶材料无色透明,便于用 CCD 采集到体内栅变形信息,由于体内栅线位于试件和楔形压头厚度中间对称面,体内栅线层处于平面应变状态,所以避免了实验时的三维离面位移。

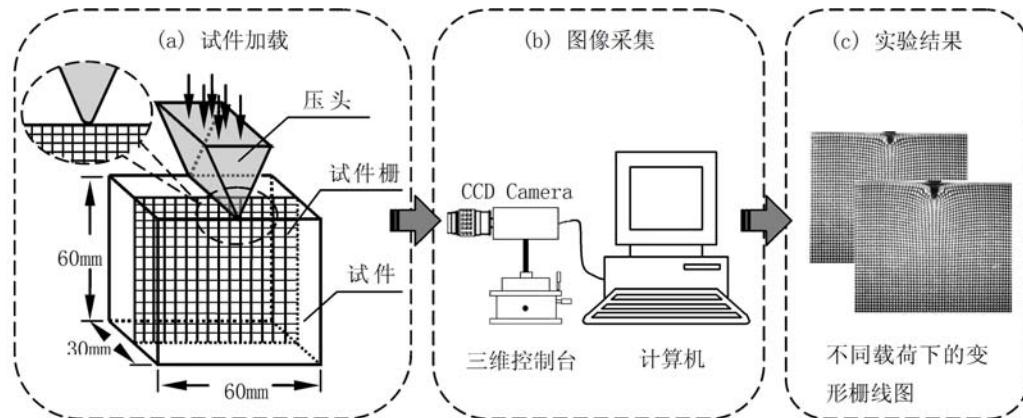


图 1 软材料接触实验示意图(a)软材料接触力学实验与体内栅技术(b)栅线图像采集系统(c)图像采集结果

Fig. 1 Schematic of experiment (a)inner-grating technology and specimen under loading

(b)image-acquisition system (c)experimental Images

本文试件尺寸为  $60\text{mm} \times 60\text{mm} \times 30\text{mm}$ ,如图 1 所示,考虑到硅橡胶软材料大变形的特点<sup>[16]</sup>,实验中采用了密度较低的 1 线/mm 的正交栅作为变形栅。实验压头为圆头楔形,圆头半径  $R=1.6\text{mm}$ 。所使用的载荷试验机为 CSS-44001 型电子万能试验机,在受压之前试件处于无应力状态,给定位移量加载,最大载荷达到 131N。压头表面没有进行润滑处理,压头与试件间的接触界面属于带有摩擦的接触界面。

体内栅数字云纹技术的实验采集系统与数字云纹技术相同,包括:镜头与 CCD 摄像机,照明光源,三脚架,控制计算机与图像采集分析识别系统。制备好硅橡胶试件后,进行中心对准并在侧边固定。实验时,记录每个加载状态下的位移和载荷数据,同时用 CCD 图像采集系统将变形栅线图采集并保存在计算机内,以备后面的分析计算。实验系统与试件如图 1 所示,其中(c)给出了当压力  $P=34.56\text{N}$  和  $P=56.15\text{N}$  时的云纹栅线图。

## 2 软材料接触力学问题实验力学分析

### 2.1 软材料接触力学问题在接触区域的位移场分析

选择载荷为  $F=34.56\text{N}$  时的变形栅线图像进行分析,试件变形栅线清晰并且接触边界没有开裂,采用上述数字云纹图像技术对变形栅线图进行图像处理,分别得到水平栅线和竖直栅线的四步相移数

字云纹条纹,图2给出了相移为0时的两幅云纹图。考虑到加载点与数字图像处理技术,基于实验载荷与试件的对称性,本文在图像处理时取了左半部分。

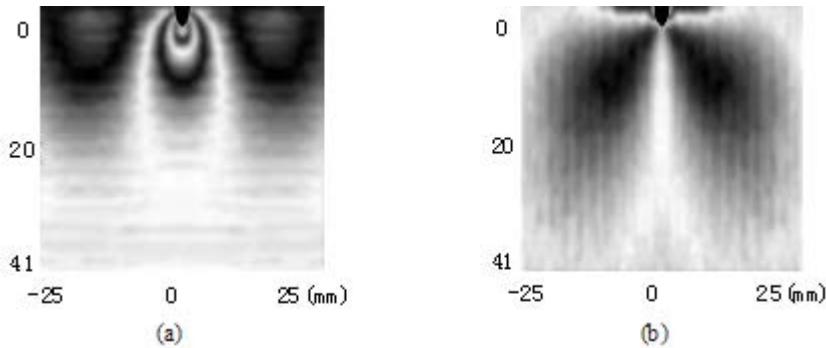


图2 载荷  $F=34.56\text{N}$ ,相移  $\delta=0$  时的数字云纹条纹图;(a) 水平栅线云纹图 (b) 竖直栅线云纹图

Fig. 2 Digital Moiré images when load  $F=34.56\text{N}$ , phase-shifting  $\delta=0$

(a) Moiré image of horizontal gratings (b) Moiré image of vertical gratings

通过计算机移动参考栅,相移量  $\delta$  分别为  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  时,条纹图像中的光强(灰度)分布分别表示为  $I_1, I_2, I_3, I_4$ 。由四幅相移条纹图计算,分别得到水平方向和竖直方向的含包裹相位图,即相位主值,进行去包裹运算后得到去包裹相位图,即真实的相位,根据去包裹后的相位分布,可以计算试件在接触区沿水平方向及铅垂方向的位移  $u$  场、 $v$  场。

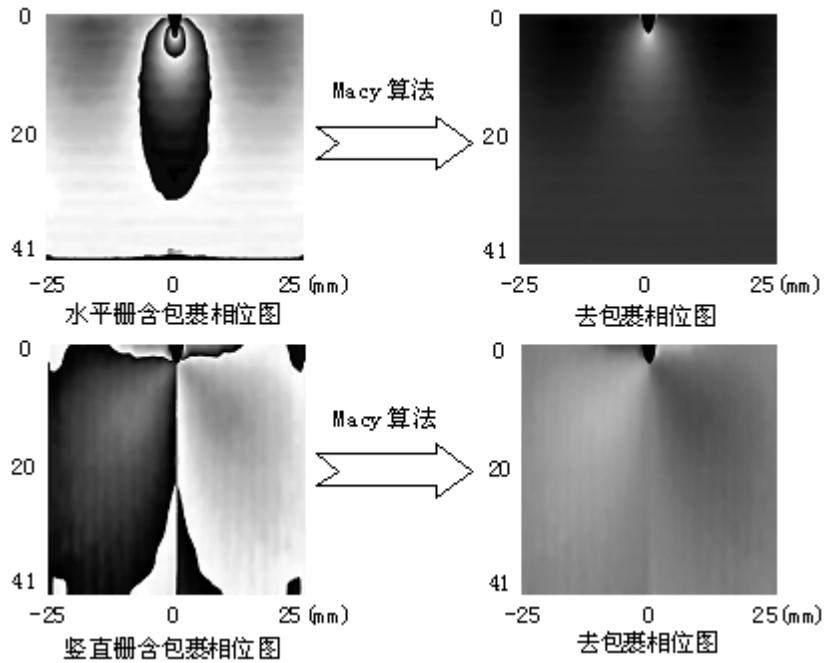


图3 含包裹相位图及去包裹相位图

Fig. 3 Unwrapped and wrapped phase maps of fringe patterns

图像处理给出的实验位移场等高线分布如图4所示,图中箭头方向表示材料产生位移的方向,数字表示位移值大小。从测量结果可以看出,硅橡胶试件底部固定,在刚性压头的压缩作用下,底部远场为  $v$  场位移零点,压头与试件接触点处压缩位移最大,压头外侧边缘的位移值比其他地方位移值较小,表示在接触边缘有试件从表面挤出。压头正下方部位只有压缩产生,为  $u$  场位移零点,而压头两侧的大部分区域则由于压头的挤压产生向外扩张的位移。

水平方向变形栅线处理得到的是  $v$  场位移,按照坐标轴方向,位移  $v$  场图中的位移值均为正数,说明橡胶材料在接触区附近沿着加载方向产生变形,越靠近接触面的地方变形越明显,位移值也越大。接

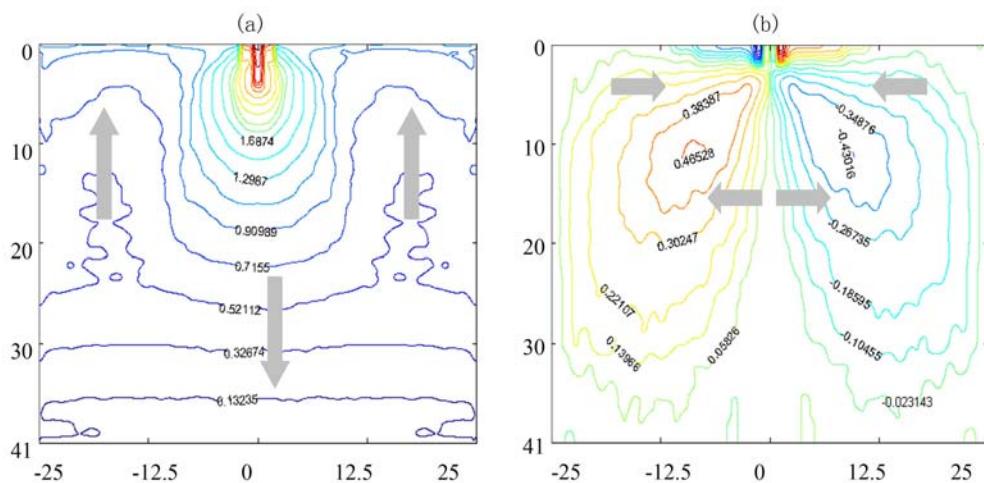


图4 载荷为  $F=34.56\text{N}$  时的位移场 (a)竖直位移场;(b)水平位移场 (单位:mm)

Fig. 4 Displacement field when load  $F=34.56\text{N}$  (a)Vertical displacement field,  
(b)Horizontal displacement field (unit: mm)

触区两侧的位移等值线均向上弯曲,说明此区域内的硅橡胶试件有相对向上的位移。相应地,铅垂方向变形栅图像进行处理得到的是位移  $u$  场,即水平方向的位移信息,如图 4(b) 所示。除去由于滤波效果等造成的一部分误差影响,刚性压头加载的中心线为对称轴,其上位移  $u$  值为零,在压头作用区域附近两侧位移  $u$  值最大,向两侧扩展,然后逐渐减小为零,即:橡胶材料受到刚性压头压缩作用时沿中心线向两侧膨胀,逐渐占据接触区的大部分区域。综合两个方向的位移场可以发现,硅橡胶试件变形后,接触区附近的区域由两个轴对称区构成,即一个扩张区(ES)和一个收缩区(SS)。扩张区(ES)变形后则变得宽阔,收缩区(SS)变形后被挤压到刚性压头两侧的狭窄区域。这种变形规律与高玉臣所提出的变形分区模型有相近性<sup>[17-19]</sup>。

以上是对载荷大小为  $34.56\text{N}$  情况下的位移场分析,通过对同一试件在不同载荷值作用下的变形场进行分析,可以显示随着载荷的增加,中心扩张区域占据的空间逐渐扩大,而两边对称的收缩区逐渐减小,直至最后发生大变形破坏。

## 2.2 软材料接触区域的应变测量

接触力学问题中,接触界面上材料变形特征以及界面上的接触载荷分布是人们关心的问题,由于接触物与被接触面之间的相互作用,加之软材料接触中多重非线性因素影响,使该问题的力学建模与实验测试始终是一个尚未解决的问题。

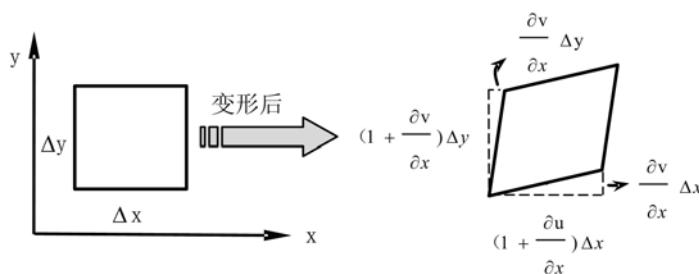


图5 栅格变形示意图

Fig. 5 Schematic of the deformation of grids

体内变形栅格方法可进一步实现压头接触区附近大变形的接触应变与接触应力测量。如图 5 所示,基于体内栅格的变形可以得到栅格的正应变与剪应变,给出接触区域应变分布曲线。有关接触应力的计算由于需要借助合理的本构关系实现,本文暂不做分析,作者将在进一步的工作中进行研究。

### 3 结论

(1) 提出了体内制栅技术,将试件栅制备在透明大变形材料的内部,采用数字云纹实验技术,实现了物体内部平面变形场的实验测量。由于变形栅线直接印在试件内部,不存在贴片效应。通过单体栅格变形还可直接进行局部大应变测量分析。

(2) 针对软材料的大变形接触问题的实验研究,设计了刚性压头与硫化硅橡胶大变形接触实验的试件,实验给出了大变形硅橡胶材料体内的水平方向与铅垂方向位移场,从变形场分布讨论分析了软材料大变形接触问题的变形分布特性,为今后的软材料大变形接触力学问题的研究提供了实验依据。

#### 参考文献:

- [1] 德热纳 P G, 巴杜 J 著. 软物质与硬科学[M]. 卢定伟 等译. 湖南教育出版社, 2000 (de Gennes P G, Badoz J. Soft Matter and Hard Science[M]. Lu D W et al. transl. Hunan Education Press, 2000 (in Chinese))
- [2] Gent A N. Engineering with rubber: How to design rubber components[M]. Hanser Gardner, 2001.
- [3] Gladwell G M L. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity[M]. Sijthoff and Noordhoff, 1980.
- [4] Johnson K L 著. 接触力学[M]. 徐秉业 等译. 北京: 高等教育出版社, 1992 (Johnson K L. Contact Mechanics [M]. Xu B Y et al. transl. Beijing: Higher Education Press, 1992 (in Chinese))
- [5] Scheibert J et al. Stress Field at a Sliding Frictional Contact: Experiments and Calculations[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2009, 57(12): 1921—1933.
- [6] Wang M J et al. Nanoindentation of polymeric thin films with an interfacial force microscope[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2004, 52: 2329—2354.
- [7] Erdogan F, Arin K. Effect of friction in wedging of elastic solids[J]. Journal of Elasticity, 1976, 6(3): 261—275.
- [8] 戴福隆, 方萃长, 刘先龙 等. 现代光测力学[M]. 北京: 科学出版社, 1990 (Dai F L, Fang C C, Liu X L, et al. Advanced Optical Measurement Mechanics. Beijing: Science Press, 1990 (in Chinese))
- [9] 张海波, 伍小平, Asundi A. 二维相移逻辑云纹法——条纹图全自动处理的一种方法[J]. 实验力学, 1994, 9(3): 181—191 (Zhang H B, Wu X P, Asundi A. Two dimensional Phase Shift and Logical Moiré — A fast and automatic method for whole field fringe pattern analysis[M]. Journal of Experimental Mechanics, 1994, 9(3): 181—191 (in Chinese))
- [10] 张海波, 伍小平. 相移逻辑云纹法(PSALM)用于位移场和应变场测试[J]. 固体力学学报, 1994, 15(2): 121—127 (Zhang H B, Wu X P. The displacement and strain field measurement by Phase Shifting and Logical Moiré[J]. Acta Mechanica Solidia Sinica, 1994, 15(2): 121—197 (in Chinese))
- [11] Morimoto Y, et al. Deformation measurement during powder compaction by a scanning moiré method[J]. Experimental Mechanics, 1984, 24(2): 112—116.
- [12] 谢惠民, 戴福隆 等. 纳米级变形的扫描隧道显微镜测量研究[J]. 力学学报, 1997, 29(3): 332—335 (Xie H M, Dai F L, et al. The study of nanometer-deformation with the scanning tunneling microscope[J]. ACTA Mechanica Sinica, 1997, 29(3): 332—335 (in Chinese))
- [13] Xie H M, Liu Z W, Fang D N, et al. A study on the digital nano-moiré method and its phase shifting technique [J]. MEASUREMENT SCIENCE & TECHNOLOGY, 2004, 15(9): 1716—1721.
- [14] Xiao X, Kang Y L, et al. Displacement and Strain Measurement by Circular and Radial Gratings Moiré Method [J]. Experimental Mechanics, 2010, 50(2): 239—244.
- [15] Li X L, Kang Y L, et al. A study on the digital moiré technique with circular and radial gratings[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45: 783—788.
- [16] 权铁汉, 陆宏伟, 于起峰. 网格法及其在大变形测量中的应用[J]. 实验力学, 2000, 15(1): 83—91 (Quan T H, Lu H W, Yu Q F. The Application of Grid Method in Large Deformation Measurement[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2000, 15(1): 83—91 (in Chinese))
- [17] Gao Y C, Qian H S. Analysis of the contact of a rubber notch with a rigid wedge[J]. Mechanics Research Communications, 2002, 29: 165—176.

- [18] Gao Y C, Gao T J. Large deformation contact of a rubber notch with a rigid wedge[J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37: 4319–4334.
- [19] Gao Y C, Mai Y W. The contact problem of a rubber half-space dented by a rigid cone apex[J]. Archive of Applied Mechanics, 2002, 72: 213–228.

## Experimental Analysis of Mechanics Problem within Soft Material Contact Field in Large Deformation

TAN Xiao-hua<sup>1</sup>, QIU Wei<sup>1</sup>, LI Xiao-lei<sup>2</sup>, HUANG Gan-yun<sup>1</sup>, XIAO Xia<sup>1</sup>, KANG Yi-lan<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering, Hebei Industry University, Tianjin 300130, China)

**Abstract:** An experimental measurement technique was developed and presented in this paper for solving the mechanics problem emerged in the contact field formed by a rigid indenter and rubber-like soft material with large deformation. The soft material being studied is a kind of vulcanized silicone rubber, and the in-plane deformation of a large deformation field is measured by digital moiré method. As the specimen is in large deformation and the contact with wedge-shape indenter occurs in the specimen, an inner-grating technology is presented, and its principle and implementation method is introduced in the paper. The vertical and horizontal displacement field was obtained by digital image processing method. Then, deformation characteristics and experimental sector division properties in the vicinity of contact edge were analyzed according to the results of in-plane deformation. Further, the strain distribution near the contact area can be provided by a grid deformation method, based on large deformation theory. The data were directly obtained from experimental results, so it's intuitive and reliable.

**Keywords:** digital moiré method; soft material; large deformation; contact problem; inner-grating