

# 对“传送带”上物体速度和机械能变化的定量讨论

曾 晗

(桐乡市凤鸣高级中学 浙江 嘉兴 314500)

(收稿日期:2016-05-26)

**摘要:**“传送带模型”作为一个出现频率较高的考点,旨在考查学生在多过程问题中能量分析和动力学分析的能力.针对关于轻放于传送带上的物体速度和机械能变化的常规分析,提出了更加准确全面的讨论结果.

**关键词:**传送带 速度 机械能 斜率

## 1 问题提出

如图1所示,长度为 $L$ ,倾角为 $\theta$ 的可移动式皮带输送机,适用于散状物料或成件物品的短途运输和装卸工作.在顺时针匀速转动(速度为 $v$ )的输送带上端无初速度放一货物,货物从上端运动到下端的过程中,试分析:

- (1) 货物速度 $v$ 随时间可能的变化规律;
- (2) 机械能 $E$ (选择地面所在的水平面为参考平面)与位移 $x$ 可能的关系图像.



图1 皮带输送机

## 2 问题解析

此题考查的知识点有“动力学分析”以及“功能关系”,即物体机械能的变化和除了重力之外的其他力做功相对应.开始阶段的动力学分析可简化为图2所示,则有

$$\begin{cases} mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta = ma \\ x = \frac{v^2}{2a} \end{cases}$$

其中 $x$ 为货物的速度达到传送带速度时的对地位

移.

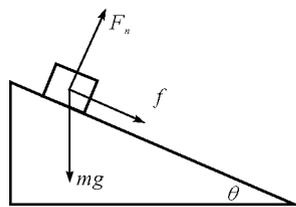


图2 受力分析图

## 3 问题讨论

- (1) 当 $L \leq \frac{v^2}{2a}$ 时

此时物体相对于传送带始终向上滑动,摩擦力方向向下,大小 $f_{\text{滑}} = \mu mg \cos \theta$ ,根据速度公式,可得

$$v = (g \sin \theta + \mu g \cos \theta)t$$

整个过程摩擦力做正功,物体机械能增加,增加量等于摩擦力做的功,即

$$E = E_0 + \mu mg x \cos \theta$$

其中 $E_0$ (刚释放时的机械能), $m, g, \mu, \theta$ 为常量,此式是关于 $x$ 的一次函数,斜率 $k = \mu mg \cos \theta$ . $v-t$ 图和 $E-x$ 图如图3所示.

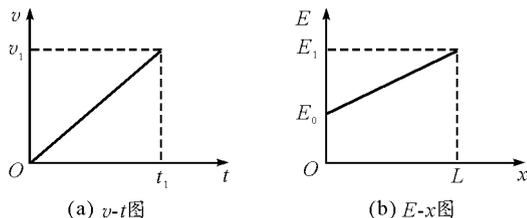


图3

(2) 当  $L > \frac{v^2}{2a}$  时

物体速度达到  $v$  时, 受到的摩擦力方向发生变化, 受力如图 4 所示.

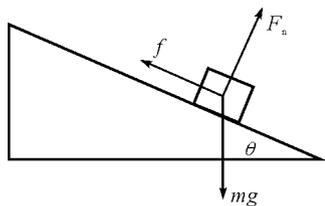


图4 斜面上的物体受力分析

(1) 当  $mg \sin \theta > f_{\max}$  时

物体速度达到  $v$  时, 不能随传送带一起匀速, 而是相对于传送带继续下滑, 摩擦力为滑动摩擦力, 方向向上, 大小  $f_{\text{滑}} = \mu mg \cos \theta$ . 可分为两个过程, 加速度分别为

$$\begin{cases} a_1 = g \sin \theta + \mu g \cos \theta \\ a_2 = g \sin \theta - \mu g \cos \theta \end{cases}$$

对应的速度公式为

$$\begin{cases} v_1 = (g \sin \theta + \mu g \cos \theta)t \\ v_2 = v + (g \sin \theta - \mu g \cos \theta)t \end{cases}$$

此后摩擦力做负功, 机械能减少, 即

$$E = E_1 - \mu mg(x - x_1) \cos \theta$$

其中  $E_1$  (滑块速度达到  $v$  是具有的机械能),  $m, g, x_1$  (滑块速度达到  $v$  是已走的位移),  $\mu, \theta$  为常量, 此式是关于  $x$  的一次函数,  $k = -\mu mg \cos \theta$ . 对应的  $v-t$  图和  $E-x$  图如图 5 所示.

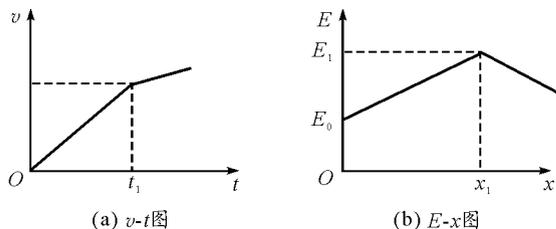


图5

(2) 当  $mg \sin \theta < f_{\max}$  时

物体速度达到  $v$  时, 可与传送带保持相对静止,  $v-t$  图像如图 6 所示.

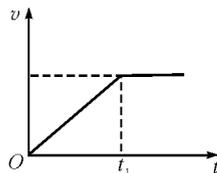


图6 v-t 图

此后的摩擦力为静摩擦力, 大小为  $mg \sin \theta$ , 方向向上, 且摩擦力做负功, 机械能减少, 减少量等于克服摩擦力做的功, 即

$$E = E_1 - mg(x - x_1) \sin \theta$$

讨论至此, 有些题目中往往规定最大静摩擦力等于滑动摩擦力 ( $f_{\max} = f_{\text{滑}}$ ), 而  $f_{\text{滑}} = \mu mg \cos \theta$ , 即上述一次函数的斜率小于之前的斜率, 图像如图 7 所示.

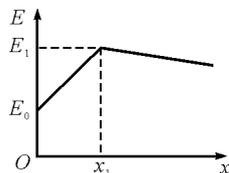


图7 E-x 图

但认为  $f_{\max} = f_{\text{滑}}$  仅仅是为了问题计算时方便所做的一种假设, 实际上两物体之间的最大静摩擦力要大于他们之间的滑动摩擦力 ( $f_{\max} > f_{\text{滑}}$ ). 所以关于上述函数的图像还应该存在另一种结果, 如图 8 所示.

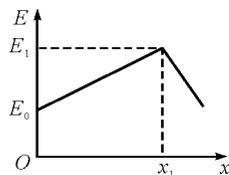


图8 E-x 图

#### 4 结束语

物理学是一门严谨的自然科学, 正因为如此, 它对引领学生思维向更高层次发展有着不可估量的价值. 在日常的教学中存在这样一类现象, 教师在讲解复杂问题时, 常常会在某个难点上简单带过, 这必然导致学生的一知半解, 对学生思维发展的促进作用变得事倍功半. 因此, 教师要善于抓住习题教学中学生的思维增长点, 及时鼓励、引导学生结合实际分析讨论, 培养他们的思维发散性和逻辑严密性, 这样才能提升学生的学科思维品质和核心素养.