

◇ 研究报告 ◇

稳健估计下的声源定位最小二乘算法*

于国栋[†] 宋永志 王世赞

(中国白城兵器试验中心 白城 137001)

摘要 采用声波技术测量落点坐标时,由于多种原因不可避免会产生粗差,严重影响定位结果。针对上述问题,提出了一种粗差探测方法和稳健估计下的声源定位最小二乘算法。该算法按照逐次迭代平差的方法,不断地改变观测值的权,使粗差观测值的权趋于零,从而降低粗差的影响。通过算例对文章算法进行了验证,结果表明:新算法的解算精度明显优于传统最小二乘算法。

关键词 声源定位,稳健估计,粗差探测

中图分类号: TJ011.1+1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-310X(2017)01-0026-06

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2017.01.005

Least squares algorithm for sound source localization based on robust estimation

YU Guodong SONG Yongzhi WANG Shizhan

(Baicheng Ordnance Test Center of China, Baicheng 137001, China)

Abstract Gross errors caused by multiple reasons have great negative influence on positioning results especially in which acoustic wave detection techniques is utilized. In this paper, we propose integrated gross error detection method and robust-least square to process the acoustic wave data in order to solve the above problem. The main idea of our method is reducing the influence of gross error by lowering the weight of abnormal observations based on an iterative procedure. The algorithm has been verified by an example which shows that the accuracy of our method is better than least square.

Key words Acoustic wave localization, Robust-least square, Gross error detection

2016-04-12 收稿; 2016-07-22 定稿

*军队试验技术研究项目 (12-sy14)

作者简介: 于国栋 (1982-), 男, 辽宁大连人, 硕士, 工程师, 研究方向: 弹道终点坐标测试技术。

[†] 通讯作者 E-mail: daya9527@126.com

1 引言

弹丸落点坐标是武器系统试验过程中一个重要参数,直接影响武器系统性能。传统方法以光学测试为主,受约束角、视场角方面限制,并且对于暗、弱目标的测量效果不佳,因此可以采用声波定位技术测量落点坐标,弥补光学测试方法的不足^[1-2]。

目前,靶场采用的相关设备通常是基于时延估计,即TDOA(Time difference of arrival)定位算法^[3]。采用此算法可以解决大多数声源定位问题,只要准确提取特征点时刻,便可以获得精确的声源坐标。但实际测量过程中,由于特征点时刻提取偏移、波形失真等原因不可避免会产生粗差,据统计粗差出现的概率大约为1%~10%^[4]。当数据中存在粗差时,采用传统最小二乘估计法将会产生极大偏差。

为消除该问题带来的影响,文章分析了粗差产生的主要原因,提出一种粗差探测方法和稳健估计下的声源定位最小二乘算法,以有效削弱粗差的影响,提高结果的稳健性。

2 定位模型

2.1 声源定位原理及算法

在目标周围布设一定数量的传感器,当声源出现时,传感器开始接收信号,提取目标到达各个传感器的时刻,由于声源产生的时刻很难精确提取,因此,采用时间差进行定位解算,即指定一个传感器接收到的目标信号时刻为基准,其余传感器接收到的时刻与其相减,得到一系列时间差,进行交会计算得到声源坐标。

声波定位算法主要采用如方程式(1)所示模型^[5]。

$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = v^2(t+\Delta t_1)^2, \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = v^2(t+\Delta t_2)^2, \\ \vdots \\ (x-x_n)^2 + (y-y_n)^2 = v^2(t+\Delta t_n)^2, \end{cases} \quad (1)$$

其中, n 为传感器数量($n > 2$);传感器位置坐标分别为 $S_1(x_1, y_1), S_2(x_2, y_2), \dots, S_n(x_n, y_n)$, $S(x, y)$ 为声源出现的位置, $t_1, t_2, \dots, t_n$,是传感器接收到目标特征点时刻。

取 t_1 为基准时刻,其他时刻与 t_1 的时间差矢量 $(t_2 - t_1), (t_3 - t_1), \dots, (t_n - t_1)$ 分别记为 $\Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_n$ 。将 Δt_1 设为0,设声波传播速度为 v 。对式(1)中的 n 个方程分别进行展开、消元等处理,最终可化简为方程式(2):

$$\begin{cases} B(1,1)x + B(1,2)y = L(1), \\ B(2,1)x + B(2,2)y = L(2), \\ \vdots \\ B(n,1)x + B(n,2)y = L(n), \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} B(i,1) &= \frac{(t_{i+2} - t_i)}{(t_{i+1} - t_i)}(x_i - x_{i+1}) - (x_{i+1} - x_{i+2}), \\ B(i,2) &= \frac{(t_{i+2} - t_i)}{(t_{i+1} - t_i)}(y_i - y_{i+1}) - (y_{i+1} - y_{i+2}), \\ L(i) &= \frac{x_i^2 + y_i^2 - v^2 t_i^2}{2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \end{aligned}$$

对方程(2)建立误差方程

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{L}, \quad (3)$$

解误差方程(3):

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L}, \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{X}}$ 为经典最小二乘平差法解算结果。

2.2 粗差产生的原因

上述算法是目前靶场采用的经典数据处理方法,其假设前提为测量数据只存在偶然误差,实际测量过程中粗差不可避免,而且一般粗差被认为是比偶然误差还要大的误差,产生粗差的原因有以下几个方面。

(1) 信号能量强弱差异过大

由于传感器与声源的距离存在差异,声波在空气中传播时,因空气本身吸收而引起衰减,随着距离的增加,传感器接收到信号的能量逐渐减小,距离声源近的传感器信号能量大,而距离远的传感器能量小,这会使特征点在时间轴上产生偏移,导致特征点提取产生粗差。

(2) 波形失真

声波在户外传播时,经常受到障碍物、地面和气象条件的影响,发生变形,导致波形失真,比如交越失真、阻塞失真、大小头失真、非线性对称失真、波形畸形等,这些情况均会产生粗差^[2]。

(3) 传播速度不稳定性

声波传播速度受气象条件影响很大,特别是风和温度梯度影响。在整个测试过程中,声波传播速度不断变化,无法精确获得,因此,当传播速度误差超出允许范围时,将认为产生粗差。

另外,设备本身偶尔也会产生粗差,如电子器件间干扰,授时设备出现跳秒等,这些粗差对定位结果将产生一定影响。

2.3 粗差探测方法

文章介绍的粗差探测方法仅适用于观测值不相关的情况。其原理为:计算声源概略坐标值到各传感器的距离 d_i ,取第一个传感器距离作为基准,其余传感器距离与之相减,得到距离差 Δd_i ($i = 2, 3, \dots, n$),利用 Δd_i 及声波传播速度 v 可反算出时间差 $\Delta t'_i$ 。如果没有粗差, $\Delta t'_i$ 与传感器得到的时间差 Δt_i 相差不大,即 $\Delta \Delta t_i$ 较小;反之, $\Delta \Delta t_i$ 较大。

$$\Delta \Delta t_i = \Delta t'_i - \Delta t_i. \quad (5)$$

结合具体情况,设定一个限值,当 $\Delta \Delta t_i$ 超限时,则初步认为第 i 个观测值存在粗差。由于观测值在平差模型中存在牵连性,某个传感器数据中存在粗差会使多个传感器误差超限,因此并不是一性将所有超限的传感器数据全部剔除,首先将 $\Delta \Delta t_i$ 绝对值最大的数据剔除,重新平差,再进行粗差探测,直到所有的传感器均不超限为止。

当多余观测值较多且传感器阵型较好时,可直接对不含粗差的数据采用2.1小节的算法进行平差计算。如果误差超限的数据较多,可能是基准传感器数据存在粗差,尝试将第 i 个传感器数据作为基准,重新进行粗差探测。

2.4 稳健估计下的声源定位最小二乘算法

粗差的出现是由于理想正态分布受到了干扰,无法得到正常模式下的最佳估值^[6],要牺牲一部分效率为代价,提高估计结果的稳健性。其计算的迭代过程如下:

(1) 列误差方程,令各权因子初值均为1,即令 $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n = 1$, $\mathbf{W} = \mathbf{I}$,则 $\bar{\mathbf{P}}^{(0)} = \mathbf{P}$, $\mathbf{P}$ 为观测权阵。

(2) 解算法方程式

$$\mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{L} = 0, \quad (6)$$

得出参数 $\hat{\mathbf{X}}$ 和残差 $\mathbf{V}$ 的第1次估值,即:

$$\hat{\mathbf{X}}^{(1)} = (\mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{L}, \quad (7)$$

$$\mathbf{V}^{(1)} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}^{(1)} - \mathbf{L}. \quad (8)$$

(3) 由 $\mathbf{V}^{(1)}$ 按 $\varphi(V_i)/V_i = \omega_i$ 确定各观测值新的权因子,按 $\bar{p}_i = \bar{p}_i \omega_i$ 构造新的等价权阵 $\bar{\mathbf{P}}^{(1)}$,再解法方程(6),得出参数 $\hat{\mathbf{X}}$ 和残差 $\mathbf{V}$ 的第2次估值,即:

$$\hat{\mathbf{X}}^{(2)} = (\mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}}^{(1)} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}}^{(1)} \mathbf{L}, \quad (9)$$

$$\mathbf{V}^{(2)} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}^{(2)} - \mathbf{L}. \quad (10)$$

(4) 由 $\mathbf{V}^{(2)}$ 构造的新的等价权 $\bar{\mathbf{P}}^{(2)}$,再解算法方程,类似迭代计算,直至前后两次解的差值符合限差要求为止。

(5) 最后的结果为

$$\hat{\mathbf{X}}^{(n)} = (\mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}}^{(n-1)} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}}^{(n-1)} \mathbf{L}, \quad (11)$$

$$\mathbf{V}^{(n)} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}^{(n-1)} - \mathbf{L}. \quad (12)$$

由于 $\bar{p}_i = \bar{p}_i \omega_i$,而 $\frac{\varphi(v_i)}{v_i} = \omega_i$, $\varphi(v_i) = \frac{\partial \rho}{\partial v_i}$,构成权函数的多种不同形式,但权函数总是一个在平差过程中随改正数变化的量,其中 ω_i 与 v_i 的大小成反比, v_i 愈大, ω_i 和 $\bar{p}_i$ 就愈小,因此经过多次迭代,从而使含有粗差的观测值得权函数为零(或者接近为零),使其在平差中不起作用,而相应的观测值残差在很大程度上反映了其粗差值^[7-8]。

实际应用中,等价权函数有多种不同的取法,比较常用是Huber、IGG1、IGG3^[4]。也可以按照具体的情况自行设计。

文中的等价权函数公式为

$$\omega_i = \frac{\varphi(V_i)}{V_i} = \frac{\partial |V_i|}{\partial V_i} \frac{1}{V_i} = \frac{1}{|V_i|}, \quad (13)$$

为解决迭代计算中因 $V_i = 0$ 出现定权问题,计算时也可取权因子为

$$\omega_i = \frac{1}{|V_i| + k}, \quad (14)$$

其中 k 为很小的值。

现代测量平差理论中,考虑粗差产生的原因和影响,将粗差归为随机模型,既表现为先验随机模型和实际随机模型的差异过大。可解释为方差膨胀模型,其处理的思想是根据逐次迭代平差的结果来不断地改变观测值的权或方差,最终使粗差观测值的权趋于零或者方差趋于无穷大。这种方法可以保证所估计的参数少受模型误差的影响^[4]。

3 算例与分析

为了验证文章算法的可行性和有效性,选取了靶场试验中比较有代表性的两个算例,分别采用文章算法及传统算法对传感器采集的原始数据进行解算,比较两种算法的解算精度。

3.1 已知相关数据

将传感器采集的原始数据进行时延估计,求出目标到达各传感器的时间差 Δt_i , 传感器坐标可以精确测量,即不考虑 (x_i, y_i) 的误差。声波传播速度 v_0 受环境因素影响,无法精确获得,可以根据经验公式计算或事先测量得到,这里不考虑其影响,假设为固定值。根据上述条件,已知的相关数据包括:传感器坐标 (x_i, y_i) 、时间差 Δt_i ($i = 1, 2, \dots, n$, n 为传感器个数) 及声波传播速度 v_0 。

3.2 算例1

算例1将九个传感器以“口”型布设,其内部含有七个炸点,直接剔除含粗差的观测值进行平差,会发现剩余传感器组成的阵型不理想,此时采用传统处理方法将产生较大的误差^[9](文献[9] 2.3小节,对声源偏离传感器阵列的情况,有相关论述)。如图1所示,如果剔除5~9号传感器数据,剩余1~4号传感器组成的阵列为一 条直线,声源处于阵列控制范围外侧。

3.2.1 粗差探测

通过1.3节介绍的粗差探测方法对算例1的七组数据进行处理,找到含粗差的观测值。由于篇幅限制,文章只列出一组数据进行粗差探测的结果。

如表1所示,经4次迭代,能准确探测出3个含粗差的观测值。

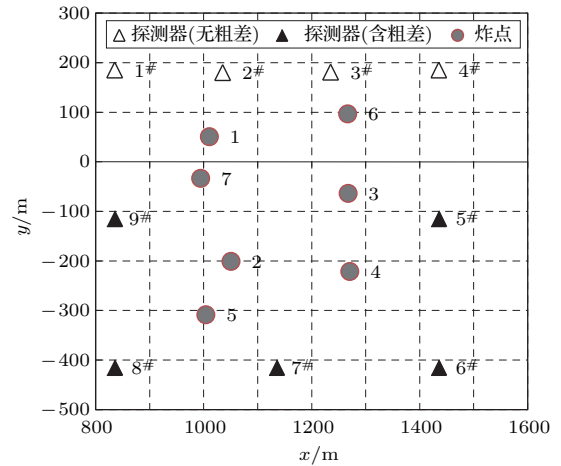


图1 算例1示意图

Fig. 1 Diagram of the example 1

3.2.2 算例分析

分别采用如下三种方案对七组试验数据进行计算。

方案一 对不含粗差的观测值进行经典最小二乘平差。

方案二 选择部分含粗差的观测值加入误差方程,进行经典最小二乘平差。

方案三 选择部分含粗差的观测值加入误差方程,采用稳健估计算法进行平差。

均方差按式(15)计算。

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}. \quad (15)$$

表2列出了三种方案的计算结果。可以看出,方案一的解算结果误差较大,甚至达30 m以上,明显大于后两个方案的结果;比较方案二与方案三的结果,可以得知有选择地将部分含有粗差的观测值加入误差方程后,采用稳健估计算法的精度明显优于经典最小二乘法。

表1 迭代计算结果
Table 1 Results of iterative calculation

(单位: s)

	$\Delta\Delta t_1$	$\Delta\Delta t_2$	$\Delta\Delta t_3$	$\Delta\Delta t_4$	$\Delta\Delta t_5$	$\Delta\Delta t_6$	$\Delta\Delta t_7$	$\Delta\Delta t_8$
1	0.009	0.044	0.041	0.049	0.070	0.042	0.049	0.010
2	0.006	0.021	0.013	0.022		0.029	0.045	0.005
3	0.003	0.016	0.004	0.003		0.001		0.002
4	0.001		0.001	0.001		0.000		0.001

表 2 三种方案的计算结果比较
Table 2 Comparison of three processing schemes

点号	真值 (m)		剔除粗差经典算法 (m)		含粗差经典算法 (m)		含粗差稳健估计算法 (m)	
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	1010.125	51.12	1010.1	57.8	1010.2	59.8	1010.1	48.3
2	1050.123	-200.36	1050.0	-207.2	1049.7	-205.8	1050.4	-203.5
3	1267.11	-63.35	1267.4	-93.6	1258.7	-51.2	1263.9	-64.1
4	1270.34	-221.14	1270.1	-255.1	1274.0	-229.4	1271.9	-225.0
5	1003.7	-308.33	1003.3	-236.7	1005.1	-297.0	1003.3	-311.1
6	1266.4	97.21	1267.1	125.3	1268.4	91.6	1267.3	94.4
7	994.1	-33.15	994.0	-26.8	996.4	-28.7	993.8	-31.7
均方差 s			36.79		9.97		3.28	

方案一 x 方向误差较小, 最大误差小于 1 m, 而 y 方向误差较大, 最大为 70 m。主要因为剔除粗差数据后, 传感器阵列近似直线, 在 x 方向上控制较好, y 方向控制较差。

3.3 算例 2

在实际应用中, 有时信号能量非常小, 例如砂弹或者瞎火弹, 导致多数传感器无法捕获到目标, 此时少数捕获到目标的观测值尤为重要, 即使能量较弱、波形较小可能含粗差的数据也不能随意剔除。设含粗差观测值数量为 r 、必要观测数为 m , 当

$n - r < m$ 时, 如果剔除含粗差的观测值, 将导致观测值不足, 无法计算出结果。

本文采用算例 2 的数据进行验证, 其中只有 6 个传感器采集到数据 (6 个探测器组成的阵型较理想, 可排除其影响), 通过 1.3 小节的粗差探测方法判断其中 4 个传感器数据可能含有粗差, 分别采用经典最小二乘法和稳健估计法对其进行解算, 结果如表 3 所示。

由表 3 可以得知, 相比于经典最小二乘算法, 稳健估计算法的解算精度明显更优。

表 3 经典算法与基于稳健估计的最小二乘算法计算结果的比较
Table 3 Comparison of the classical algorithm and the total least square algorithm based on robust estimation

点号	真值 (m)		含粗差经典算法 (m)		含粗差数据稳健估计算法 (m)	
	x	y	x	y	x	y
1	1010.12	51.12	1018.1	40.9	1012.1	43.8
2	1050.12	-200.36	1053.8	-204.3	1052.4	-202.7
3	1267.11	-63.35	1269.1	-66.6	1268.1	-65.6
4	1270.34	-221.14	1270.4	-217.1	1270.8	-218.9
5	1003.71	-308.33	1007.4	-311.7	1005.2	-309.4
6	1266.14	97.21	1263.7	99.4	1267.8	99.1
7	994.11	-33.15	995.6	-37.4	993.2	-36.1
均方差 s			6.9		4.04	

4 结论

(1) 采取直接剔除含有粗差观测值的方法进行数据处理, 剩余传感器组成的阵列图形不理想, 误差影响较大, 特别是声源处于传感器控制范围外侧时, 误差达30 m以上。有选择地将部分含有粗差的观测值加入误差方程, 可保证传感器布设图形较为理想, 可以得到较好的结果。对加入部分含粗差的观测值进行解算, 稳健估计算法的结果明显优于经典最小二乘法。

(2) 当不含粗差的观测值数量小于必要观测数时, 不能直接剔除含粗差的数据, 这种情况下, 选择性地部分含粗差的观测值加入误差方程中进行解算, 基于稳健估计的最小二乘法相比经典最小二乘法解算精度高, 具有明显的抗差能力。

(3) 当含粗差的观测值较少, 即使全部剔除, 多余观测值依然足够, 剔除后剩余传感器组成的阵型较好, 可以有效覆盖声源区域, 则可直接剔除粗差数据, 用传统最小二乘法解算即可。

(4) 粗差探测的方法很多, 文中的粗差探测方法容易实现, 在假设观测值不相关的前提下, 可以解决大多数粗差探测问题。针对特殊情况的粗差探测方法还需做进一步研究, 如观测值相关、粗差量级接近偶然误差, 限差的选择等。

参 考 文 献

- [1] 刘玉鹏. 爆炸点传感器探测系统的研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2004: 1-3.
- [2] 叶建森. 基于声延时测量技术的弹丸落点定位系统的设计与实现 [D]. 太原: 中北大学, 2007: 7-10.
- [3] 马朝军, 狄长安, 孔德仁, 等. 基于地震波的弹丸落点定位模型 [J]. 四川兵工学报, 2012, 33(7): 19-22.
MA Chaojun, DI Chang'an, KONG Deren, et al. The projectile falling point localization model based on seismic wave[J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2012, 33(7): 19-22.
- [4] 王新洲, 陶本藻, 邱卫宁, 等. 高等测量平差 [M]. 北京: 测绘出版社, 2006.
- [5] 余腊生, 王鹏仁. 基于立体声信号的声源定位算法研究 [J]. 计算工程与设计, 2008, 28(23): 5797-5799.
YU Lasheng, WANG Pengren. Research of acoustic localization algorithm based on three-dimension acoustic signals[J]. Computer Engineering and Design, 2008, 28(23): 5797-5799.
- [6] 张凯, 赵建虎, 张红梅. 一种基于M估计的水下地形抗差匹配算法 [J]. 武汉大学学报: 信息科学, 2015, 40(4): 558-562.
ZHANG Kai, ZHAO Jianhu, ZHANG Hongmei. Robust underwater terrain matching navigation based in M estimation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2015, 40(4): 558-562.
- [7] SCHAFFRIN B, WIESER A. On weighted total least-squares adjustment for linear regression[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(7): 415-421.
- [8] FELUS Y, SCHAFFRIN B. Performing similarity transformations using the error-in-variables model[C]//Proceedings of the ASPRS meeting, Washington: DC, 2005.
- [9] 陈连, 于国栋, 宋永志. 声源定位算法的精度分析 [J]. 测绘科学, 2016, 41(5): 21-25.
CHEN Lian, YU Guodong, SONG Yongzhi. Precision analysis based on acoustic positioning algorithm[J]. Science of Surveying and Mapping, 2016, 41(5): 21-25.