

# 岩石声发射事件在空间上的分形分布研究

秦四清 李造鼎

(东北工学院)

1991年4月29日收到

本文简介了分形几何的基本概念,导出了声发射事件在空间上的分维模型,并运用此模型研究了灰岩的分维特征。本文提出的测定分维的声发射方法,具有广实际的应用价值。

## 一、引言

法国数学家 Mandelbrot<sup>[1]</sup> 创立的分形几何学已广泛应用于众多领域。分形与分维是科学家们近十年来的热门话题,无论在物理学、化学、生物学、生理学,还是在地球科学、冶金技术及材料科学等领域,均能见到分形理论的应用成果。

分形是指具有自相似性的几何对象。所谓自相似性是指局部与整体在形态、功能和信息等方面具有统计意义上的相似性,适当地放大或缩小分形对象的几何尺寸,整个结构并不改变。研究分形的几何学称为分形几何学。定量描述分形的参数就是分维。

在经典几何学中,维数是指确定一个点在空间位置所需的独立坐标的个数,如点、线、面、体的维数分别为 0、1、2、3 等。这种维数只取整数,是拓扑学意义下的维数,记为  $D_T$ ,而在分形几何学中的分形维数  $D$ ,可以是整数,也可以是分数,它能更准确地描述物体或事体的非规则性特征。经常用到的分维是容量维,其定义为:若  $P(\epsilon)$  是能覆盖住一个点集的直径为  $\epsilon$  的小球的最少数目,则有

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln P(\epsilon)}{\ln \frac{1}{\epsilon}} \quad (1)$$

式中容量维  $D$  也称作 Hausdorff<sup>[2]</sup> 维数。如果其 Hausdorff 维数大于其拓扑维数  $D_T$ , 这里

应用声学

的  $D$  就是分形维数。分维数是复杂程度或者填充度的度量,  $D$  越大,对应的几何对象越复杂。

分形维数测量,一般是通过对试样的断裂表面作定量显微分析,同时采用 SIA 和 FPM 两种方法进行测定<sup>[3]</sup>,这种方法很繁琐,不易推广,因而寻找一种经济、简便的测定方法显得尤为重要。为此,本文依据建立的声发射事件在空间上的分维模型,提出了一种测定分形维数的声发射方法。这种方法利用易测得的声发射事件振幅-振幅谱关系测定微破裂在空间分布的分维,因而具有较强的应用价值。

## 二、岩石声发射事件在空间上的分维模型

岩石是一种天然材料,内部存在有大量的微缺陷,在外应力作用下,这些大小不等的微缺陷演化长大,甚至合并<sup>[4]</sup>,导致材料局部损伤破坏产生声发射。

采用谐振换能器和与其相应频带的带通滤波器测量声发射信号时,主放大器的输出信号  $V$  可近似地表示为<sup>[5]</sup>

$$V = GV_p e^{-\alpha t} \cos 2\pi f_0 t \quad (2)$$

式中  $G$  为仪器的总增益,  $\alpha$  为衰减系数,  $V_p$  为换能器的输出峰值电压,  $f_0$  为工作频率。

振幅衰减分布为

$$x(t) = GV_p e^{-\alpha t} \quad (3)$$

当  $t = 0$  时,可得一个声发射事件的最大振幅

值为

$$x = GV_p \quad (4)$$

振幅分布有两种表示方法,即微分型和积分型。微分型振幅分布的一般表达式为

$$dF(x) = f(x)dx \quad (5)$$

式中  $dF(x)$  是振幅在  $x - x + dx$  之间的事件数,  $f(x)$  为振幅分布谱函数。

试验表明<sup>[6]</sup>,在较宽振幅范围内,振幅分布谱函数通常可表示为

$$f(x) = cx^{-m} \quad (6)$$

式中  $c$  和  $m$  为常数。把(6)代入(5)式积分得到

$$N = F(A) = \int_A^{\infty} cx^{-m}dx \\ = BA^{-(m-1)} \quad (m > 1) \quad (7)$$

式中  $N$  为大于等于振幅  $A$  的声发射事件总数,

$$B = \frac{c}{m-1}, \text{ 也为常数。}$$

文献<sup>[7]</sup>认为,岩石在变形过程中内部出现这样一个应变局部化过程:随着外荷载的增加,首先是均匀的变形阶段,微破裂在空间均匀地分布,显然这时  $D = 3$ ;当变形达到一定程度后,岩石内部出现微破裂的丛集,这种丛集过程是一自相似过程,它使得声发射或微震事件呈现分形分布。由此,当岩石进入非均匀变形时,内部参量必出现分形分布<sup>[8]</sup>。设想以直径为  $r$  的小球去测量损伤破坏的体积,应有

$$P(r) \propto r^{-D} \quad (8)$$

成立。式中  $P(r)$  为累积测量次数,  $D$  为分维数。

小球的直径总可以小到使测量次数与声发射事件数近似相等,即每个直径为  $r$  的微元体平均只产生一个声发射事件(一般当  $r$  接近晶粒尺寸时,微元体可以产生一个声发射事件<sup>[9]</sup>,这样可保证所测得的维数与实际对象的维数一致),则有

$$N \approx P(r) \propto r^{-D} \quad (9)$$

Hirasawa<sup>[10]</sup>认为,一个单位幅度的声发射在记录上产生的最大振幅取决于受损区的大小,在恒压的短时间内可表达为

$$A \propto V_v^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

式中  $V_v$  为裂隙体积,即损伤体积。对于直径为  $r$  的只产生一个事件的微元体,单个声发射事件的振幅值为

$$A \propto r^2 \quad (11)$$

把(11)式代入(7)式得

$$N \propto r^{-2(m-1)} \quad (12)$$

比较(9)式和(12)式,可以推得

$$D = 2(m-1) \quad (13)$$

上式即为我们建立的声发射事件在空间上的分维模型。

浅田敏从理论上证明  $b = m - 1$ <sup>[11]</sup>。则(13)式可进一步变为

$$D = 2b \quad (14)$$

式中  $b$  值是地球物理学中一个非常重要的参数,它具有一定的物理意义,反映岩石承受平均应力和接近强度极限的程度<sup>[12]</sup>。

陈颢<sup>[13]</sup>分析室内声发射实验结果时发现  $D = 2b$  的关系成立,证明了我们建立的模型是正确的。

### 三、灰岩声发射事件的分维特征

在声发射实验中,利用振幅分布谱-振幅关系(6)可以很方便地确定  $m$  值,再利用(13)式就能计算出分维  $D$  值。与现有的其它测定分维的方法比较,此种方法较为简单,具有较强的实用价值。

我们测得了灰岩在不同单轴压力下振幅分布谱与振幅的关系,如图1所示。可以看出,随着应力的增加,曲线的斜率减小,即  $m$  值减小。

由(13)式可以算得,分维数随应力的增加从1.86经过1.04到达临近破坏时的0.42,即随着岩石的损伤破坏,出现降维现象。由此可见,岩石降维过程也是系统序的增加或熵的减少过程<sup>[13]</sup>。

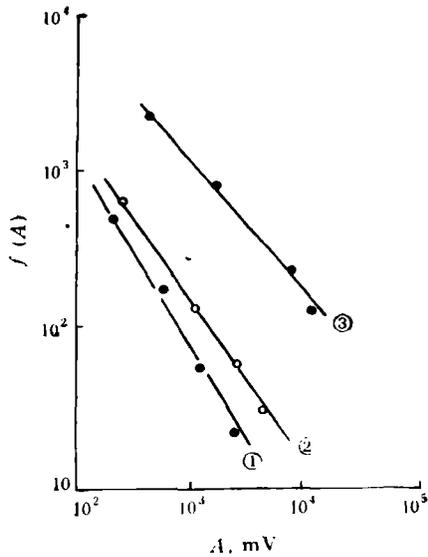


图1 灰岩  $\lg f(A) - \lg A$  关系

①  $\frac{\sigma}{\sigma_f} = 55\%$ ,  $m = 1.93$ ,  $r = 0.9871$

②  $\frac{\sigma}{\sigma_f} = 80\%$ ,  $m = 1.52$ ,  $r = 0.9873$

③  $\frac{\sigma}{\sigma_f} = 95\%$ ,  $m = 1.21$ ,  $r = 0.9843$

( $\sigma_f$ ——破坏应力,  $r$ ——相关系数)

## 四、结 语

由前所述,分维数与岩石损伤破坏的力学过程有关,它可能是与岩石材料微结构、组构演化、变形和破坏性质相关的几何参量。深入研究岩石破坏过程中的自相似现象,探索其中规律,找出其内在联系,将推动岩石断裂研究跃上新的台阶。

## 参 考 文 献

- [1] 谢和平,自然杂志,12-6(1989),425—430.
- [2] Mandelbrot B.B., *Nature*, 308-19(1984), 721.
- [3] 卢春生,白以龙,力学进展,20-4(1990),471.
- [4] 邢修三,力学进展,16-4(1986),495.
- [5] Harris D. *ASTM STP 505*(1972), 238.
- [6] 岸辉雄,金属,47-4(1977),16—21.
- [7] 陈顺,中国地震,4-2(1988),10.
- [8] 彭成斌,陈顺,中国地震,5-2(1989),22.
- [9] 朱祖铭,无损检测,2-3(1980),366.
- [10] Hirasawa T., *J. Phys. Earth*, 21 (1973), 415—431.
- [11] 浅田敏,地震,2—3(1950),11.15.
- [12] 李全林,地球物理学报,21-2(1978),101.
- [13] 彭成斌,陈顺,西北地震学报,12-4(1990),85.

(上接第46页)

胶接强度用破坏性测量。结果表明,用1:1组分胶的胶接强度总是大于1:4组分胶的强度;胶接强度随胶层厚度增大而降低。

对1:1和1:4两种组分的胶,在相同胶层厚度时,在5次谐波附近测得的换能器导纳频响曲线如图2所示。从图中可以看到,两种胶接情况下所测换能器导纳幅值有明显差异,这就使得有可能利用换能器在5次谐波附近的导纳响应来区分1:1和1:4两种组分胶的胶接。为定量区分这两种胶接影响,应选择一特殊参量。考虑到图2,作者引入  $H/\Delta f$  或  $A/\Delta f$  作为表示胶接质量的参量,式中  $A$  为图2中曲线与点划线所包围的面积。

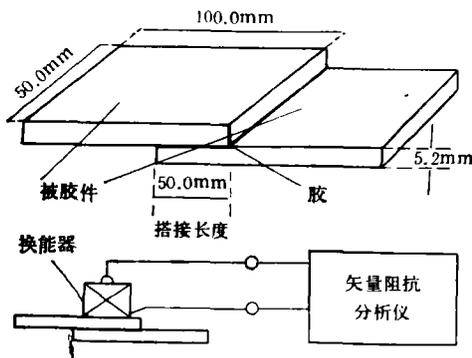


图1 胶接样品及测试设备示意图

对任何胶层厚度的胶接,都可用换能器在5次谐波附近的响应来区分1:1和1:4两种组分的胶。作者正在进行大量的测量,以便弄清其机理。

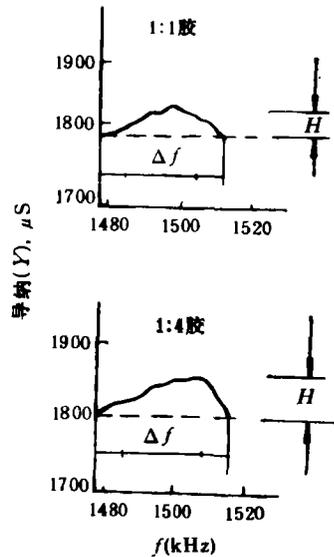


图2 胶组分分别为1:1和1:4时5次谐波附近换能器导纳频响

(刘献铎 摘译自 *Acoustics Letters* 15-3 (1991), 49—53).