

模糊数学在厅堂音质评价中的初步应用

康健

(清华大学建筑系)

1985年11月5日收到

本文首先简要分析了目前厅堂音质评价常用的方法及其中存在的一些问题;然后给出了用模糊关系方程和分组法求加权系数和综合评判的数学模型,并用此对我国一些已有的厅堂音质调查结果作了分析;最后指出了厅堂音质中应用模糊数学的意义及关于今后研究的一些想法。

一、引言

建筑声学领域中评定厅堂音质有以下内容:1.确定物理指标和主观评价指标;2.确定观众对各个主观单项评价指标的权重并由单项评价给出总评价;3.寻求物理指标和主观单项指标的对应关系;4.确定各项物理指标对厅堂总评价结果的影响程度并由物理指标直接预测厅堂总评价。

这方面较早的全面系统的研究是 Beranek 在 60 年代初提出的一套厅堂音质评价方法。^[1] 他通过调查选定了八个认为是独立的主观单项评价指标并给出了物理指标和这些指标的线性关系,尔后人为地按百分制给出各主观指标的权数,这样由物理指标便可求出厅堂音质总评价。

Beranek 用此原则精心设计的纽约 Philharmonic 音乐厅却不太成功。他的评价方法可能存在的缺陷有:1.主观单项指标的计权方法不一定合适;2.物理指标与主观评价指标的关系不一定正确;3.物理指标及主观指标可能有重要遗漏。

此后各国的研究集中在:1.收集各种主观评价音质的名词并将其归类、整理;2.寻找物理指标、主观单项指标及总评价三者间的对应关系,虽然提出了不少回归方程,但为大家所公认的却很少。

表 1 是我国目前所用的典型的音质主观评价表^[2]。其总评价指数的计算公式为: Σ (分数等级乘以反映此等级的观众百分数)。这种方法把心理上的好、中、差简单地对应于数学上的三、二、一且各主观指标的加权系数一样,似不一定合适。

表 1 典型的音质主观评价表

1	2	3	4	5	清晰度
很不清晰	不清晰	清晰	较清晰	很清晰	
1	2	3	4	5	亲切感
好象户外	似距很远	似距较远	似在近处	犹如当面	
1	2	3	4	5	响度
太轻	较轻	还可以	合适	很满意	
1	2	3	4	5	混响时间
太干	混响稍短	混响合适	混响略长	混浊	
1	2	3	4	5	干扰
很严重	较严重	一般	较好	很好	
1	2	3	4	5	总评价
很不满意	不太满意	一般	良好	非常满意	

综上述,各物理指标、主观单项评价指标的权重问题以及用单项指标预测总评价的问题用现有的方法难以得到圆满的解决,寻求一种新的评价方法很有必要。

人脑的思维并非全是二值逻辑,而是建立于评价指标集上的一组隶属度。1965年 L. A. Zadeh 提出的模糊数学正是建立于此基础上。20年来,模糊数学在各个应用领域已取得较大成果。

厅堂音质评价是一个较典型的模糊综合评判问题。由于其包括物理和主观两重指标,故又有些特殊性。近年来,模糊数学方法在厅堂或电声器件评价工作中已受到注意^[3]。本文愿就这方面作一些初步的、粗略的探讨。

二、Fuzzy 关系方程的应用

1. 数学模型^[4-5]

设厅堂音质主观评价指标的集合为 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_m\}$; 例如 $U = \{\text{亲切感, 清晰度, 响度, 混响, } \dots\}$, 评语集合为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_j, \dots, v_n\}$, 例如 $V = \{\text{很好, 好, 一般, 较差, 差}\}$ 。设 $r_{ij} = \mu_R(u_i, v_j)$ 表示就因素 u_i 而言, 音质被评为 v_j 的隶属度 ($0 \leq v_{ij} \leq 1$)。

论域 U 上的因素模糊子集为:

$$A = \frac{a_1}{u_1} + \frac{a_2}{u_2} + \dots + \frac{a_i}{u_i} + \dots + \frac{a_m}{u_m} \quad (0 \leq a_i \leq 1)$$

a_i 为 u_i 对 A 的隶属度, 即某评价指标在总评价中所起的作用大小。论域 V 上的等级模糊子集为:

$$B = \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} + \dots + \frac{b_j}{v_j} + \dots + \frac{b_n}{v_n} \quad (0 \leq b_j \leq 1)$$

b_j 为等级 v_j 对综合评定的模糊子集的隶属度。此时, 有关系式:

$$[b_1 b_2 \dots b_j \dots b_n] = [a_1 a_2 \dots a_i \dots a_m] \circ$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & & r_{mj} & & r_{mn} \end{bmatrix}$$

简记为: $B = A \circ R$

其运算规则为:

$$b_j = (a_1 * r_{1j}) * (a_2 * r_{2j}) * \dots * (a_m * r_{mj})$$

简记为模型 $M(*, *)$ 。其中:

$*$: 广义模糊“与”运算;

$*$: 广义模糊“和”运算。

根据问题的不同性质, 人脑有不同的思维方法, 相应的模型也有所不同, 如:

$$\left. \begin{matrix} M(\wedge, \vee) \\ M(\cdot, \vee) \end{matrix} \right\} \text{主因素突出型}$$

$$M(\cdot, +) \text{——加权平均型}$$

求观众对各项评价指标的权重即求解 A , 求总评价即计算 B 。

2. 求解 A 实例

表 2 是六十年代某单位对北京市一个礼堂所作的音质主观评价调查结果。

表 2 某礼堂音质主观评价调查结果(%)

项目	一区			二区			三区		
音量	大 0	合适 33	小 67	大 16	合适 68	小 16	大 0	合适 22	小 78
总的余音	长 0	合适 20	短 80	长 0	合适 75	短 25	长 11	合适 56	短 34
清晰度	很清 0	清 100	不清 0	很清 0	清 0	不清 100	很清 0	清 89	不清 11
总印象	好 20	一般 60	坏 20	好 55	一般 45	坏 0	好 33	一般 56	坏 11

现取:

$$U = \{\text{音量, 总的余音, 清晰度}\}$$

$$V = \{\text{好, 中, 差}\}$$

选用 $M(\wedge, \vee)$ 模型求解各区的 A 。

对于一区, Fuzzy 关系方程为:

$$[a_1 a_2 a_3] \circ \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [0.2 \ 0.6 \ 0.2]$$

广义矩阵为:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 0.6 \\ 0 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.7 & 0.8 & 0.2 \end{array} \right]$$

最大解为 $[0.2, 0.2, 0.6]$, 验证知, 其为原方程的解。

A 的同解矩阵

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

对 A^* 每行取一非零元素,逐行取上确界(空集上确界为零),可得出三个拟极小解:

$$[0.2, 0, 0.6]; [0.2, 0.2, 0.6]; [0, 0.2, 0.6]$$

故方程的解是:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 \\ [0, 0.2] \\ 0.6 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} [0, 0.2] \\ 0.2 \\ 0.6 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

对于二、三两区,依求最大解的公式 $A = (R \oplus B^T)^T$ 试解知方程无解。

以上计算结果说明:(1)本次调查的指标可能不全;(2)表中的单项评价等级可能不适于做模糊综合评判。

3. 计算 B 实例

表 3 是北京某新建剧院的音质评价调查结果。

表 3 北京某剧院音质主观调查结果

统计值	响度			清晰度			丰满度		
	不够	太响	正好	不清	清	很清	差	一般	好
评价统计数	3	10	39	5	36	14	3	19	24
百分数%	5	19	75	9	65	25	7	41	52

设 $U = \{\text{响度, 清晰度, 丰满度}\}$

$V = \{\text{好, 中, 差}\}$

则转换矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.19 & 0.05 \\ 0.25 & 0.65 & 0.09 \\ 0.52 & 0.41 & 0.07 \end{bmatrix}$$

根据对几个剧院的调查、测试结果,试取(不作设计依据):

$$A = (0.45, 0.35, 0.20)$$

(1) 若取 $M: (\wedge, \vee)$, 则 $B = A \circ R = (0.50, 0.39, 0.10)$ (已归一化)

(2) 若取 $M: (\cdot, \oplus)$, 这里 $\alpha \oplus \beta = \min(1, \alpha + \beta)$ 则 $B = (0.529, 0.395, 0.058)$, 归一化有 $B = (0.53, 0.40, 0.07)$ 。

应用声学

(3) 若取 $M: (\cdot, \vee)$, 则 $B = (0.34, 0.23, 0.032)$, 归一化有: $B = (0.56, 0.38, 0.06)$ 。

由计算结果知,本剧场约有 45—56% 的观众反映“好”,6—10% 的观众反映“差”。三种计算模型的结果基本一致。

三、分组法的应用

1. 数学模型

先就物理指标的分组法进行讨论。同前, $U = \{u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_m\}$ 为指标集, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_j, \dots, v_n\}$ 为评价等级集或因素水平集, 例如: $V = \{1 \text{ 级(好)}, 2 \text{ 级(较好)}, \dots\}$ 或 $V = \{[x_1, x_2], \dots, [x_2, x_3], \dots\}$; $W = \{w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_n\}$ 为总评价水平集。

由一定数量的厅堂调查结果可完成表 4, 表中值是某厅堂某一物理指标所属的等级或水平。然后建立每个物理指标与总评价的模糊关系矩阵

$$\mu_d = (u_i, w) = p_{ik} \quad 1 \leq j, k \leq n \quad (1)$$

其中 $p_{ik} = M_{ik} / \sum_{k=1}^n M_{ik}$, M_{ik} 是 u_i 指标取 v_j 水平时总评价取 w_k 水平的样本数。由此易得各物理指标的权数为:

$$\mu_d(u_i) = \sum_{j=1}^n \left[\max_{k=1,2,\dots,n} (M_{ik}) \right] / \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \times \left[\max_{k=1,2,\dots,n} (M_{ik}) \right] \quad (2)$$

表 4 分组法表格

厅堂号或 实验号	论域 U	W
	$u_1 u_2 \dots$	
1		
2		
$\vdots$		

在预测和综合评价问题中,已知各单项物理指标的水平 i , 可分别取 $\mu_d = (u_i, w) = p_{ik}$ 中的第 i 行,组成模糊单项评价矩阵如下:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cdots & \cdots & r_{ij} & \cdots \\ r_{m1} & \cdots & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

由已求出的权数矩阵 A , 利用 $B = A \circ R$ 即可求出总评价水平。

表 4 的数据可以通过缩尺模型或消声室多声道模拟人为地控制各物理指标值, 以正交表的构造方式给出。

主观指标的分组法亦同理。评价指标的分界值可由成对比较法或主观调查法确定。

2. 分组法应用实例

图 1 是 60 年代进行的上海八家剧场话剧音质主观调查结果。由此可整理出分组表, 如表 5。这里取 0.5 分为一档。

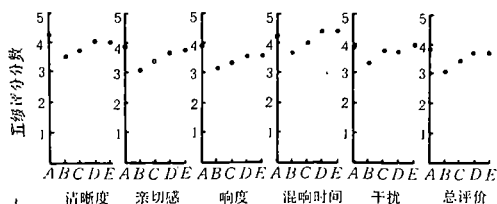


图 1 上海八家剧场音质调查结果

表 5 八家剧场音质调查分组表

分区号	u_1 清晰度	u_2 亲切感	u_3 响度	u_4 混响时间	u_5 干扰	总评价
A	8	7	7	8	7	7
B	7	6	6	7	6	6
C	7	6	6	7	7	6
D	8	7	7	8	7	7
E	8	7	7	8	7	7

用 A、B、C、D 四区数据, 据式 (1) 可得:

$$\mu_A(u_1, w) = \begin{bmatrix} \frac{0}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \end{bmatrix};$$

$$\mu_A(u_2, w) = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \end{bmatrix};$$

$$\mu_A(u_3, w) = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \end{bmatrix};$$

$$\mu_A(u_4, w) = \begin{bmatrix} \frac{0}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{0}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \end{bmatrix};$$

$$\mu_A(u_5, w) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{0}{3} & \frac{0}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{0}{3} \\ \frac{0}{3} & \frac{0}{3} & \frac{0}{3} \end{bmatrix}$$

据式 (2) 可得各主观指标的加权系数分别是:

$$\mu_A(u_1) = \mu_A(u_2) = \mu_A(u_3) = \mu_A(u_4) = \frac{4}{17}$$

$$\mu_A(u_5) = \frac{3}{17}$$

即

$$A = \left(\frac{4}{17}, \frac{4}{17}, \frac{4}{17}, \frac{4}{17}, \frac{3}{17} \right)$$

以此预测 E 区:

$$R = \begin{bmatrix} \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{0}{2} & \frac{2}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{0}{3} \end{bmatrix}$$

所以 $B_E = A \circ B = \left(\frac{3}{17}, 1, 0\right)$

归一化有:

$$B_E = (0.15, 0.85, 0)$$

即 E 区得分为 7 的隶属度最大. 预测正确.

本问题中评价对象是厅堂中的各区, 指标值差别不大. 此结果用于一般厅堂的预测时可能要外推, 易致结果不准确. 欲避免外推而用内插, 表 5 中指标值不应过分集中.

四、结 语

本文提出了一些厅堂音质评价中应用模糊数学的方法, 其意义在于: 1. 了解各物理指标的重要性次序, 用于指导设计; 2. 设计阶段即可预测建成后的单项主观指标和总评价结果; 3. 已建厅堂的音质评价, 只需少量评价人员给出单项评价便可预测大多数观众的总评价.

用 Fuzzy 关系方程求 A, 再用 $B = A \circ B$ 求 B 从数学上看似乎陷入了逻辑混乱. 但事实

上 A 是从大量厅堂的大量观众中得出的结果, 并经多次调试, 故可认为是准确的. 综合评价时将它与较准确的单项评价结合, 得出的总评价将比直接调查观众总评价的结果准确. 当然, 后者样本足够大时, 二者结果应趋于一致.

本文仅是一些初步的探讨. 还有许多问题须深入研究, 如: 1. 设计与模糊数学方法相适应的调查、评价及实验方案; 2. 最优 Fuzzy 关系方程运算模型的选定; 3. 用 Fuzzy 方程解的存在性来寻求最优指标集.

最后应指出的是, 解决厅堂音质评价问题的途径多种多样, 模糊数学方法不是唯一的也不一定是最好的方法.

参 考 文 献

- [1] Leo. L. Beranek, "Music, Acoustics & Architecture" John Wiley & Sons, Inc. 1962.
- [2] 王季卿, 声学技术, 3(1984), 35—40.
- [3] 包紫薇, 电声技术, 1(1984), 1—5.
- [4] 汪培庄, 模糊集合论及其应用, 上海科技出版社, 1983.
- [5] 陈贻源, 模糊数学, 华中工学院出版社, 1984.

夹心复合 PZT 材料及其应用

庄 詠 珍 徐 其 昌

(中国科学院声学研究所)

1986 年 3 月 5 日收到

本文主要描述致密-多孔-致密夹心复合 PZT 材料及其在窄脉冲超声换能器方面的应用. 通过两类六种不同夹心复合材料的换能器实验表明, 未充硅橡胶的夹心复合材料是一种制作窄脉冲超声换能器的新型换能材料.

一、前 言

由压电陶瓷相和高分子聚合物相(或空气相)按特定方式连结的复合压电陶瓷材料是近几年兴起的新型压电陶瓷材料, 它大大改善了压电特性, 最突出的是它具有小的介电常数 ϵ 和大的压电电压系数 g 常数, g 常数比普通压

电陶瓷大几十倍. 因此近年来美国^[1-6]. 日本^[7-9]等积极研制各种模式的新型复合压电陶瓷材料, 努力探索应用领域并取得了一定的进展. 1980 年我所也研制成有特色的致密-多孔-致密夹心复合(3-3)压电陶瓷材料^[11-12], (本文简称“夹心复合材料”)并用这种材料制成了复合压电陶瓷水听器^[13]. 1985 年我所与地矿部保定水文地质、工程地质技术方法研究队合