

# 偏相干方法分析及其工程应用

马 忠 成

(大连七六〇研究所 大连 116013)

1992年12月12日收到

本文分析了偏相干函数对多输入系统源识别问题的局限性,提出偏相干输出百分比函数是解决上述问题的有效工具,并将该方法用于某实艇噪声源的识别。

## 一、前 言

多输入系统源之间的相互作用是其分析和识别的主要困难,声学测量中测试传感器之间的测量干涉效应也可归属为类似问题。近年来随着信号处理技术的发展和微计算机的普及,人们将偏相干方法用于机电设备噪声源识别,取得了一定成果<sup>[1-3]</sup>。经分析和实际应用,我们发现,偏相干函数仍存在某些缺陷,为此本文定义了偏相干输出百分比函数,该函数对解决多输入系统源识别问题效果理想。

## 二、方法分析

设多输入单输出系统的输入为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 输出为  $y$ , 将其化为针对第  $n$  个输入的单输入输出条件分析模型(图1)。图中  $X_{n \cdot (n-1)!} = X_{n \cdot (n-1)!}(f, T)$  表示记录长度为  $T$ , 输入  $X_n$  的有限傅里叶变换, 下标  $\cdot (n-1)!$  表示  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的线性影响已经去掉。  $W = Y_{n \cdot n!}$  是条件为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 输出  $y$  的有限傅里叶变换, 它既包含了真实的输出噪声, 也含有所有输入的非线性影响。与通常的单输入输出系统一样, 可以写出其相干公式:

$$R_{ny \cdot (n-1)!}^2 = \frac{|G_{ny \cdot (n-1)!}|^2}{G_{yy \cdot (n-1)!} G_{nn \cdot (n-1)!}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} G_{yy \cdot (n-1)!} &= G_{vv} + G_{ww} \\ &= R_{ny \cdot (n-1)!}^2 G_{yy \cdot (n-1)!} + G_{ww} \end{aligned} \quad (2)$$

$R_{ny \cdot (n-1)!}$  称为输入  $X_n$  的偏相干函数,  $G_{yy \cdot (n-1)!}$  为系统的条件自谱,  $G_{vv}$  则称为  $x_n$

的偏相干输出谱。由于去除了前  $n-1$  个输入线性影响和系统的输出噪声, 因而  $G_{vv}$  是输入  $X_n$  在输出中独立的贡献。定义:

$$R_n = G_{vv} / G_{yy} \quad (3)$$

为输入  $X_n$  的偏相干输出百分比函数。显然, 其物理意义为: 在输出中输入  $X_n$  独立贡献的比重。

(1)、(3) 式也可用重相干函数表达:

$$R_{ny \cdot (n-1)!}^2 = \frac{R_{y_{n1}}^2 - R_{y \cdot (n-1)!}^2}{1 - R_{y \cdot (n-1)!}^2} \quad (4)$$

$$R_n = R_{y_{n1}}^2 - R_{y \cdot (n-1)!}^2 \quad (5)$$

其中  $R_{y_{n1}}^2$  为前  $n$  个输入即所有输入之间的重相干函数, 而  $R_{y \cdot (n-1)!}^2$  为前  $n-1$  个输入之间的重相干函数, 称其为偏重相干函数。重相干函数是衡量所建立模型可靠性的依据, 其数值应足够大, 如大于 0.6。否则说明输入是不完全的, 或非线性影响较大。

了解偏相干输出百分比、偏相干函数值的大小对识别源是极为重要的。

1. 当第  $n$  个输入与所有其它输入不相关时, 偏相干输出百分比函数等于其相干函数, 而偏相干函数则大于常相干函数。此时有:<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} G_{nn \cdot (n-1)!} &= G_{nn} \\ G_{ny \cdot (n-1)!} &= T \cdot E[X_{n \cdot (n-1)!} Y] \\ &= T \cdot E[X_n \cdot Y] = G_{ny} \\ G_{yy \cdot (n-1)!} &< G_{yy} \end{aligned}$$

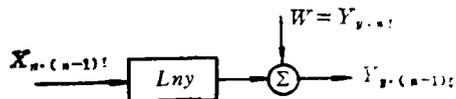


图1 多输入系统的条件分析模型

由(1)、(3)得:

$$R_n = R_{ny}^2 \quad (6)$$

$$R_{ny \cdot (n-1)}^2 > R_{ny}^2 \quad (7)$$

2. 当存在一定的相关性时, 由于偏相干分析中将相关部分的贡献归结为前面的输入, 计算得到的独立贡献变小, 即:

$$G_{nn} < R_{ny}^2 \cdot G_{yy} \quad (8)$$

依据偏相干输出百分比和常相干函数的定义和物理意义, 有:

$$R_n < R_{ny}^2 \quad (9)$$

(8) 可从数学上证明. 对偏相干函数而言, 其数值大小取决于系统信噪比. 以图 2 所示的两输入一输出模型为例.  $U_1, U_2$  为两个统计独立的源, 传输函数和源的强度为:

$$H_{11} = H_{22} = 1.00 \quad H_{1y} = H_{2y} = 0.50$$

$$H_{12} = H_{21} = 0.50 \quad G_{u_1, u_2} = 10.00$$

$$G_{u_1, u_2} = 20.00$$

图 3 是在不同输出噪声情形下计算得到的偏相干函数和系统的重相干函数, 信噪比以下式计算:

$$(S/N)_1 = (G_{yy} - G_{nn})/G_{nn}$$

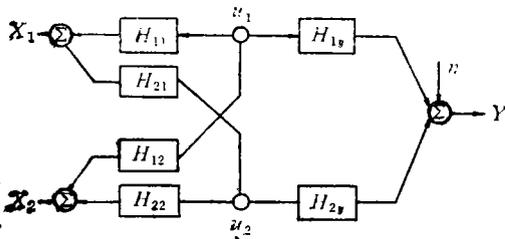


图 2 两输入一输出系统测量干涉模型

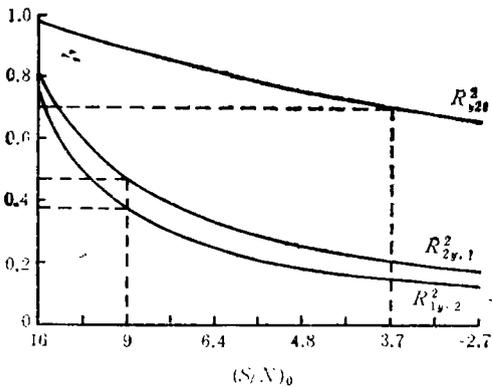


图 3 两输入系统在不同信噪比下的偏相干函数

为同习惯作法一致, 取上式对数表记在坐标轴上:

$$(S/N)_0 = 10 \cdot \lg [(G_{yy} - G_{nn})/G_{nn}]$$

当  $(S/N)_0 > 19.8\text{dB}$  时

$$R_{1y,2}^2 > R_{1y}^2 \quad R_{2y,1}^2 > R_{2y}^2$$

而随信噪比的降低, 偏相干函数值迅速减小. 可见, 即使在系统重相干函数大于 0.7 的范围内, 各源的偏相干函数值仍有很大变化. 在宽带噪声源的识别中, 不同频段系统的信噪比或输出噪声不同, 以偏相干函数值大小辨识源可能会造成混乱.

总结以上分析, 我们看到偏相干输出百分比函数的优点:

(1) 更加突出强度不同的源. 在干涉相似的情况下, 源越强, 偏相干函数和条件谱就越强. 若分别以  $i, j$  作为  $x_n$  的两个源, 设  $i$  源更强一些. 则:

$$R_{iy \cdot (n-1)}^2 > R_{jy \cdot (n-1)}^2$$

$$G_{iy \cdot (n-1)} > G_{jy \cdot (n-1)}$$

由(2)、(3)得:

$$\frac{R_i}{R_j} > \frac{R_{iy \cdot (n-1)}^2}{R_{jy \cdot (n-1)}^2}$$

因而以源的偏相干输出百分比函数为依据更有利于辨识源.

(2) 当系统输出噪声或信噪比有所变化时, 偏相干输出百分比变动很小. 由图 1 可知,  $x_n$  的偏相干输出  $G_{nn}$  只取决于源的强度和网络的传输特性以及各输入之间的线性相关程度, 与输出噪声无关. 由(3)式, 得:

$$R_n = \frac{G_{nn}}{G_{yy}} = \frac{G_{nn}}{G_{yy} R_{y, n1}^2} R_{y, n1}^2$$

而  $G_{yy} R_{y, n1}^2 = G_{yy} - G_{nn}$  只取决于系统各个输入的强度和传递特性, 也与输出噪声无关, 由于:

$$G_{nn}/(G_{yy} R_{y, n1}^2) \leq 1$$

因此, 随着输出噪声的变化, 系统的重相干函数有所变动时, 存在:

$$\Delta R_n \leq \Delta R_{y, n1}^2 \quad (10)$$

(3) 当所研究的源与其它源非线性相关时, 偏相干输出百分比等于其常相干函数.

### 三、工程应用

应用上述理论对某潜艇在某工况下的测量数据

进行了分析。选择  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  部位的水听器或振动传感器信号作为输入，以感兴趣的  $y$  部位的噪声信号作为输出，建立六输入一输出模型。在该工况下， $x_1$  与  $x_2$  的耦合作用很强

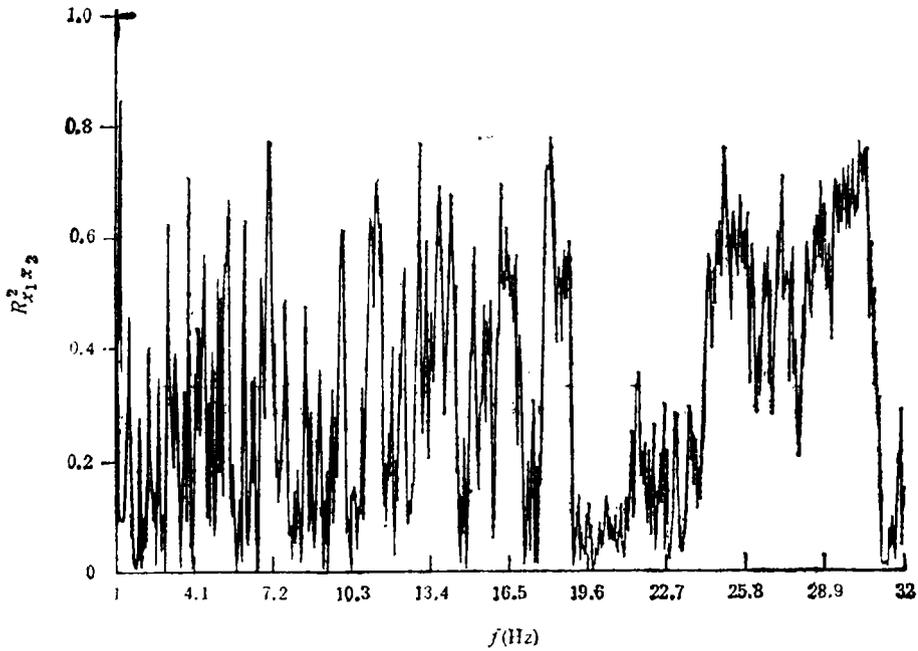


图4  $x_1$  与  $x_2$  的常相干函数  $R_{x_1, x_2}^2$

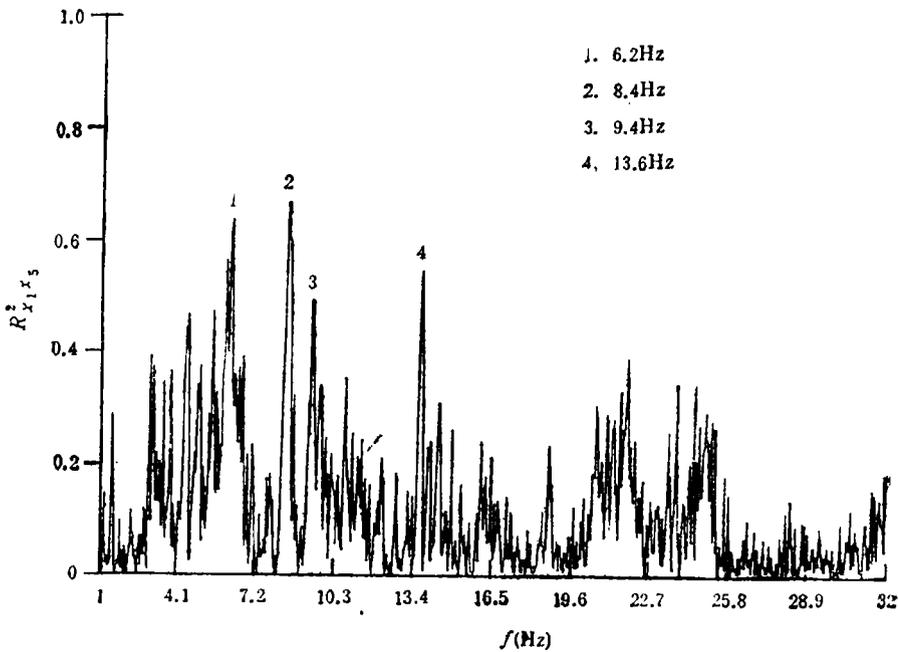


图5  $x_1$  与  $x_3$  的常相干函数  $R_{x_1, x_3}^2$

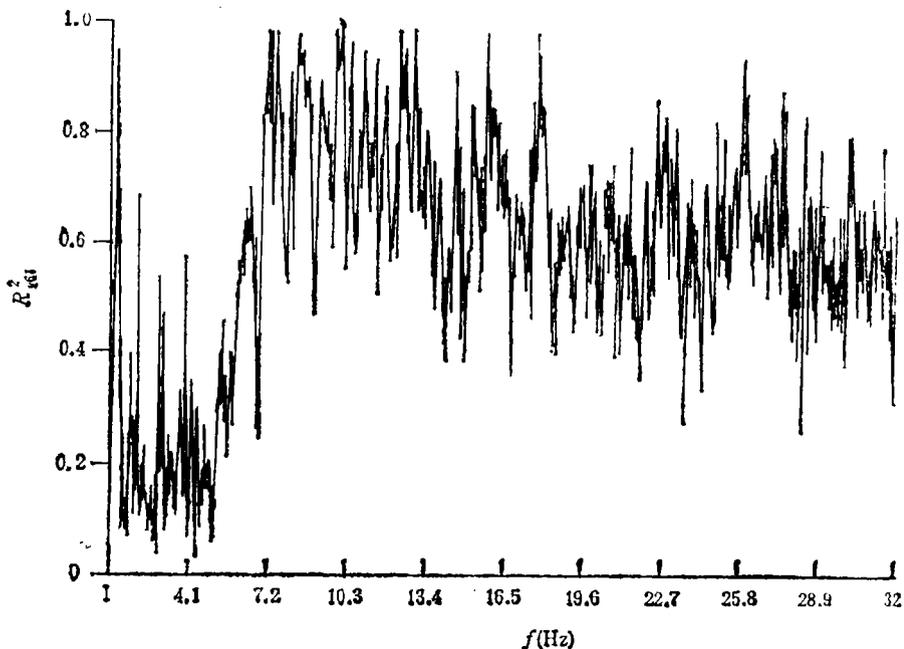


图6 六输入系统的相干函数  $R_{x_4}^2$

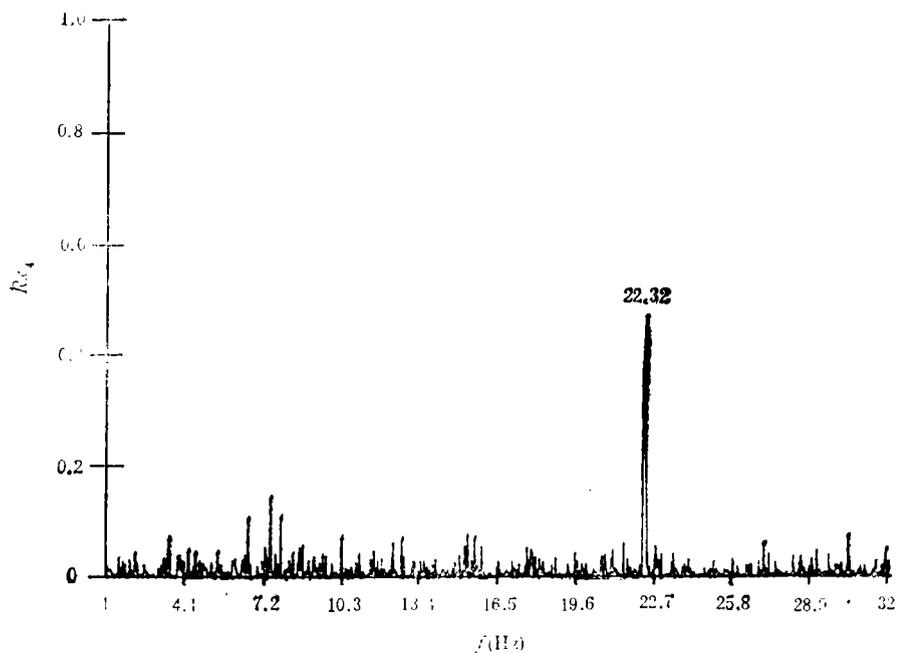


图7  $x_4$  的偏相干输出百分比  $R_{x_4}$

(图4), 传感器间的测量干涉也很明显(图5), 对这种相干频段和非相干频段交叉存在, 对外界噪声难以控制的情形, 运用偏相干输出百分比函数分析是十分适宜的。

由于是六输入系统宽带噪声源的识别, 数据量庞大, 计算复杂, 因而采用(4)、(5)式作近似计算(详见[4])。以微机控制 B&K2034 双通道信号分析仪和多通道磁带录音机, 同时采集

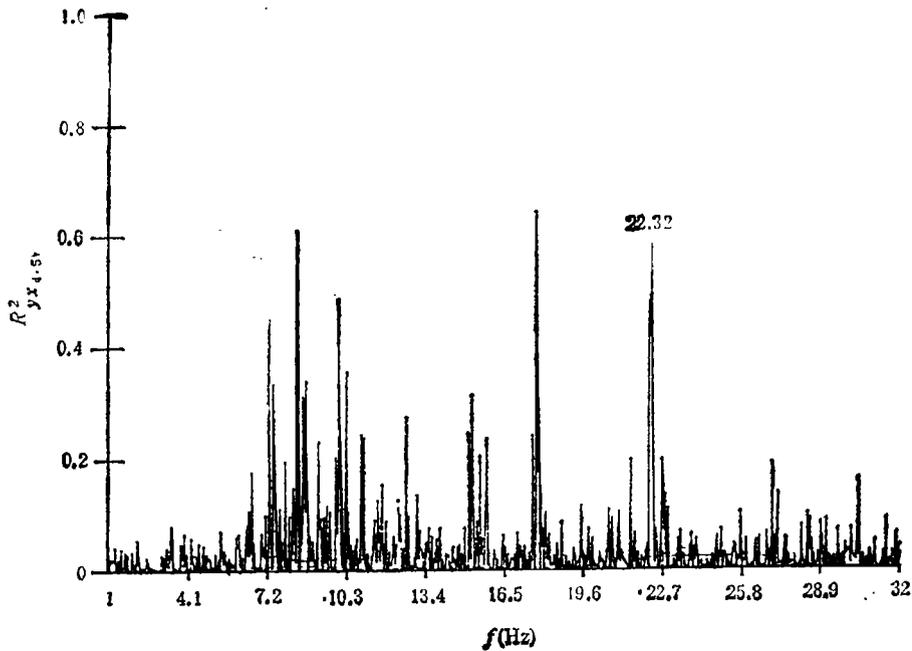


图8  $x_4$  的偏相干函数  $R_{y x_4, s}^2$

七个通道的数据。若未进行通道间相位修正,结果表明,当样本长度为0.5s时,由于相位不一致引起的误差很小。

图6为系统的重相干函数。在7Hz以上的频段,其数值基本大于0.6,说明所选输入是完备的。在小于7Hz的频段,还有所不足。 $x_4$ 部位的机械振动是独立的源,计算得到的偏相干输出百分比函数与常相干函数相同,该部位机械的特征线谱是22.32Hz(图7)。而偏相干函数除显示该线谱外,还在重相干函数值较大的频率处出现线谱(图8)。这一结果表明,前面的理论分析是正确的。

$x_1$ 和 $x_2$ 都是较强的噪声源,因而测量部位传感器间的测量干涉效应是不可避免的。采用偏相干方法能够明显地区分出源的强弱。表1是在测量干涉效应较强的四个频率处对常相干函数、偏相干函数和偏相干输出百分比的计算结果,可见偏相干输出百分比对不同强度源的突出作用,它十分明显地表示在6.2Hz、13.6Hz处, $x_2$ 是主噪声源,在8.4Hz处 $x_1$ 的作用是主要的,在9.4Hz处,二者作用基本相同。

表1 存在测量干涉效应时计算结果

频率 (Hz)		6.2	8.4	9.4	13.6
常相干函数	$X_2$	0.58	0.8	0.65	0.4
	$X_1$	0.5	0.9	0.63	0.35
偏相干函数	$X_2$	0.3	0.3	0.5	0.6
	$X_1$	0	0.75	0.4	0.3
偏相干输出百分比	$X_2$	0.2	0.03	0.2	0.4
	$X_1$	0	0.2	0.17	0.1

可以说明问题的分析结果还有很多,限于篇幅关系,在此不作叙述。

## 四、结 论

偏相干输出百分比函数综合了偏相干函数和条件谱的优点,物理意义明确,分析简便易行。在工程应用中,环境条件难以控制,测量系统相位差异不易补偿,采用偏相干输出百分比函数是十分适宜的。

偏相干输出百分比函数是偏相干输出的归

一化计算,因而其本身数值并不高,但不同强度源之间的数值差别很大.应用中,在模型可靠的情况下,依次将每个源作为最后一个输入求得其偏相干输出百分比,数值相对高的即为起主要作用的源.

## 参 考 文 献

- [1] 丰乐平,声学学报,16-5(1991)338—343  
 [2] 周敬宣,噪声与振动控制, No6 (1990)3—6  
 [3] 徐世荣等,噪声与振动控制, No2 (1988) 45—52  
 [4] Bendat J. S. & Piersol A. G. 相关分析和谱的工程应用,国防工业出版社,1983,200—201,219—223

# 大尺寸夹心式压电超声换能器的设计

林书玉 张福成

(陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

1993年2月23日收到

现有的夹心式压电超声换能器的设计方法多从一维理论出发,它对横向尺寸较大的换能器并不适用.本文研究了大尺寸夹心换能器的耦合振动,通过引入振动体的等效弹性系数,推出了换能器的耦合振动频率方程,并给出了换能器纵向共振频率的设计准则.与数值法相比,本方法计算非常简单.与一维理论的计算结果相比,利用本文理论得出的换能器的纵向共振频率与实测值更加符合.

## 一、引 言

夹心式压电换能器在水声、功率超声及无损检测等技术中获得了广泛的应用.现有的设计方法大多是从一维理论出发,因此要求换能器的横向尺寸小于四分之一波长<sup>[1-3]</sup>.然而在一些高强功率应用场合,例如超声焊接,超声冷拔金属管等,换能器的横向尺寸较大,因此,一维理论不再适用,否则将产生较大的误差.对于大尺寸换能器的纵-横耦合振动,数值计算方法获得了广泛的应用<sup>[4-5]</sup>,但数值法预处理及结果分析较繁.文献[6]曾利用表观弹性法<sup>[7]</sup>研究了对称结构夹心换能器的耦合振动,得出了与数值法相符合的结果.在此基础上,本文对此类换能器作了进一步的研究,给出了换能器纵向频率的设计公式及标准,为大尺寸夹心换能器的设计提供了一定的理论基础.

3部分分别表示换能器的后盖板,压电陶瓷片及前盖板,  $a_1, a_2, a_3$  及  $l_1, l_2, l_3$  为各部分的半径及厚度,其中  $l_2 = pl_0$ ,  $l_0$  为单片陶瓷的厚度,  $p$  为

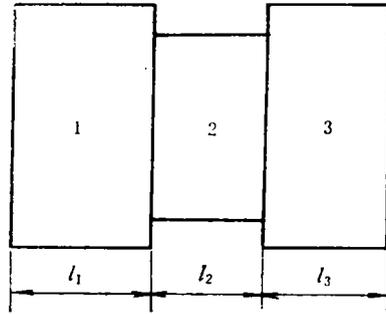


图1 圆形截面夹心式压电换能器

陶瓷片数目,且  $p$  为偶数,在本文研究中,换能器的横向尺寸与纵向尺寸可相比拟.根据弹性力学理论,对于圆形截面夹心换能器的轴对称耦合振动,可得其各部分的应力与应变关系.

### 1. 夹心换能器各部分的应力与应变关系

#### (1) 后盖板

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{r1} \\ \varepsilon_{\theta1} \\ \varepsilon_{z1} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_1 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & 1 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & -\nu_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{r1} \\ \sigma_{\theta1} \\ \sigma_{z1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## 二、夹心式压电换能器的耦合振动频率方程

图1所示为一圆形截面夹心换能器,1,2,