

圆阵波束输出的高分辨方位估计 *

杨益新 孙 超

(西北工业大学声学工程研究所 西安 710072)

1998 年 9 月 19 日收到

摘要 在研究波束域高分辨 MUSIC 算法的基础上, 本文把阵元域 WSF 算法推广到波束域中。这两种算法对阵列的形式没有限制, 可以应用于水声系统中常见的均匀圆阵波束输出。计算机仿真结果表明, 对于圆阵波束输出, 波束域 MUSIC 算法估计目标方位的性能优于阵元域 MUSIC 算法, 而波束域 WSF 算法则保持了阵元域 WSF 算法的最佳方位估计性能。

关键词 均匀圆阵, 阵元域, 波束域, 高分辨方位估计, MUSIC, WSF

High resolution direction estimation of circular array beam outputs

Yang Yixin Sun Chao

(Institute of Acoustics Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract Based on the study of beam space high resolution MUSIC algorithm, we expand the element space weighted subspace fitting (WSF) algorithm into beam space in this paper. These two algorithms have no constraints on the array shape and they can easily be applied to beam outputs of uniform circular arrays which are often used in underwater systems. Computer simulation results show that the beam space MUSIC algorithm achieves better estimation performance than its counterpart in element space, while the beam space WSF algorithm hold the best estimation performance of element space WSF algorithm when applied to the beam outputs of a uniform circular array.

Key words Uniform circular array, Element space, Beam space, High resolution bearing estimation, MUSIC, WSF

1 引言

均匀圆阵是在水下声系统中经常使用的一种基阵形式^[1]。这种阵形有许多优点, 如可提供 360° 的无模糊方位角信息、在各个方向上有相同的方向特性。大多数的水声系统利用圆

阵波束输出进行目标方位估计。但是传统的方位估计算法难以给出当存在多个目标, 且角距小于常规束宽时的方位估计。波束域高分辨算法也是利用波束输出信息估计目标方位, 但这种类型的算法可以给出目标角距小于常规束宽时的方位估计, 而且算法的运算量低于阵元域

* 国家自然科学基金资助项目

算法^[2]。本文给出了波束域 MUSIC 算法和波束域 WSF 算法, 并通过大量的计算机仿真证明, 当这两种算法应用到圆阵波束输出时, 波束域 MUSIC 算法的分辨信噪比门限得以降低, 且估计性能有所提高, 而波束域 WSF 算法则可保持阵元域 WSF 的最佳方位估计性能。

2 圆阵接收信号模型

均匀离散分布圆阵的几何结构如图 1 所示。假定各向同性的 M 个阵元等间隔地分布在一个位于 XOY 平面内, 其中心位于坐标系的原点, 半径为 r 的圆周上, 假定该圆阵的第 0 号阵元位于 X 轴正向, 则第 m 号阵元和 X 轴之间的夹角为 $\gamma_m = 2\pi m/M$, 其位置向量是 $\vec{p}_m = (r \cos \gamma_m, r \sin \gamma_m, 0)$ 。考虑波数为 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 的窄带平面波从 $-\vec{r}$ 方向入射到圆阵,

$$\vec{r} = (\cos \theta, \sin \theta, 0) \quad (1)$$

θ 为入射平面波和 X 轴正向的夹角。在某一时刻, 原点和阵元 m 接收到的信号复包络之间的相位差是

$$\psi_m = e^{jk_0 \vec{r} \cdot \vec{p}_m} = e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_m)} \quad (2)$$

因此圆阵的阵元域阵列流形向量是

$$\mathbf{a}(\theta) = [e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_0)} \dots e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_{M-1})}]^T \quad (3)$$

假定圆阵接收位于远场 d 个点信号源发射的窄带信号波前, 其到达基阵时的水平入射角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d$, 则第 m 个阵元的输出信号可以表示为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^d s_i(t) e^{jk_0 r \cos(\theta_i - \gamma_m)} + n_m(t) \quad (4)$$

$m = 0, \dots, M-1$

其中 $n_m(t)$ 表示阵元 m 上的加性噪声。若用矩阵向量表示, 则圆阵输出可记为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

其中信号源向量 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \dots s_d(t)]^T$, 圆阵阵元域阵列流形矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \dots \mathbf{a}(\theta_d)]$, 噪声向量 $\mathbf{n}(t) = [n_0(t) n_1(t) \dots n_{M-1}(t)]^T$ 。

我们假定噪声向量 $\mathbf{n}(t)$ 和信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 不相关, 且 $\mathbf{n}(t)$ 是一个平稳的, 时、空上均为白色的复高斯过程, 其协方差为 $E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\} = \sigma^2 \mathbf{I}$ 。

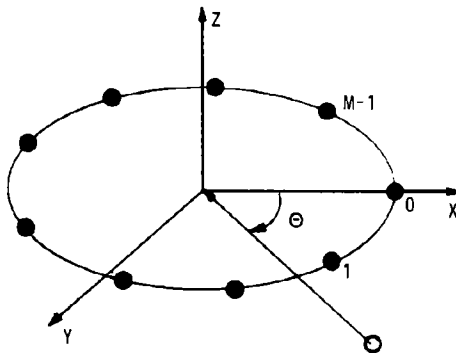


图 1 均匀离散分布圆阵

3 波束域算法

在方位估计之前, 基阵输出经过一个波束形成预处理器, 其输出为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}^H \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

其中 $\mathbf{W}$ 是一个 $M \times B$ 的波束形成矩阵, B 是在感兴趣的空间区域内形成的波束个数, 一般远小于阵元个数。(3) 式的变换把阵元域输出转换到了波束域输出。波束域协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)\} \\ &= \mathbf{W}^H \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H \mathbf{W} + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{S} = E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}$ 是信号协方差矩阵。

波束域 MUSIC 算法^[2]通过寻找波束域空间方位谱

$$D_y(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)(\mathbf{W}\mathbf{E}_N)(\mathbf{W}\mathbf{E}_N)^H \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{W}\mathbf{W}^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (8)$$

的零点, 确定信号的入射方位。

波束域加权子空间拟合算法可以表示为

$$[\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{T}}] = \operatorname{argmin}_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_s \mathbf{Q}^{1/2} - \mathbf{W}^H \mathbf{A} \mathbf{T}\|_F^2 \quad (9)$$

18 卷 6 期 (1999)

其中 $\|\bullet\|_F$ 表示 Frobenius 范数, $\operatorname{argmin}\|\bullet\|_F$ 表示使表达式的 Frobenius 范数值最小的参数取值, $\mathbf{W}$ 是 $M \times B$ 的波束形成矩阵, $\mathbf{E}_s$ 是信号特征向量矩阵, $\mathbf{A}(\Theta)$ 在这里是 $M \times p$ 维矩阵, 表示所有可能的信号方位对应的方向向量构成的矩阵。利用分离变量法求解 (9) 式, 可得信号方位的估计如下

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\theta} V_N(\theta) \quad (10)$$

$$V_N(\theta) = \operatorname{Tr}\{\mathbf{P}_{A_w}^{\perp}(\theta)\mathbf{E}_s(\Lambda_s - \sigma^2\mathbf{I})^2 \cdot \Lambda_s^{-1}\mathbf{E}_s^H\} \quad (11)$$

式中 $V_N(\theta)$ 是准则函数, $\operatorname{Tr}(\bullet)$ 是求迹算子, $\mathbf{P}_{A_w}^{\perp}(\theta)$ 是到 $\mathbf{A}_w = \mathbf{W}^H\mathbf{A}$ 的零空间的投影矩阵, Λ_s 是信号特征值矩阵, $\mathbf{I}$ 是单位矩阵, σ^2 是噪声方差, $\mathbf{T}$ 是一个任意的 $p \times q$ 维的非奇异矩阵。和阵元域加权子空间拟合算法类似, 当

$$\mathbf{Q} = (\Lambda_s - \sigma^2\mathbf{I})^2\Lambda_s^{-1} \quad (12)$$

时算法可以取得最佳的渐近估计性能。

利用无约束最小化问题的修正牛顿法, (10) 式和 (11) 式的波束域加权子空间拟合算法可以表示为如下的迭代形式^[3-5]

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \varepsilon_k \mathbf{H}^{-1} \mathbf{V}'(\theta) \quad (13)$$

$$v'(\theta) = -2\operatorname{Re}\{\operatorname{diag}(\mathbf{A}_w^+ \mathbf{M} \mathbf{M}^H \cdot \mathbf{P}_{A_w}^{\perp} \mathbf{D}_w)\} \quad (14)$$

$$\mathbf{H} = 2\operatorname{Re}\{(\mathbf{D}_w^H \mathbf{P}_{A_w}^{\perp} \mathbf{D}_w) \odot (\mathbf{A}_w^+ \mathbf{M} \mathbf{M}^H \mathbf{A}_w^+)^T\} \quad (15)$$

式中下标 k 表示迭代次数, ε_k 是迭代步长, $\mathbf{M} = \mathbf{E}_s \mathbf{Q}^{1/2}$, $\mathbf{V}'(\theta)$ 是准则函数 $V(\theta)$ 对 $\Theta = \{\theta_i, i = 1, \dots, d\}$ 的偏导向量, $\mathbf{A}_w^+ = (\mathbf{A}_w^H \mathbf{A}_w)^{-1} \mathbf{A}_w^H$ 是 $\mathbf{A}_w$ 的伪逆矩阵。 $\operatorname{diag}(X)$ 表示取矩阵 X 的对角线元素构成的列向量, H 是准则函数的海赛矩阵, $\odot$ 表示两个矩阵对应元素相乘,

$$\mathbf{D}_w = \mathbf{W} \cdot \left[\frac{d\mathbf{a}(\theta_1)}{d\theta_1} \frac{d\mathbf{a}(\theta_2)}{d\theta_2} \dots \frac{d\mathbf{a}(\theta_d)}{d\theta_d} \right] \quad (16)$$

应用声学

在实际中, 可利用 $x(t)$ 的 N 次独立采样 $[x(1), x(2), \dots, x(n)]$ 得到 $\mathbf{R}_y$ 的估计

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{W}^H \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \mathbf{W} = \mathbf{W}^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{W} \quad (17)$$

然后再应用波束域高分辨算法估计目标方位。

4 计算机仿真

在仿真实验中假定所用的均匀分布圆阵由 64 个相同的无指向性阵元组成, 圆阵的工作频率是 4kHz, 圆阵半径为 1.5m, 也就是工作频率对应波长的 4 倍 (以水中声速为 1500m/s 计)。使用延迟求和方法对圆阵阵元输出进行波束形成, 则该圆阵的常规波束宽度约为 6° 。假定目标信号源位于圆阵远场 -1.5° 和 1.5° 处, 即两目标角距为常规束宽的一半。两目标源等功率, 不相关。仿真实验中从 -16dB 到 16dB 变化信噪比, 每次信噪比变化间隔为 4dB。

使用阵元域 MUSIC 算法和波束域 MUSIC 算法, 在每个信噪比上进行 500 次独立的方位估计实验, 每次实验使用的快拍数为 100。这里波束域 MUSIC 算法使用了圆阵指向 $-1/32$ 、0 和 $1/32$ 弧度的三个波束输出。图 2(a) 给出了两种算法在不同信噪比上的分辨概率, 图 2(b)、(c) 分别为两种算法对 1.5° 方向入射信号的估计偏差和标准离差, -1.5° 方向入射信号的估计偏差和标准离差和图 2(b)、(c) 相似。所有图中, 虚线为阵元域 MUSIC 算法的结果, 实线为波束域 MUSIC 的结果。

改用阵元域 WSF 算法和波束域 WSF 算法进行相同的仿真实验。阵元域 WSF 算法和波束域 WSF 算法在不同信噪比上的分辨概率在图 3(a) 中, 图 3(b)、(c) 分别为两种算法对 1.5° 方向入射信号的估计偏差和标准离差, -1.5° 方向入射信号的估计偏差和标准离差与此类似。所有图中, 虚线对应阵元域 WSF 算法, 实线对应波束域 WSF 算法。

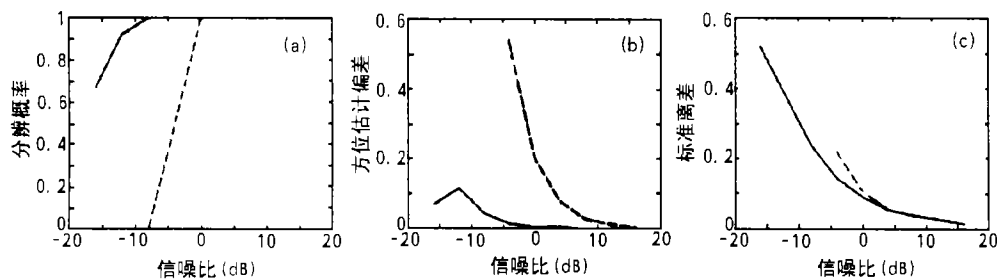


图 2 波束域 MUSIC 算法方位估计性能分析

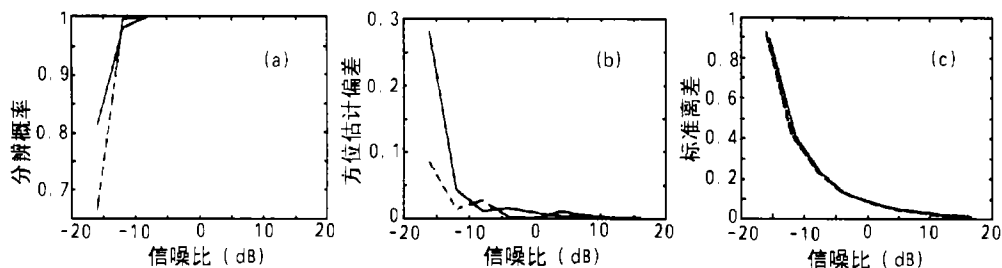


图 3 波束域 WSF 算法方位估计性能分析

分析图 2 和图 3 的结果,可以得到结论:

(1) 正确估计相同角距的目标方位时,波束域 MUSIC 算法所要求的阵元输出信噪比小于阵元域 MUSIC 算法,估计的偏差也大大小于阵元域算法,标准离差近似不变;

(2) 波束域 WSF 算法和阵元域 WSF 算法估计多目标方位的性能基本一致;

比较图 2(a) 和图 3(a),阵元域 MUSIC 算法的分辨信噪比门限远高于阵元域 WSF 算法,而波束域 MUSIC 算法则达到了和波束域 WSF 算法近似相等的信噪比门限。

5 结束语

圆阵是水声系统中常见的阵列形式,波束域 MUSIC 算法和波束域 WSF 算法可以直接利用圆阵波束输出进行目标方位估计,运算负

担减轻,且波束域 MUSIC 算法的分辨信噪比门限得以降低,估计性能有所提高,波束域 WSF 算法则可保持阵元域 WSF 的最佳方位估计性能。进一步的工程化研究有望使这两种算法在信号处理前级采用预成多波束形式的水声系统中得到应用。

参 考 文 献

- 1 Davies D E N. The Handbook of Antenna Design. Vol.II, Chapter 12, Peter Peregrinus, Stevenage, 1983.
- 2 Lee H B, Wengrovitz M S. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1990 **38**(9): 1545-1559.
- 3 Viberg M, Ottersten B. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, **39**(5): 1110-1121.
- 4 Viberg M, Ottersten B, Kailath T. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991 **39**(11): 2436-2449.
- 5 孙超, 李斌. 加权子空间拟合算法理论与应用. 西安: 西北工业大学出版社, 1994 年.