

文章编号: 1001-4888(2013)05-0623-06

转子系统随机支撑刚度参数的识别^{*}

刘保国¹, 潘勇², 岳龙旺¹, 胡继云¹

(1. 河南工业大学 机械电子工程研究所, 河南郑州 450001; 2. 河南机电职业学院, 河南郑州 451191)

摘要: 基于 Riccati 摄动随机传递矩阵方法建立的转子系统特征值与随机参数变量间的函数关系, 给出了转子系统随机参数的识别方法和详细步骤, 可用于识别随机参数的均值和方差。以改装的 Bently 实验转子为研究对象, 通过大量测试, 识别出了转子系统的随机支撑刚度参数, 建立了该转子系统的随机参数动力学模型。该模型可用于研究转子系统的随机参数动力学问题。

关键词: 转子系统; 随机参数; 识别

中图分类号: TH113.1; O324

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-12-172

0 引言

随机参数转子动力学问题正在受到越来越多国内外学者的关注和研究。2002 年, Oleg Vinogradov 研究了随机误差导致的转子随机振动问题^[1]。2003 年, 张义民、闻邦椿等研究了把转轴刚度、阻尼等作为随机参数考虑时 Jeffcott 转子的碰摩随机振动响应问题^[2], 并在此基础上研究了 Jeffcott 转子的可靠度、灵敏度问题^[3]。刘保国等基于摄动 Riccati 矩阵法研究了具有不确定参数的一维结构系统的单根、重根、复数特征值问题的计算分析方法^[4], 在此基础上给出了多自由度转子系统随机特征值的计算方法^[5]。2004 年, Chang 等研究了具有随机取向增强特性的复合材料转轴的振动响应问题^[6]。2005 年, Dimentberg 及其团队发表了系列论文, 研究了转轴的内、外阻尼随机变化时, Jeffcott 转子的横向随机振动响应和稳定性问题^[7-9]。2006 年, 冷小磊等研究了随机扰动作用时裂纹转子的分叉和混沌现象^[10]。2007 年, Younga 等研究了轴向随机载荷作用下转子一轴承系统的稳定性问题^[11]。2010 年, Murthy 等基于非参数统计模型研究了转子系统不确定因素对转子系统动力学特性的影响^[12-13]。2012 年, 刘保国基于摄动 Riccati 矩阵方法研究了多跨、多支撑、多自由度转子一轴承系统的随机参数特征值问题, 给出了适合于转子动力学随机参数特征值问题计算分析的 Riccati 摄动随机传递矩阵方法^[14]。

以上工作都是从理论层面上研究了随机参数转子动力学问题。事实上, 随机参数转子动力学问题的实验研究及随机参数统计特征和分布的识别也十分重要, 为此, 刘保国等基于对 Bently 实验转子的改造, 制成了具有随机支撑刚度参数的转子试验台^[15-16]。本文以此为研究对象, 对设计的转子系统随机刚度参数进行了识别, 并将设计值和识别值比较, 分析了引发偏差的因素, 结果表明两者有较好的一致性。

1 随机参数识别方法

1.1 基本理论

假定转子系统的随机参数可以表示成:

^{*} 收稿日期: 2012-11-21; 修订日期: 2013-04-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11172092, 10872064)、郑州市科技领军人才工程资助项目(10LJRC187)

通讯作者: 刘保国(1962—), 男, 教授, 博士。主要从事转子动力学、机械故障诊断问题的研究。E-mail: bgliu1978@sina.com

$$b_j = b_{j0}(1 + \epsilon_j) \quad (j = 1, \dots, m) \quad (1)$$

其中: $\epsilon_j \ll 1$, 是具有零均值的随机小参数, 其标准差为 σ_j ; m 是随机参数的数量。

由式(1)得到随机参数 b_j 的均值和方差为:

$$E(b_j) = b_{j0} \quad (j = 1, \dots, m) \quad (2)$$

$$D(b_j) = b_{j0}^2 \sigma_j^2 \quad (j = 1, \dots, m) \quad (3)$$

于是, 随机参数 b_j 的变异系数:

$$\nu_j = \sqrt{D(b_j)} / E(b_j) = \sigma_j \quad (j = 1, \dots, m) \quad (4)$$

式(4)表明随机参数 b_j 的变异系数与随机小参数 ϵ_j 的标准差是相等的。

基于 Riccati 摄动随机传递矩阵方法, 可以导出随机参数转子系统的第 p 阶特征值 β_p 与随机参数变量间的函数关系^[5,14]为:

$$\beta_p = \beta_{p,0} + \sum_{j=1}^m \beta_{p,j} \epsilon_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \beta_{p,jk} \epsilon_j \epsilon_k \quad (5)$$

其中: $\beta_{p,0}$ 、 $\beta_{p,j}$ 、 $\beta_{p,jk}$ 分别是 β_p 关于随机参数变量的零阶、一阶、二阶摄动, 其计算方法见文献[4,14]。

当转子系统的随机参数 b_j ($j=1, \dots, m$) 都是服从正态分布的随机变量且相互独立时, 系统特征值的均值和方差分别为^[14]:

$$E(\beta_p) = \beta_{p,0} + \sum_{j=1}^m \beta_{p,j} \sigma_j^2 \quad (6)$$

$$D(\beta_p) = \sum_{j=1}^m (\beta_{p,j}^2 \sigma_j^2 + 2\beta_{p,jj} \sigma_j^4) \quad (7)$$

式(6)、(7)给出了随机参数转子系统特征值的均值和方差与随机参数变量的均值和方差之间的关系。基于这种关系, 只要得到足够的转子系统特征值的均值和方差, 便可以识别出随机参数变量的均值和方差。

1.2 识别方法

假设已经得到随机参数转子系统的 n 个特征的均值和方差, 由式(6)和(7)可以得到 $2n$ 个方程组成的方程组, 其中有 m 个随机参数的均值和方差是待定量。一般情况下, 当 $m=n$ 时, 方程组有唯一解; 当 $m < n$ 时, 方程组有优化解; 当 $m > n$ 时, 方程组无解。但由于这是一个非线性方程组, 即使当 $m=n$ 时, 方程组的解也可能不唯一, 而且非线性方程组的求解一般都比较困难, 因此, 建议 $m=n$ 时采用如下方法进行识别求解。

步骤 1: 假定特征值的初始估计值 $\tilde{\beta}_{p,0} = E(\beta_p)$ ($p=1, \dots, n$), 用定常转子系统的参数识别方法进行识别, 把识别出的参数作为转子系统随机参数平均值的估计值 $\tilde{b}_{j0}$ ($j=1, \dots, m$);

步骤 2: 用 $\tilde{b}_{j0}$ ($j=1, \dots, m$) 作为均值, 进行转子系统的摄动分析, 计算各阶特征值关于随机参数的零阶、一阶和二阶摄动的估计值 $\tilde{\beta}_{p,0}$ 、 $\tilde{\beta}_{p,j}$ 、 $\tilde{\beta}_{p,jk}$ ($p=1, \dots, n$; $j, k=1, \dots, m$);

步骤 3: 忽略方程(7)中的二阶摄动项, 得到 n 个关于方差的线性程组, 解出方差的估计值 $\tilde{\sigma}_j^2$ ($j=1, \dots, m$);

步骤 4: 将 $\tilde{\sigma}_j^2$ ($j=1, \dots, m$) 和已知的 n 个特征值的平均值代入方程(6), 重新计算 $\beta_{p,0}$ ($p=1, \dots, n$);

重复步骤 1~3, 可以得到逼近二阶精度的转子系统随机参数的均值和方差。如果精度要求不高, 仅做步骤 1~3 的工作即可。

2 试验对象和实验方案

图 1 所示是基于 Bently 实验转子改造的具有随机支撑刚度参数的转子系统试验台, 用于随机参数转子动力学问题的实验研究。随机支撑刚度参数由可编程控制的电磁支撑实现, 与随机控制电流间的关系在一定的范围内近似满足^[16]:

$$k_e = -128.3625i + 4120.25 \quad (8)$$

根据式(8), 通过控制随机电流便可以实现支撑刚度参数的随机变化。为了验证式(8)的正确性, 并

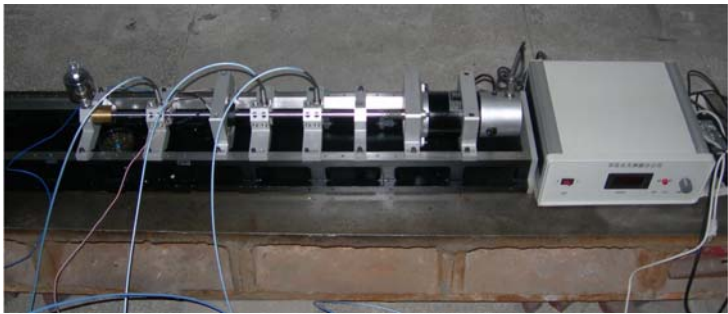


图 1 具有随机支撑刚度参数的转子系统试验台

Fig. 1 Test rig of a rotor system with random supporting stiffness

识别出实际的随机支撑刚度参数,采用图 2 所示的方案进行支撑刚度参数的随机识别。

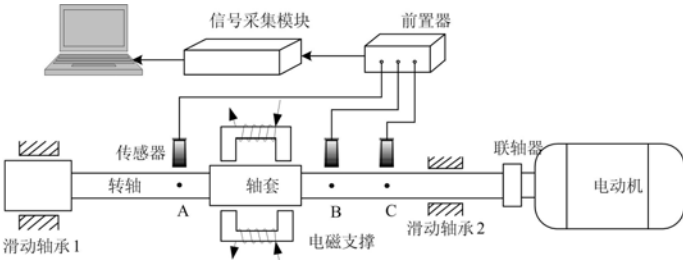


图 2 实验方案

Fig. 2 Experiment scheme

由于转子系统的一阶固有频率比较容易测到,且测量精度很高,因此,本项研究的基本思路就是通过大量一阶固有频率的实验测试来识别电磁支撑的随机刚度参数。

表 1 的第一列是一组服从正态分布的随机电流,第二列是由式(8)计算得到的电磁支撑刚度,其余四列则是在对应工况下四次实测得到的转子系统一阶固有频率。最终得到实测转子系统一阶固有频率的均值和标准差分别是 60.4240Hz 和 0.6406Hz。

表 1 实测数据

Tab. 1 Measured data

电流 (mA)	刚度 (N/m)	频率 1 (Hz)	频率 2 (Hz)	频率 3 (Hz)	频率 4 (Hz)	电流 (mA)	刚度 (N/m)	频率 1 (Hz)	频率 2 (Hz)	频率 3 (Hz)	频率 4 (Hz)
110.77	-10098	60.8125	61.2500	61.2500	61.1250	139.13	-13739	60.3750	60.3125	60.9375	60.4375
116.01	-10771	61.0000	60.8125	61.0625	60.9375	139.63	-13803	61.3750	61.3750	61.3125	61.3125
121.14	-11430	61.7500	61.6250	61.3125	61.5625	140.00	-13850	60.6875	60.3125	60.2500	60.6875
126.71	-12145	61.6250	61.5625	61.6250	61.6250	140.49	-13913	60.1875	60.1875	60.6250	60.5000
127.68	-12269	61.1875	61.5625	61.0625	61.1875	140.72	-13943	60.3125	60.4375	60.6875	60.4375
127.72	-12274	61.6875	60.8750	60.5000	61.1875	140.97	-13975	60.3750	60.0000	60.8125	60.3750
128.00	-12310	61.1250	61.0625	61.0000	61.0625	141.13	-13996	60.1875	60.6250	60.6875	60.6250
128.90	-12426	60.8125	61.1250	61.0625	61.0000	141.37	-14026	60.6250	60.6250	60.3750	60.3750
129.56	-12510	61.2500	61.0625	61.1875	61.1875	141.87	-14091	59.8750	60.1875	60.5625	60.1875
131.08	-12706	60.3750	61.1875	61.3125	61.0000	141.99	-14106	60.2500	60.0000	60.0000	60.0000
133.58	-13026	60.5625	60.7500	60.7500	60.7500	142.11	-14121	59.6875	59.6875	59.2500	59.6875

续表 1

电流 (mA)	刚度 (N/m)	频率 1 (Hz)	频率 2 (Hz)	频率 3 (Hz)	频率 4 (Hz)	电流 (mA)	刚度 (N/m)	频率 1 (Hz)	频率 2 (Hz)	频率 3 (Hz)	频率 4 (Hz)
133.58	-13026	60.5625	60.7500	60.7500	60.7500	142.31	-14147	60.2500	60.1250	60.6250	60.3750
133.78	-13052	60.8125	61.0625	60.8125	60.8125	143.16	-14256	60.7500	60.1250	60.5000	60.5000
134.18	-13103	60.8750	60.8125	60.5625	60.7500	143.40	-14287	59.8750	60.3750	59.8125	60.0000
134.30	-13119	60.8125	60.9375	60.9375	60.9375	144.16	-14384	60.1875	60.6250	60.5000	60.3750
134.51	-13146	60.8125	61.0625	60.8125	60.8125	144.89	-14478	59.8750	60.0625	60.0625	60.0625
135.17	-13231	60.3750	60.8750	61.0000	60.3750	145.54	-14562	59.9375	59.1250	59.1875	59.2500
135.37	-13256	60.2500	60.1250	60.5000	60.3125	145.96	-14616	59.8125	59.6875	59.5000	59.6875
136.06	-13345	60.4375	60.9375	60.7500	60.9375	147.97	-14874	60.0000	60.1250	60.1250	60.0000
136.07	-13346	60.4375	60.9375	60.7500	60.9375	148.42	-14931	59.8125	59.8125	59.8750	59.8125
136.55	-13408	60.6250	60.1875	60.0625	60.3125	148.51	-14943	59.5625	59.5625	59.6875	59.6875
137.04	-13471	60.5625	60.1875	60.5625	60.1875	149.68	-15093	59.8125	59.1875	58.7500	59.1875
137.15	-13485	61.1875	61.1875	60.3125	60.3125	149.91	-15123	59.8125	59.8125	58.7500	59.5000
137.46	-13524	60.3125	61.4375	61.3125	60.5625	152.86	-15501	59.8750	60.1250	59.7500	59.8750
137.97	-13590	61.0000	60.9375	60.9375	60.9375	153.60	-15596	59.5625	59.4375	59.1250	59.4375
138.00	-13594	60.0625	60.7500	60.2500	60.2500	153.80	-15622	59.5000	59.4375	59.3750	59.5000
138.18	-13617	60.8125	61.0625	60.8750	60.8750	156.38	-15953	59.6250	59.3750	60.0625	59.6250
138.60	-13671	60.8750	60.6875	60.1875	60.6875	159.18	-16312	59.7500	59.0625	59.8125	59.7500
138.78	-13694	60.8750	60.6875	60.1875	60.6875	160.72	-16510	59.4375	58.9375	59.3125	59.3125
138.92	-13712	61.0625	61.0625	60.9375	60.9375	164.97	-17056	59.3125	59.8125	59.1875	59.3125

3 识别结果

按照 1.2 节给出的识别步骤,对改装后的 Bently 实验转子的电磁支撑的随机刚度参数进行识别,识别结果如表 2 所示。第一行给出的是由式(8)计算得到的设计值,第二、三行给出的分别是一阶精度的识别结果和二阶精度的识别结果。

表 2 识别结果
Tab.2 Identified results

	均值(N/m)	标准差(N/m)	变异系数
设计值	-13802.7	1276.80	0.0925
一阶识别	-12527.7	1566.55	0.1250
二阶识别	-12519.5	1566.19	0.1251

比较表中的数据可以看出:一阶精度的识别结果非常接近于二阶精度的识别结果,因此,当要求精度不高时,仅做一阶精度的随机参数识别即可。同时也可以看到:识别结果与设计值有较大的差别,均值、标准差和变异系数的偏差分别达到 10.25%、18.45%、26.06%,这一方面说明式(8)的精度不够高,另一方面说明转子系统和测试系统还存在其它随机因素的干扰。例如:转子与电动机之间的联轴器,设计为柔性联轴器,实际上不可能做到完全柔性,且由于转子的质量很小,它对转子系统的横向弯曲振动固有频率仍有影响,这种影响有一定的随机性;转子端部的滑动轴承采用油杯润滑,润滑条件不够稳定,也可能表现出一定的随机性。

进一步分析表明:如果只抽取表1中的二分之一或四分之一数据进行分析,固有频率的均值、标准差和变异系数的变化并不明显。因此,在实际工程中,即使没有这样多的实验数据,也可用该方法进行转子系统固有振动参数的识别和估计,结果可以满足工程实际的需要。

4 结论

本文基于 Riccati 摄动随机传递矩阵方法建立了转子系统特征值与随机参数变量间的函数关系,给出了转子动力学系统随机参数的识别方法,在改装的 Bently 实验转子进行了验证,得出如下结论:

(1) 该方法用于转子动力学系统的随机参数识别是可行的,但要大量的实测数据为支撑,这需要数据的积累。

(2) 一阶精度的识别结果和二阶精度的识别结果较为接近,当精度要求不高时,仅做一阶精度的识别即可。

(3) 识别的精度可以满足工程问题的需要。

参考文献:

- [1] Oleg Vinogradov. From random tolerances to random rotor vibrations [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124:539—542.
- [2] Zhang Yimin, Wen Bangchun, Liu Qiaoling. Uncertain responses of rotor-stator systems with rubbing [J]. Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, International Journal of JSME, 2003, 46:150—154.
- [3] 张义民,刘巧伶,李鹤,闻邦椿. 转子一定子系统碰摩可靠性灵敏度研究 [J]. 航空动力学报, 2006, 21(5):848—853 (Zhang Yimin, Liu Qiaoling, Li He, Wen Bangchun. Reliability sensitivity investigation of impact-rub for rotor-stator systems [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(5):848—853 (in Chinese))
- [4] Liu Baoguo, Yin Xuegang, Jian Kailin. Perturbation transfer matrix method for eigendata of one-dimensional structural system with parameter uncertainties [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2003, 24(7):801—807.
- [5] 刘保国,王威,殷学纲. 一维随机参数结构的特征值问题[J]. 机械强度, 2004, 26(4):367—370 (Liu Baoguo, Wang Wei, Yin Xuegang. Eigenvalue problems of one dimensional structure with random parameters [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(4):367—370 (in Chinese))
- [6] Chang C Y, Chang M Y, Huang J H. Vibration analysis of rotating composite shafts containing randomly oriented reinforcements [J]. Composite Structures, 2004, 63:21—32.
- [7] Dimentberg M F. Vibration of a rotating shaft with randomly varying internal damping [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 285:759—765.
- [8] Dimentberg M F, Ryzhik B, Sperling L. Random vibrations of a damped rotating shaft [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279:275—284.
- [9] Dimentberg M F. Transverse vibrations of rotating shafts: probability density and first-passage time of whirl radius [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2005, 40:1263—1267.
- [10] 冷小磊,孟光,张韬,方同. 考虑随机扰动时裂纹转子系统的分叉与混沌特性 [J]. 振动工程学报, 2006, 19(6):212—218 (Leng Xiaolei, Meng Guang, Zhang Tao, Fang Tong. Bifurcation and chaos response of a cracked rotor with random disturbance [J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(6):212—218 (in Chinese))
- [11] Younga T H, Shiaub T N, Kuo Z H. Dynamic stability of rotor-bearing systems subjected to random axial forces [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305:467—480.
- [12] Murthy R, Mignolet M P, El-Shafei A. Nonparametric Stochastic Modeling of Uncertainty in Rotordynamics—Part I: Formulation [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(9):092501. 1—092501. 7.
- [13] Murthy R, Mignolet M P, El-Shafei A. Nonparametric Stochastic Modeling of Uncertainty in Rotordynamics—Part I: Applications [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(9):092502. 1—092502. 11.
- [14] Bao-Guo Liu. Eigenvalue problems of rotor system with uncertain parameters [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(1):1—10.

- [15] 刘保国, 程敏, 徐明欣. 支撑随机刚度参数模拟试验装置的设计 [J]. 航空动力学, 2010, 25(9):1994—1999 (Liu Baoguo, Cheng Min, Xu Mingxin. Design of the simulation test device of a support with random stiffness parameter [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(9):1994—1999 (in Chinese))
- [16] 潘勇. 实验研究随机支撑刚度参数对转子系统动力学性能的影响 [D]. 郑州:河南工业大学, 2011 (Pan Yong. Experimental Study on Effect of Random Support Stiffness Parameter on Dynamic Characteristics of Rotor System [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2011 (in Chinese))

Identification of Random Supporting Stiffness of a Rotor System

LIU Bao-guo¹, PAN Yong², YUE Long-wang¹, HU Ji-yun¹

(1. Research Institute of Mechatronic Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou, Henan 450001, China;

2. Henan Mechanical and Electrical Vocational College, Zhengzhou, Henan 451191, China)

Abstract: Functional relation between rotor system characteristic values and its random parameters based on Riccati perturbation random transfer matrix method provides an identification method and detailed steps for random parameters of rotor system, which can be used for identifying mean values and standard deviations of random parameters. Taking a modified Bently test rotor system as study object, more than 200 natural frequencies of the system were measured, and random supporting stiffness of the rotor system was identified, then a dynamic model describing random parameters of rotor system was built. This model can be used for studying the dynamic problem of rotor system random parameters.

Keywords: rotor system; random parameter; identification