



基于 MATLAB 的带电粒子在电磁场中的运动模拟^{*}

郑颖 徐晓梅

(云南师范大学物理与电子信息学院 云南 昆明 650500)

(收稿日期:2016-06-29)

摘要:带电粒子在电磁场中的运动是高中物理的重要内容.文章利用 MATLAB GUI 图形处理窗口,基于高中物理教学要求,分别模拟带电粒子在匀强电场、匀强磁场以及复合场中的运动图像.结合高中学生所学知识,利用形象化的场图使学生对这部分内容有较深的了解,以提高学生对电磁场问题分析的能力.同时,借此实例让学生真切地感受科学技术在物理中的应用.

关键词: MATLAB GUI 电磁场 带电粒子的运动 模拟

带电粒子在电磁场中的运动问题是运动学、动力学和电磁学综合应用的体现,是高中物理的重点与难点之一.近年来,针对带电粒子在电磁场中运动的分析和问题解决的研究已有许多.考虑到带电粒子的运动很难直观形象地展示出来,为顺利开展实验教学,有很多学者研制了各种实验装置以便让学生切身感受粒子在电磁场中的运动,但仍存在着实验器材昂贵、实验不易观察、有一定实验误差等不足之处^[1].随着现代教育技术的发展,有研究者尝试利用计算机编程来仿真带电粒子的运动,但当中更多的是针对大学物理的教学内容来分析带电粒子的运动,从而实现带电粒子在均匀正交磁场中运动的模拟,而较少从中学物理教学要求的角度系统地仿真描述粒子在各类电磁场中的运动.

本文拟利用 MATLAB GUI 图形处理窗口,基于高中物理教学要求,分别模拟带电粒子在匀强电场、匀强磁场以及复合场中的运动图像,旨在结合高中学生所学知识,利用形象化的图像模拟使学生对这部分内容有较深的了解,以提高学生对电磁场问题分析的能力.同时,借此实例让学生真切地感受科

学技术在物理中的应用.

1 带电粒子在电磁场中的运动分析

带电粒子在电场和磁场中运动时要受到电场力和洛伦兹力的作用,由于所受力及初始条件的不同,带电粒子在不同的电磁场中会有不同的运动轨迹^[2].本文着重解决中学阶段常见的带电粒子的运动情况(以下均不考虑重力场的作用,且带电粒子均带正电).

1.1 带电粒子在匀强电场中的运动

带电粒子在电场中受到电场力的作用产生加速度,其速度大小和方向都会发生变化,一般来说,电场力对带电粒子的运动有两种最基本的作用,一是使带电粒子加速,二是使带电粒子偏转.

下面就中学物理中常出现的两种带电粒子在电场中的运动形式加以分析.

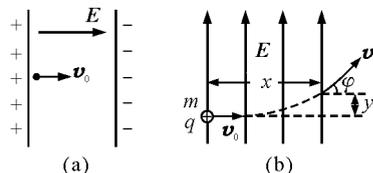


图1 带电粒子在匀强电场中的运动

^{*} 国家级专业(物理专业)综合改革试点项目.

作者简介:郑颖(1995-),女,在读硕士研究生,从事物理学科教学研究.

通讯作者:徐晓梅(1963-),女,副教授,研究生导师,主要从事大学物理教学及物理课程与教学论研究.

质量为 m , 电荷量为 $q > 0$ 的带电粒子在电场中运动时所受到的静电力为

$$F = qE \quad (1)$$

其大小是 $F = qE$, 带正电粒子的受力方向为场强 E 的方向.

(1) 带电粒子在匀强电场中的加速

设平行电极板的间距为 d , 一带正电粒子以大小为 v_0 的速度射入电场中, 经电场力做功加速至 v , 用功能观点分析有

$$qEd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

于是

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEd}{m}}$$

用牛顿第二定律分析, 带电粒子沿电场线方向运动的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} \quad (2)$$

以 v_0 与 E 同向的情况分析为例, 粒子以初速度大小 v_0 从正极板向负极板运动时[如图 1(a)], 受电场力作用做加速直线运动. 设粒子在电场中的运动时间为 t , 粒子在电场中的运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t + \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2 \\ y = 0 \end{cases} \quad (3)$$

若粒子从静止开始运动到负极板, 将沿电场力方向做匀加速直线运动, 带电粒子的运动为类自由落体运动, 且

$$v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$$

(2) 带电粒子在匀强电场中的偏转

电场使带电粒子的速度方向发生偏转, 其中最简单的情况就是粒子以大小为 v_0 的初速度沿垂直场强方向进入匀强电场[如图 1(b)]. 此时, 在垂直于场强方向上, 粒子做匀速直线运动, 在平行于场强方向上粒子做初速度为零的匀加速直线运动, 带电粒子总的运动为类平抛运动, 且粒子所受静电力的

方向与 E 同向^[3]. 设粒子的运动时间 $t = \frac{x}{v_0}$, 则粒子的运动轨迹方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{qE}{2m} t^2 \end{cases} \quad (4)$$

偏转角正切值

$$\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at}{v_0} = \frac{qEx}{mv_0^2} \quad (5)$$

1.2 带电粒子在匀强磁场中的运动

带电粒子在匀强磁场中运动时所受的洛伦兹力为

$$F = qv \times B \quad (6)$$

其中力的大小为 $F = qvB \sin \theta$, θ 为 v 与 B 的夹角, 根据右手定则: 四指沿 v 的方向, 以小于 180° 的夹角方向转向 B 的方向, 则大拇指所指的方向就是粒子所受洛伦兹力的方向. 若粒子在磁场中的速度为零, 粒子将处于静止状态.

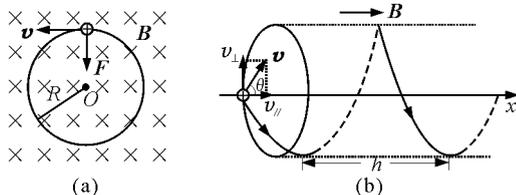


图2 带电粒子在匀强磁场中的运动

(1) v 与 B 平行

如果粒子的初速度方向与磁感应线平行或反向时, 粒子不受洛伦兹力作用, 做匀速直线运动, 学生在学习了力学和电场知识后能很好理解这类情况下粒子的运动, 这里不再详细说明.

(2) v 与 B 垂直

当 $\theta = 90^\circ$ 时, 在磁场中运动的粒子所受洛伦兹力 F 的方向与 v 的方向垂直而不做功, 它的惟一效果是改变粒子的运动方向. 又因为 F 的方向垂直于 v 与 B 构成的平面内, 而 F 也不随时间而变, 这决定了粒子只能以 $F = qvB$ 为向心力做匀速圆周运动[如图 2(a)]. 设圆周半径为 R , 若粒子是以大小为 v_0 的初速度垂直磁场方向射入, 那么粒子做圆周运动的向心加速度为 $a = \frac{v_0^2}{R}$, 根据牛顿第二定律, 有

$$qv_0B = ma = \frac{mv_0^2}{R} \quad (7)$$

由此,粒子运动的轨道半径为

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

粒子运动的周期为

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

(3) \mathbf{v} 与 \mathbf{B} 夹一般角度

可以把 \mathbf{v} 分解为平行于 \mathbf{B} 的分量 $v_{//} = v \cos \theta$ 和垂直于 \mathbf{B} 的分量 $v_{\perp} = v \sin \theta$, 若只有 $v_{//}$ 分量, 粒子将沿 \mathbf{B} 方向做匀速直线运动, 即本节(1)所示情形; 若只有 v_{\perp} 分量, 粒子在垂直于 \mathbf{B} 的平面内做匀速圆周运动, 即本节(2)所示情形; 当两个分量同时存在时, 粒子的运动轨迹为螺旋线[如图 2(b)]. 若粒子的初速度大小为 v_0 , 其运动半径为 $R = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB}$, 螺旋距为 $h = v_0 t \cos \theta = \frac{2\pi m}{qB} v_0 \cos \theta$. 粒子的运动方程为^[4]

$$\begin{cases} x - x_0 = -\frac{mv_0 \sin \theta}{qB} \cos \omega t \\ y - y_0 = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB} \sin \omega t \\ z - z_0 = v_0 t \cos \theta \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$ 为粒子运动的回旋角频率.

由上式可知, 当带电粒子以大小为 v_0 的速度沿与 \mathbf{B} 垂直的方向进入匀强磁场时, 粒子做圆周运动, 满足本节(2)中所示情形.

1.3 带电粒子在复合场中(电场、磁场并存时)的运动

带电粒子在复合场中的运动情况考查起来一般难度较大, 综合性较强. 近年来, 高考物理题中一般出现两种电、磁场错开的“复合场”, 一是空间上错开, 二是时间上错开, 且空间上错开的题目较多.

带电粒子的运动空间内若除磁场 \mathbf{B} 外还存在电场 \mathbf{E} 时, 带电粒子同时受到电场力和洛伦兹力的作用, 所受的合力 F 为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (9)$$

在此, 为了扩展学生对粒子在复合场中运动的了解, 就以下面两种较为常见的类型讨论粒子在此复合场中的运动轨迹.

(1) \mathbf{E} 与 \mathbf{B} 相互平行, 且都指向 x 轴正方向

如图 3(a) 所示, 带电粒子以大小为 v_0 的初速度与 x 轴成任意角 θ 入射, 在 x 方向, 粒子不受洛伦兹力, 只有电场力作用, 以 $v_0 \cos \theta$ 做匀加速直线运动, 有 $x = v_0 t \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$. 同时, 在垂直于 x 轴的平面内, 粒子以 $v_0 \sin \theta$ 的速度做匀速圆周运动, 其圆周半径为 $R = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB}$. 此时, 粒子的运动轨迹也是螺旋线, 与文中图 2(b) 的情况相比较, 无电场时粒子的运动是等螺距的, 而这里的螺旋线是变螺距的, 即螺距增加. 粒子的运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2 \\ y = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB} \sin\left(\frac{qB}{m} t\right) \\ z = -\frac{mv_0 \sin \theta}{qB} \left[1 - \cos\left(\frac{qB}{m} t\right)\right] \end{cases} \quad (10)$$

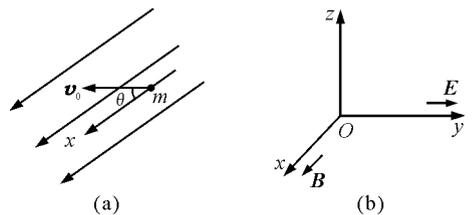


图 3 带电粒子在复合场中的运动

(2) \mathbf{E} 与 \mathbf{B} 相互垂直

如图 3(b) 所示, 电场 \mathbf{E} 沿 y 方向, 磁场 \mathbf{B} 沿 x 方向, 带电粒子以某一初速度 v_0 进入此空间, 取入射点为坐标原点, 带电粒子受到静电力和洛伦兹力的作用而运动, 在正交电磁场中的运动轨迹是条摆线(旋轮线)^[5], 其运动方程可通过解微分方程^[6] 得到

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \frac{qE \cos \theta}{m} t^2 \\ y = -\frac{mE \sin \theta}{qB^2} \left[\cos\left(\frac{qB}{m} t\right) - 1 \right] \\ z = \frac{mE \sin \theta}{qB^2} \sin\left(\frac{qB}{m} t\right) - \frac{qE \sin \theta}{m} t \end{cases} \quad (11)$$

2 MATLAB 模拟带电粒子在电磁场中的运动

2.1 MATLAB GUI 平台的建立

MATLAB是美国 mathworks 公司推出的用于数值计算和图形处理的科学计算软件,GUI(Graphical User Interfaces)是由窗口、光标、按键、菜单、文字说明等对象构成的一个用户界面。MATLAB GUI 图形用户界面的程序是在图形界面下创建与用户交互的控件元素,用户可以通过操作这些交互控件实现特定的功能,并且可以返回显示在程序界面相应的结果显示区域中,而将所有运算、绘图等复杂的代码都封装在内部,把设计者所要表达的内容以简洁、清晰的图形界面反馈给读者^[7]。

在 MATLAB 主窗口下新建一个 Blank GUI 空白模板,调整并设置图形界面中各个控件的位置和属性后,得到如图 4 所示的用户界面效果图,同时会生成响应用户界面命令的 m 程序文件,以方便程序的编译和检查。

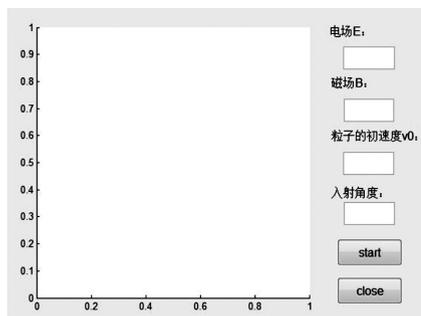


图 4 初始用户界面

在该界面中,读者可在右边的编辑框中输入任意的电场强度 E ,磁感应强度 B ,带电粒子的初速度大小 v_0 及粒子入射角度 θ 的值,然后计算机根据输入的值和 m 程序文件进行数值计算后,在左边的图形框中输出符合条件的带电粒子的运动图像。

2.2 MATLAB 模拟带电粒子在电磁场中的运动

带电粒子在电磁场中的运动是教学的重点和难点,文中模拟的只是忽略粒子重力的情况下,带正电粒子在均匀电场、磁场中的运动情况,对于变化的电场、磁场和需要考虑粒子的重力时,情况要复杂得多。

依据 MATLAB 的数值计算功能,设定带电粒子的质量为 $m = 2.0 \times 10^{-19}$ kg,带电荷量 $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C。

(1) 模拟带电粒子在匀强电场中的运动

根据带电粒子在电场中的受力情况及其运动轨迹给出的主要编程如下:

```
set(handles.title_text,'string',[strcat('带电粒子在匀强电场中的运动图像')],FontSize,14);
```

% 输出初始界面框

1) 由轨迹方程(3),若粒子平行于电场方向入射:

```
for t=0:0.5:5;
```

```
v = v0 + E. * q/m. * t;
```

```
x = v0. * t + E. * q/(2. * m). * t.^2
```

```
y = 0
```

```
plot(x,y,'r','markersize',40,'color','r')
```

```
pause(0.001)
```

```
end
```

% 绘制粒子在电场中加速运动的图像

2) 由轨迹方程(4),若粒子垂直于电场方向入射:

```
for t=0:0.5:5;
```

```
x = v0. * t
```

```
y = E. * q/(2. * m). * t.^2
```

```
plot(x,y,'r','markersize',10,'color','r')
```

```
pause(0.003)
```

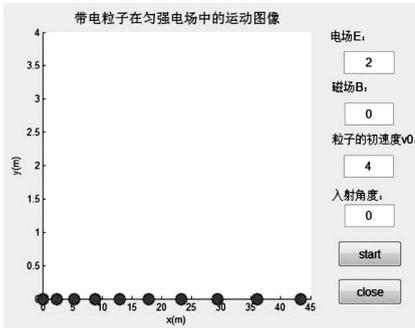
```
end
```

% 绘制粒子垂直射入电场时的图像

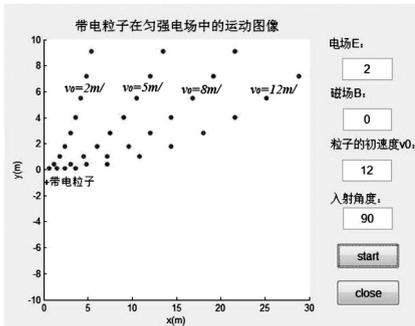
运行结果如图 5 所示,图 5(a) 是粒子以一定初速度进入电场,在电场中加速运动时的图像,从 x 轴上实心圆点的变化情况可以看出,粒子在电场中做加速直线运动.若要观察粒子从静止开始到负极板的运动图像,只需在用户界面设定粒子的初速度为零即可。

图 5(b) 是粒子在电场中偏转的图像,从中可以看出,粒子垂直射入电场时的运动轨迹为抛物线,改变粒子的初速度,可以观察到,粒子在电场中的运动与入射速度有关,且粒子入射的初速度越大,偏移角

度也越大.



(a) 粒子平行于电场方向入射



(b) 粒子垂直于电场方向入射

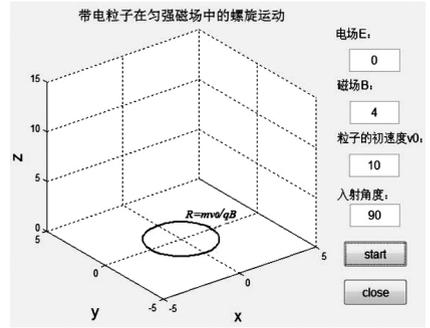
图5 带电粒子在匀强电场中的运动仿真图

(2) 模拟带电粒子在匀强磁场中的运动

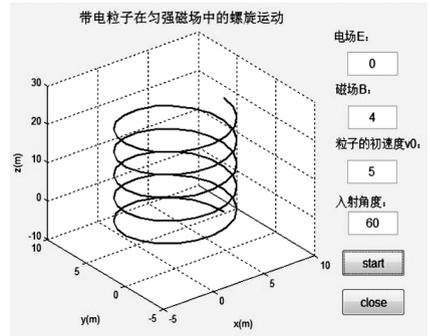
由带电粒子在匀强磁场中的受力情况分析,根据其运动轨迹方程(8),给出的主要编程如下:

```
set(handles.title_text,'string',[strcat('带电粒子在匀强磁场中的螺旋运动')], 'FontSize',14);
x0 = 0, y0 = 0, z0 = 30;
t = 0:pi/50:2 * pi;
x = x0 + (-m * v0 * sin(th)/q * B) *
cos((q * B. /m). * t)
y = y0 + (m * v0 * sin(th)/q * B) * sin((q * B. /m). * t)
z = z0 + v0 * cos(th) * t
plot3(x, y, z, 'LineWidth', 2)
xlabel('x(m)'); ylabel('y(m)'); zlabel('z(m)')
grid on
```

点击运行程序按钮,得到如图6所示的结果.图6(a)是粒子以初速度 v_0 沿与 B 垂直的方向进入匀强磁场时,粒子做圆周运动的图像,图6(b)是粒子以初速度 v_0 沿与 B 成 θ 角方向进入匀强磁场时粒子作等螺距的螺旋线运动的图像.



(a) v 与 B 垂直



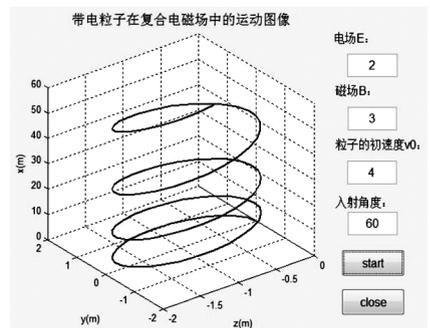
(b) v 与 B 成 θ 角

图6 带电粒子在匀强磁场中的运动仿真图

(3) 模拟带电粒子在电磁复合场中的运动

由带电粒子在电磁复合场中运动的两种类型分析,结合粒子运动的轨迹方程(10)、(11),编写具体程序,读者在用户界面框中输入任意对应的值,计算机再进行数值计算和图形输出,得到的输出结果如图7所示.

图7(a)中, E 与 B 同向,带电粒子以大小为 v_0 的初速度与 x 轴成任意角入射时,粒子做螺旋线运动,且螺距增加.图7(b)中,带电粒子在正交电磁场中的运动轨迹是一条摆线.事实上粒子具体的运动轨迹依初始状态(粒子入射速度大小和方向)是不同摆幅的摆线,文中模拟的只是 E 和 B 垂直条件下粒子的运动状态.



(a) E 与 B 相互平行

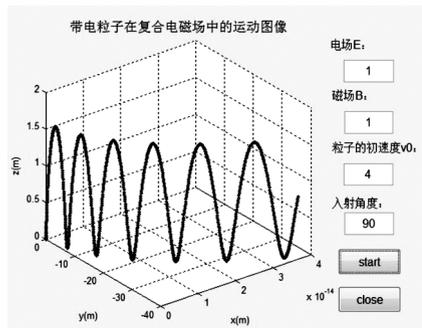
(b) E 与 B 相互垂直

图7 带电粒子在复合电磁场中的运动仿真图

3 结束语

MATLAB 软件的数值计算功能和图形处理功能可以辅助教学内容的顺利进行,不用考虑实验本身所带来的实验误差,以及实验环境是否影响到实验的正常进行等。但 MATLAB 作为教学辅助工具,用它来实现仿真主要是以理论为基础来获得现象,虽对验证性实验具有广泛的现实意义,在启发和引导学生进行探究性学习时,物理教师还是应在教学设计和教学实施中将仿真实验与传统实验教学、教

师讲解、学生实验等有机结合,培养学生的自主探究能力和实验创新能力。

此外,文中只仿真了部分涉及中学物理的基本运动情况,更为复杂的运动情况,如何利用 MATLAB 完整地仿真出粒子的运动规律,还需在后续工作中继续讨论研究。

参考文献

- 1 陈晓莉,史文奎,刘霜,等.一种演示带电粒子在电磁场中运动规律的实验装置.教学仪器与实验,2013(6):29~31
- 2 鲍翔.带电粒子在电磁场中的运动图形赏析.物理教师,2010,8(31):53~54
- 3 赵凯华,陈熙谋.电磁学.北京:高等教育出版社,1996
- 4 陈洁,姚若河.带电粒子在磁场中运动情况的计算机模拟实验.汕头大学学报(自然科学版),2002(17):16~20
- 5 饶华东,黄书鹏.带电粒子在正交电磁场中运动的教学与相关高考试题研究.物理教师,2014,6(35):88~92
- 6 吴珊,姜付锦.带电粒子在匀强电场和匀强磁场中运动规律的研究.物理通报,2014(9):108~110
- 7 陈垚光.精通 MATLAB GUI 设计(第3版).北京:电子工业出版社,2013.228~240

(上接第90页)

分析,同理有安培力的大小 F 与通电导体在磁场中的长度 L 成正比。

结论 2:安培力的大小 F 与通电导体在磁场中的长度 L 成正比

总结:综上所述,安培力的大小 F 与与电流 I 成正比,与通电导体在磁场中的长度 L 成正比。

6 实验注意

(1) 注意固定磁铁时,两块磁铁之间应间隔一段距离,不能紧靠在一起,间距约为 1.5 cm。

(2) 由于铜棒受安培力发生偏转时,悬点处会有一定的扭转力距。若是扭转力距过大,铜棒偏转不明显,在测定导体棒在磁场中偏转的距离 x 时就带来较大的实验误差。为此,在笔者在自制教具时,悬挂线的铜丝并不是直接缠绕在绝缘横梁上,而是将铜丝焊在小夹子上,再让小夹子夹住绝缘横梁。

(3) 电流不能太大。导体棒在磁场中偏离竖直

方向的距离不能太大,最大只能几个毫米,不然,由于导体棒在各个位置的磁感应强度不一致,会破坏线性关系。实验表明,导体棒移动的范围应在两磁极中央,在磁极内侧的一小段范围内。

7 设计反思

本实验装置取材简单,原理明了,现象直观。将课本中的定性实验转化为定量实验。在教学中,更有说服力。但是,该实验装置也存在一些不足:

(1) 还未能解决安培力 F 与磁感应强度 B 的具体关系。因为考虑到装置中如果撤去磁铁,不但改变了磁感应强度 B ,同时还改变了通电导体在磁场中的长度 L ;

(2) 装置 U 形磁铁的磁场只有在端口处一小段范围内才是匀强磁场,所以实验中的精度要求要高,操作上显得繁琐。