分层海洋介质中本征声线的快速计算

孙枕戈

(中国科学院声学研究所 北京 100080)

马远良 屠庆平

(西北工业大学航海工程学院 西安 710072)

1996年1月22日收到

摘要 本文提供一种在恒定水深的水平分层海洋中快速计算本征声线的方法.该方法引入声线跨度的概念,将本征声线分解为若干声线跨度的组合,并以声线常数为自变量建立声线组合方程.利用牛顿下山法迭代求解该方程得到本征声线,极大地提高了计算效率.给定海深、声速剖面、声源距离、深度及接收器深度等参数时,应用本方法可以计算出若干条本征声线的出射角、到达接收位置时的入射角和传播时间.若附加声源的辐射频率和海底底质等信息,还可以计算出到达声线所携带声波的声强与相位.这样应用经典射线声学的方法就可简明描述声场分布.本方法已在IBM PC微机上实现.它对许多海洋射线声学问题的研究有所助益,在深海远程目标定位、衰落信道中编码信号的传播预报等方面预期有广泛用途.

关键词 分层介质,本征声线,跨度,迭代算法

Fast search for eigenrays in stratified ocean

Sun Zhenge

(*Institute of Acoustics, Academia sinica, Beijing*, 100080)

Ma Yuanliang, Tu qingping

(*College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnics University, Xian*, 710072)

Abstract This paper presents an efficient algorithm for finding eigenrays in stratified ocean. The path of an eigenray is represented by the combination of several specified ray spans. Eigenrays are found using an efficient algorithm based on an analysis of the range—invariant ray spans and their dependence of ray path geometry on the Snell invariant. This approach has been implemented on IBM PC computer. It has potential uses on passive localization and the prediction of coded signal propagation in fading channel. Several examples included in this paper show the accuracy and efficiency of this algorithm.

Key words Stratified medium, Eigenray, Span, Iterative algorithm

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

1 引言

经典射线声学的方法虽然只是严格波动理论下的一种近似方法，但它具有直观、简明的特点，因此在许多情况(如高频、深海)下，它仍是分析声场最简便有效的方法[1,2]. 根据经典射线声学的理论，从声源辐射出的声能量是由声线携带并传播的，声场中某点的场值是所有到达该点的声线的叠加结果. 联结声源与接收点的声线统称为本征声线. 本征声线是应用经典射线声学理论描述声场的关键. 快速地解算出本征声线能迅速得到声场的声线法描述.

本征声线有许多相关特征量，如声线常数、出射角和传播时间等. 求出所有这些特征量是本征声线计算的最终目的. 在本征声线的特征量中声线常数是最重要的一个特征量，所有其它的特征量都可以从此常数直接导出[1,2]. 因此，我们将以声线常数为线索来搜寻计算本征声线.

为了保证计算的简明有效，本文引入声线跨度的概念. 当声线由声源出发，经由上下返转点反射或折射并又回到声源深度时，声线的掠射角也就回到了刚出发时的状态，声速大小与声线掠射方向都与出射时的一致. 声线历经这样一个循环所走过的距离称为声线跨度. 分层海洋中针对每一个出射角，都有一个确定的声线跨度与之对应. 声线跨度是联系声线常数与声线轨迹的一个中间量. 通过引入声线跨度，我们可以把从声源到接收点的本征声线看成是若干段声线跨度的累加组合. 这样对整个本征声线轨迹的描述就简化为对若干声线跨度组合的描述. 用声线跨度组合方程描述本征声线是本文快速算法的基础.

引入声线跨度的概念后，本征声线的搜寻问题就简化为解声线跨度组合方程的问题. 考虑到声线跨度又是声线常数的函数，因此声线跨度组合方程可化为以声线常数为自变量的方程. 解跨度组合方程就可以求出本征声线的声线常数，然后再计算出其它相关量，就完成了本征声线搜寻的任务. 本文利用牛顿下山法解跨度组合方程. 采用分段组合的三点公式计算声线导数，在极大提高计算速度的基础上充分保证了计算的数值稳定性. 这是本快速算法的关键.

本文提出的方法已经在 IBM-PC 微机上获得通过. 由得到的结果看，本方法十分有效并具有很高的精度与速度. 在 Pentium-100 计算机上搜寻 20 条本征声线仅需约 0.3 秒钟的时间.

2 声线基本理论概述[1]

声波在水中的传播规律由波动方程来描述. 对于简谐过程的波动方程见式(1).

$$\nabla_{\Psi}^{2} + k_0^2 n(x,\ y,\ z)\Psi = 0. \tag{1}$$

设波场为 $\varphi = A(x,y,z)e^{jk_0 S(x,y,z)}$,

$$\frac{\nabla^2 A}{A k_0^2} \ll n2, \tag{2}$$

则有

$$(\nabla S)^2 = n^2, \tag{3}$$

$$\nabla^2 S + 2\frac{\nabla S \nabla A}{A} = 0. \tag{4}$$

式(3)就是射线声学的第一个基本方程 Eikonal 方程，也叫程函方程，用以确定声线的走向. 式(4)是射线声学的第二个基本方程，称为强度方程，用以确定声线的强弱. 式(2)则是射线声学方法成立的基本条件，在高频情况下此条件一般是可以满足的.

设分层介质中 $n(x,y,z) = n(z)$，由式(3)可得：

$$S(x,\ z) = \xi x + \int \sqrt{n^2(z) - \xi^2}\,dz, \tag{5}$$

其中 $\xi = n(z)\cos\theta(z) = \mathrm{const}$，为声线常数，$S$ 为程函.

由式(4)可得：

$$I = \frac{W\cos\theta_s}{x\dfrac{dx}{d\theta}\sin\theta(z)}, \tag{6}$$

其中 I 为射线的强度且 $I \sim A^2\nabla^S$，W 是声源的声功率. 于是射线声场就可以表示为

$$\Psi(x,z) = A(x,z)e^{j\Phi(x,z)}, \tag{7}$$

其中

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

$$A(x, z) = \sqrt{\frac{W\cos\theta_s}{x\dfrac{dx}{d\theta_2}\sin\theta(Z)}},$$

$$\Phi(x, z) = jk_0x + jk_0\int_0^z \sqrt{n^2(z) - \xi^2}dz.$$

可以看出，ξ 是声线的关键，只要求出 ξ 就可以算出 Φ 与 A，也就得到了声场的声线法描述. 其他特征量与 ξ 的关系如下：

$$\cos\theta_s = \zeta, \tag{8}$$

$$\cos\theta_r = \zeta\frac{c(z_r)}{c(z_s)}, \tag{9}$$

$$t = \int\frac{dz}{c(z)\sin\theta(z)}, \tag{10}$$

其中 θ_s 和 θ_r 分别为本征声线入射角与到达角，Z_s 为声源深度，Z_r 为接收点的深度，t 为本征声线的传播时间.

以上讨论的仅是由声源以 θ_s 角出射一根声线时的情况. 在通常情况下，可能有多根声线到达接收点，此时声场就表示为多根声线的叠加形式[1, 2].

3 声线跨度

对本征声线的搜索一般是通过“打靶法”进行的. 简单地说就是以一个初始角度出射一条声线，考察该声线在接收点距离处的深度偏差，根据偏差修正声线出射角，重复这一过程，直至声线打中目标即接收点. 该算法计算量大，速度慢，最严重的缺点是在远距离处数值稳定性差，常常会漏掉一些本征声线. 本文考虑到分层海洋的特殊性，提出一种利用声线跨度搜索本征声线的快速算法.

在分层海洋中，由于声速梯度没有水平方向的变化，因此声线在传播时的掠射角只是深度 z 的函数. 当声线历经一个跨度的传播又回到出射深度时，声线的出射角也与刚出射时是一致的. 这样对于从固定深度以固定角度出射的声线其跨度就是一个常数，与声源的水平位置无关. 在搜索本征声线时就可以把声线传播距离的计算限制在一个声线跨度内，大大地简化了计算.

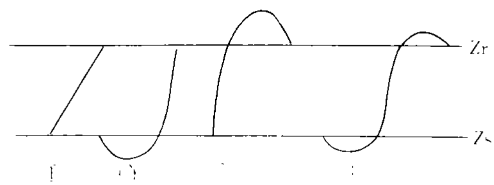

图 1　本征声线的几种到达形式

本征声线到达接收点时的情况有几种固定形式. 以 $Z_r < Z_s$ 为例，共有四种到达形式（参见图 1）.

仔细分析这几种声线传播形式可以发现每一个声线跨度是由几个子跨度组成的，而每一种到达形式又是这种子跨度的不同组合. 为了表达方便，我们定义以下四种跨度.

$$S_1 = 2\int_{Z_b}^{Z_s}\text{ctg}\theta(z)dz, \tag{11}$$

$$S_{12} = \int_{Z_S}^{Z_r}\text{ctg}\theta(z)dz, \tag{12}$$

$$S_2 = 2\int_{Z_r}^{Z_u}\text{ctg}\theta(z)dz, \tag{13}$$

$$S = S_1 + S_2 + 2S_{12}, \tag{14}$$

其中 S_1 表示声源深度处的子跨度，S_2 表示接收点深度处的子跨度，S_{12} 则表示从声源深度到接收点深度的子跨度. 四种跨度的定义形式参见图 2.

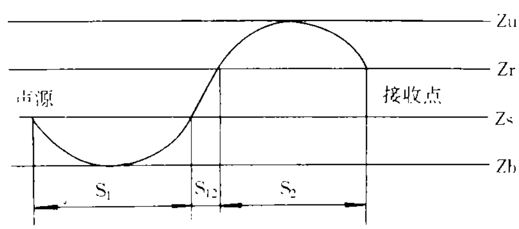

图 2　四种声线跨度的定义形式

有了这四种跨度的定义就可以把本征声线到达接收点时的形式表示为：

$$X = mS + aS_1 + S_{12} + bS_2, \tag{15}$$

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

表 1　本征声线到达形式与 a，b 取值间的对应关系

到达形式	①	②	③	④
a	0	1	0	1
b	0	0	1	1
出射角符号	+	−	+	−
到达角符号	+	+	−	−

其中 m 为不小于零的一个整数，表示从声源到接收点要经过 m 个整跨度，a 和 b 仅能取 0 与 1 中的一个. a 和 b 的取值组合代表了不同形式的本征声线，其对应关系参见表 1. 式(15)就是声线跨度组合方程，是本征声线快速搜寻的基础.

4　跨度组合方程的迭代解法

得到声线跨度方程后，本征声线的搜索问题就已经简化为一般方程的求根问题. 原则上可以采用任意可行的求根算法，本文特别选用牛顿下山法求解方程. 这是因为牛顿类迭代算法在常用求根算法中是最有效的算法之一. 另外，在解算声线强度方程时需计算声线传播距离对出射角的偏导，而这一导数的求得恰恰可以被牛顿迭代类方法所利用. 这样既不增加计算负担又可以大大加快迭代的收敛速度. 牛顿下山法采用下山因子控制迭代过程，可实现对两阶以上根的求解，具有比一般牛顿方法更好的收敛特性[5]，能够适应更一般声速分布条件下本征声线的搜寻.

令 $f(x)=mS+aS_1+S_{12}+bS_2-x$，则声线跨度组合方程就可以表示为：

$$f(x)=0.$$

设 ξ_0 为迭代的初始值，则牛顿下山法的迭代过程就可以表示如下：

$$\xi_0=\xi_0,$$

$$\xi_{n+1}=\xi_n-\lambda\frac{f(\xi_n)}{f(\xi_n)},\tag{16}$$

其中 λ 为牛顿下山因子. 开始时 λ 为 1，当迭代过程中出现发散时就把 l 的值减半，重新迭代，当迭代收敛后再把 λ 重置为 1. 这样既保证了算法在一般情况下的快速有效，又避免了在二阶以上根附近因步长太大造成漏根或分散的问题.

当迭代达到预定精度，即 $|\xi_{n+1}-\xi_n|<\varepsilon$ 时，就可以认为已经求出 ξ 而停止迭代. 此时有

$$\xi\approx\xi_{n+1}.\tag{17}$$

利用式(16)进行迭代运算的关键是声线导数的计算[5]. 当声速分布为某种简单形式(如线性声速梯度分布)时，有解析形式的解. 但通常情况下声速的分布是复杂的，难以用简单形式来表达[1]，只能用数值差分近似微分. 直接的数值差分在这里并不合适. 在远距离上，由于界面反射的影响，微小的声线出射角改变有可能引起很大的声线偏移，使计算的数值稳定性恶化. 为了解决这个问题，我们把声线跨度的思想也引入到导数的计算中. 具体见下式：

$$f'(\xi)=mS'+aS'_1+S'_{12}+bS'_2,\tag{18}$$

其中 S'，S'_1，S'_{12}，S'_2 都是声线子跨度的导数. 在计算时我们采用三点公式计算各个导数. 对所有这些导数而言，计算都限制在一个声线跨度内进行. 由于不存在界面反射，以相近角度出射的相邻两条声线，在一个跨度内彼此间总不会相差很多距离，因而计算的数值稳定性良好. 另外，用三点法计算导数可以避免虚假焦散区的出现，而这个问题在线性声速分布条件下用解析表达式计算时是常常会遇到的[1,3].

迭代时的初值选取很重要. 由于声速剖面的复杂性，使得声线方程可能出现若干不连续点，不适当的初值将不保证牛顿下山法的连续迭代. 考虑到本征声线一般是很多条聚成一组的，彼此间出射角的差距不大，因此在迭代时可以取上一条本征声线的声线常数作为下一条本征声线迭代时的初值，并且把迭代限制在连续的子区间内. 这样逐步分段迭代不但速度快而且可以保证良好的迭代收敛性. 第一条本征声线的初值一般选为局部最大点(即焦散点)两边的一个适当值.

5　本征声线的仿真计算

以下是应用本方法计算本征声线的两个例子. 例 1 给出典型浅海负梯度声速分布条件下

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

本征声线的计算. 例中海深为 54.9 m，海面处声速为 1475 m/s，海底处声速为 1467 m/s. 声源布放深度为 18.30 m，发射 3500 Hz 频率的信号. 接收点深度为 15.2 m，距离声源 5.0 km[6]. 表 2 列出前 6 条本征声线的计算结果. 图 3 为根据计算结果用解常微分方程初值问题方法绘制的声线图，可以看出所有出射声线都准确地到达了接收点，所求声线是本征声线，这说明本方法是十分有效的. 另外由于最终得到了正确的本征声线，说明本方法中有关声线跨度导数的计算也是正确的，否则牛顿下山法就不可能顺利进行. 应用本快速算法在 Pentium-100 型计算机上搜寻本例中的 20 条本征声线总共耗时仅 0.27 s，而打靶法则耗时 7.8 s.

表 2　负梯度条件下本征声线的计算结果

No.	出射角	入射角	传播时间	传播损失	声线导数
单位	度	度	s	dB	米/度
1	2.96	−2.59	3.4010	71.2	−745.3
2	3.47	−3.16	3.4011	79.8	4343.3
3	−3.45	3.15	3.4045	78.1	2973.8
4	−3.70	−3.42	3.4053	77.7	−2309.4
5	3.74	3.47	3.4056	77.4	−2108.6
6	4.10	−3.85	3.4066	76.9	1564.5

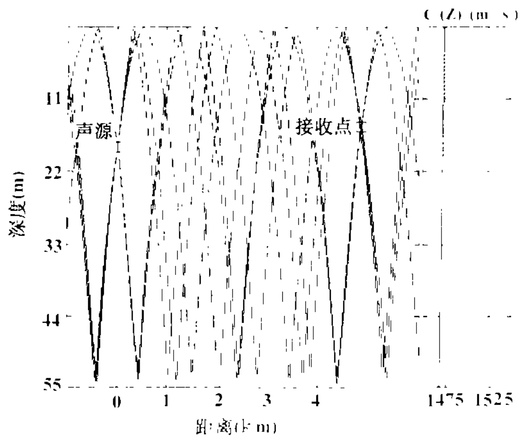

图 3　负梯度条件下本征声线的声线图

例 2 是典型深海声道中本征声线的计算实例，在此例中将计算接收阵列的本征声线. 设海洋深度为 2000 m，声速分布采用 Munk 的公式[4]：

$$c(z) = 1490[1 + 0.0727(x - 1 - e^{-x})],$$

$$x = \frac{100z}{13} - 2 \qquad (19)$$

其中声源布放深度为 40 m，辐射声频率为 750 Hz，接收阵为一垂直线列阵，距离声源 20 km. 垂线阵由 10 个水听器阵元组成，阵元间距 d 为半个波长即 1 m，最上面一个阵元位于水下 120 m 处. 图 4 给出根据计算结果绘制的声线图，由于各阵元处本征声线相近，为清晰起见仅对最上面的一个阵元绘制 5 根有效本征声线. 表 3 则给出对全部阵元的 3 条本征声线的计算结果，包括到达角与传播时间等. 应用本快速算法在 Pentium-100 型计算机上搜寻本例中的 20 条本征声线总共耗时仅 0.33 s，而打靶法则耗时 9.8 s.

从表 3 可以看出，所有同阶本征声线在接收阵处的到达角基本相等，因而可以用平面波模型来描述. 在平面波模型下，以一定角度入射的一列声波到达接收阵时在不同阵元处会有不同时延. 该时延与入射角存在确定关系为

$$t = \frac{d\sin\theta}{c}, \qquad (20)$$

其中 t 是相邻阵元间时间延迟，θ 为声波入射角，d 为阵元间距，c 为声速. 把表 3 中的本征声线到达角与到达时间代入式(20)进行检验，时间偏差仍列于表 3. 可以看出本方法对本征声线传播时间的计算十分精确，在 20 km 的距离上的计算精度为 0.1 ms 量级并满足与到达角的对应关系.

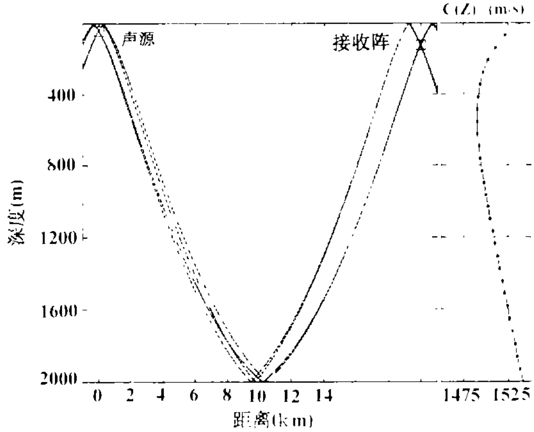

图 4　典型深海信道中垂线阵的本征声线计算(深海条件下)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

表 3　典型深海声道中本征声线的计算结果

本征声线	1			2			3		
阵元单位	到达角度	到达时间 s	时间偏差 ms	到达角度	到达时间 s	时间偏差 ms	到达角度	到达时间 s	时间偏差 ms
1	11.6	13.47620	−0.2681	11.8	13.48273	−0.2729	−12.1	13.50206	0.2805
2	11.6	13.47607	−0.2685	11.8	13.48260	−0.2732	−12.1	13.50220	0.2808
3	11.6	13.47594	−0.2688	11.8	13.48246	−0.2736	−12.2	13.50234	0.2812
4	11.7	13.47580	−0.2691	11.9	13.48232	−0.2739	−12.2	13.50248	0.2816
5	11.7	13.47567	−0.2695	11.9	13.48219	−0.2742	−12.2	13.50262	0.2819
6	11.7	13.47553	−0.2698	11.9	13.48205	−0.2746	−12.2	13.50276	0.2823
7	11.7	13.47540	−0.2702	12.0	13.48192	−0.2749	−12.3	13.50290	0.2827
8	11.8	13.47527	−0.2705	12.0	13.48178	−0.2752	−12.3	13.50304	0.2830
9	11.8	13.47513	−0.2708	12.0	13.48164	−0.2756	−12.3	13.50318	0.2834
10	11.8	13.47499	* * * *	12.0	13.48150	* * * *	−12.4	13.50333	* * * *

6　结论与讨论

分层介质海洋中由于不存在声速梯度的水平变化，因此声线的跨度是一个不随距离变化的固定量. 本文利用这一特点进行了本征声线的快速计算并取得了很好的效果. 本方法对本征声线出射角、到达角与到达时间的计算十分准确，而对本征声线传播衰减的估计则强烈依赖海底模型的选取. 本文例 1 中得到的传播衰减数值与 Cohen 实验的结果相符[6].

本征声线是射线声学问题研究的基础. 本方法已在深海远程目标定位研究及衰落信道中编码信号的传播预报等方面得到应用. 在非水平分层信道中，声线的掠射角同时受到深度与水平两个方向声速梯度变化的影响，变化规律复杂，不能使用这种快速方法.

参　考　文　献

[1] 汪德昭，尚尔昌. 水声学. 北京:科学出版社，1981 年.

[2] Joseph B K, John S P. Wave Propagation and Underwater Acoustics. Springer-Verlag, New York, 1977.

[3] Evan K W, Paul J V. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987, **81** (4): 912—924.

[4] Munk W *J. Acoust. Soc. Am.*, 1974, **55**(1):220—224.

[5] 聂铁军等编. 数值计算方法. 西安:西北工业大学出版社，1990 年.

[6] Cohen J S, Cole B F. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1977, **61** (2):213—217.

(上接第 48 页)

生更重要的是若合理设计锯片结构，就有可能实现相邻转周之间的气流振荡相位反向，从而使圆锯的部分气动声源自行抵消.

6　结论

圆锯气动声属于低频宽带噪声，锯齿尾部周期性涡脱落是圆锯气动声的重要成分；产生圆锯气动声的主源是锯片外悬伸出的锯齿. 影响圆锯气动声最主要的因素是锯齿速度，其次是锯齿刃宽度. 锯片在旋转过程中，每个齿槽空腔都可视为亥姆霍兹声学共振器. 因此抑制锯齿槽内的涡漩强度增长，避免涡破裂是降低圆锯气动噪声的根本途径. 可以预测：选用反对称性或变齿距锯片结构，通过采取合理的降噪措施，就能将圆锯气动声降低至圆盘气动声水平.

参　考　文　献

[1] Reiter W F. *J. Sound and Vibration*, 1976 44(4): 531—543.

[2] 沈保罗. 应用声学，1990 9(4): 20—25

[3] M. P. 诺顿. 工程噪声和振动分析基础，航空工业出版社，1993.

[4] Bies D A. *J. Sound and Vibrtion*, 1992, 154(3): 495—513

[5] Martin B A, Bies D A. *J. cund and Vibrtion*, 1995 155 (2): 317—324

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

无源测向跟踪的数值预测方法

尹 力　　　　马忠梅

(中国科学院声学研究所 北京 100080)　　(北京理工大学)

1996 年 3 月 14 日收到

摘要 本文提出了一类基于最小二乘估计的数值算法，用于解决无源被动测向系统预置跟踪的实际问题. 通过建立观测器及目标运动模型，分析了算法理论上的合理性. 计算机模拟实验结果示出了预测方法的良好性能，并就其对机动目标的适应能力进行了比较.

关键词 无源测向跟踪，运动模型

A numerical prediction method for Bearing-Only Passive Trocking

Yin Li　　　　**Ma Zhong mei**

(*Institute of Acoustics, Academia Sinica Beijing* 100080)　　(*Beijing Insititute of Technology*)

Abstract the paper presents a sort of numerical prediction method for passive tracking of a moving target from a series of bearing data, The method is based on the least square estimation. A travel course mode for the observer and target is used to analyze the assumption of the method. Computer simulation results show good performance to track the manoeuver target.

Key words Bearing only passice tracking, Travel course model

1 引言

无源跟踪由于其自身隐蔽的特点，在军事方面有广泛的应用. 角度测量的跟踪问题，是无源跟踪的一个主要研究方向，在声呐，红外和望远镜探测以及近年迅速发展的电子对抗等领域都有重要的理论与实用价值[1-3]. 通过已知角度数据来预测目标未来的运动状态直接关系到系统的有效性及防御、攻击能力.

在海洋环境中，装载在潜艇上的被动声呐被用来探测来自辐射声源的方位数据，这些数据都伴随着随机误差成份，需经处理后，才能得到对目标方位的正确估计. 当声呐无法正确探测到目标或当多目标产生混淆时，声呐的预置跟踪系统就可以根据已获得的方位角数据，实现对目标方位的预测，从而引导声呐正确地跟踪目标，完成战术任务.

本文讨论的预测方法直接将最优化问题的最小二乘估计[4]用于对积累后目标方位的时间序列进行分析，得到与传统的有限记忆处理方法相同的结论，但省去了全部的随机假定. 此方法的另一特点，就是目标运动模型不限于匀速直航，对机动目标也可做预置跟踪. 本文分别对目标一次，二次运动模型的预测方法进行了误差分析及计算机仿真，说明此方法便于用高速信号处理芯片实现，是一种可应用于实际声呐工程中的数值计算方法.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

2 运动模型

在声呐系统中，获得的目标方位是相对于被动声呐所在监测舰船动坐标系而言的. 将舰船定义为动坐标原点，正北为 Y 轴方向，声呐与目标的地理位置如图 1. 设在 $t=t_0$ 时刻，目标与声呐距离为 R_0，方位为 B_0，航向为 α；经 Δt 时间后，目标轨迹改变 ΔS，方位变为 B.

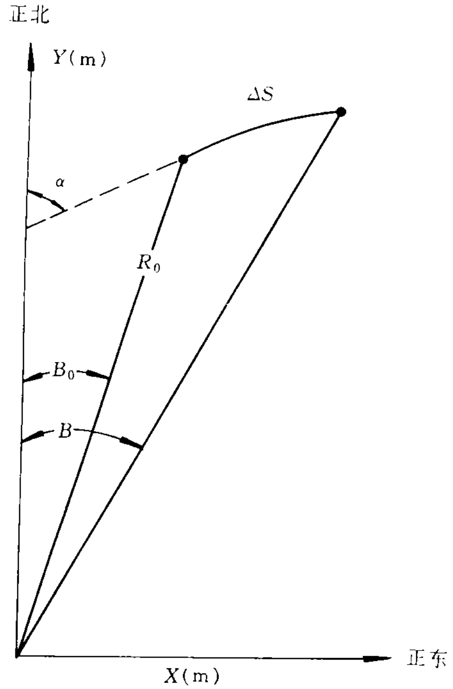

图 1 声呐与目标的地理位置

在短时间内，目标可被看成是做直线或圆周运动[5]. 对于直线运动形式，由三角公式计算得：

$$\frac{\Delta S}{\sin(B-B_0)}=\frac{R_0}{\sin(\alpha-B)} \tag{1}$$

设目标初速度 υ，加速度 a，测(1)式为：

$$\operatorname{tg}(B-B_0)=\frac{\sin(\alpha-B_0)(\upsilon\Delta t+\frac{1}{2}a\cdot\Delta t^2)}{R_0+\cos(\alpha-B_0)(\upsilon\cdot\Delta t+\frac{1}{2}a\cdot\Delta t^2)} \tag{2}$$

$$\Delta t=t-t_0$$

如果目标做匀速直航，则有：

$$\operatorname{ctg}(B-B_0)=\frac{R_0}{\upsilon\cdot\sin(\alpha-B_0)\cdot\Delta t}+\operatorname{ctg}(\alpha-B_0) \tag{3}$$

由(3)式做变量变换，可利用线性最小二乘估计做预测，但是这种方法不能用于目标沿径向运动的情况，并且对于高精度的计算，还需做 B_0 的非线性估计. 所以，针对 ΔS 较小的情况，我们将(2)式两边分别做泰勒展开，近似得：

$$B-B_0=\frac{\upsilon\cdot\sin(\alpha-B_0)}{R_0}\cdot\Delta t+\left\{\frac{a\cdot\sin(\alpha-B_0)}{R_0}-\frac{\upsilon^2\sin[2(\alpha-B_0)]}{R_0}\right\}\Delta t \tag{4}$$

对于回转目标，方位变化应表示为：

$$B-B_0=\frac{\Delta s}{R_0} \tag{5}$$

以一般圆周运动形式表示，有：

$$B-B_0=\frac{\upsilon}{R_0}\cdot\Delta t+\frac{a}{2R_0\cdot\Delta t^2} \tag{6}$$

如果取(2)式的一次展开与(6)式的匀速圆周运动形式，则有 t 的一次多项式：

$$B=b_0+b_1t \tag{7}$$

而(4)式与(6)式都可表示为 t 的二次多项式：

$$B=b_0+b_1t+b_2t^2 \tag{8}$$

在以后的跟踪算法讨论中，我们将着重考虑(7)式与(8)式的表示形式，并将对仿真结果进行比较.

3 预测算法

经积累后的声呐数据仍有随机误差. 系统以等间隔积累 n 次，得方位数据 b_i，采样时间 $t_i=iT$，误差 E_i，其中 $i=1,\cdots,n$. 另外，系统需要向前预测时间 $t_{(n+p)}=(n+p)T$，估计方位值 $\hat{B}_{(n+p)}$.

设测量值 Bi 存在真值 B_i^*. B_i^* 可用 q 次多项式表达：

$$B_i^*=b_0+b_1(iT)+b_2(iT)^2+\cdots+b_q(iT)^q(q\leqslant n-1) \tag{9}$$

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n