

以形成材料层切变振动的状态。

3 测量结果与试件的夹持密切相关,因此测试的重复性并不很好。另外,由于在高阶模式振动时,测得的信号比较弱,容易受到其他噪声的干扰,这些都将影响测试的精度以及数据的偏离。

参 考 文 献

- [1] ASTM E756-83, Standard Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials
- [2] 赵松龄, 噪声的降低与隔离(下册), 同济大学出版社, 1985.

扭振阶梯形变幅杆频率方程的一般表示

贺西平 程存弟

(陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

1993 年 7 月 13 日收到

利用变截面杆扭振方程和边界条件,导出的扭振阶梯形变幅杆的频率方程,在 $S_1 = S_2$, 或 $l_1 = l_2$ 时,并不适于实际情况。本文首先导出了扭振声传输线方程,并用之对阶梯形变幅杆的频率方程作了一般表示。

Abstract

The frequency equation for a torsional vibration step transformer, deduced from the equation for a variable cross-section transformer, is not fit for the case $S_1 = S_2$, or $l_1 = l_2$. In this paper, the equation of acoustic transmission line for torsional vibration is first derived and then applied to formulate the frequency equation of a step transformer.

一、问题的提出

如图 1 所示,这是一由同种材料做成的阶梯形扭振杆。对截面积为圆形的扭振杆,描述其变截面的扭振方程为^[1]:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{4}{D} \frac{dD}{dx} \cdot \frac{d\theta}{dx} + k^2\theta = 0 \quad (1)$$

式中, θ 为扭转角, D 为杆中任意某点的直径, k 为扭转波波数,其值为 ω/C_s , C_s 是杆中扭振波波速。

由方程(1),可得其解为:

$$\begin{aligned} \theta_I &= A_1 \cos kx + B_1 \sin kx \quad (-L_1 < x < 0) \\ \theta_{II} &= A_2 \cos kx + B_2 \sin kx \quad (0 < x < l_2) \end{aligned} \quad (2)$$

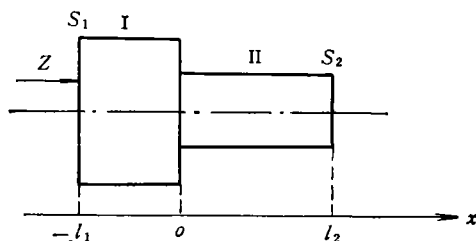


图 1 阶梯形扭振杆

边界条件为:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_I|_{x=-l_1} &= \dot{\theta}_1, \quad \frac{\partial \theta_I}{\partial x}|_{x=-l_1} = 0 \\ \dot{\theta}_{II}|_{x=l_2} &= \dot{\theta}_2, \quad \frac{\partial \theta_{II}}{\partial x}|_{x=l_2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_I|_{x=0} = \dot{\theta}_{II}|_{x=0}, \quad M_I|_{x=0} = M_{II}|_{x=0}$$

代(2)入(3)式中,经化简得出其满足的频

率方程是:

$$\operatorname{tg} k l_2 = -\frac{I_{P_1}}{I_{P_2}} \operatorname{tg} k l_1 \quad (4)$$

上面式中,角标 I 、 II 分别表示阶梯形扭振杆第 I 、 II 段中所对应的参量, M 为扭转力矩, I_P 为棒截面的极惯性矩。

该方程提供了设计一半波长阶梯形扭振杆的方法,但是,假如我们令 $S_1 = S_2$, 则由上面方程知 $I_{P_1} = I_{P_2} \Rightarrow l_1 = l_2$; 若令 $l_1 = l_2$, 同样又可得到 $I_{P_1} = I_{P_2} \Rightarrow S_1 = S_2$, 这显然是不对的。因而,(4)式不能解释 $S_1 = S_2$, 即均匀截面棒的情况, 也不能解释 $l_1 = l_2 = \text{常数}$ 的情形。

我们通过定义扭振力阻抗, 来导出扭振声传输线方程。由此来推导出该阶梯形扭振杆的一般频率方程。

二、扭振声传输线方程的导出:

仿照纵振型力阻抗的定义, 我们定义扭振型的力阻抗为 $Z = M/\dot{\theta}$, 其绝对值等于产生单位角速度幅值所需力矩的大小。若杆的密度为 ρ , 波速为 C_s , 截面的极惯性矩为 I_P , 则在平面波单向传播的情形下, 在媒质中同平面纵波单向传播的情形一样^[2], 力阻抗在数值上等于该杆的扭振特性力阻抗 Z_s , 为 $\rho C_s I_P$ 。

如图 2 所示, 在棒长为 $x = l$ 端加一阻抗, 或一其他负载。一扭转波沿 x 正方向传播, 在 $x = l$ 端将发生反射, 从而在 $x = 0$ 到 $x = l$ 端棒中存在有正反两方向传播的扭转波, 即入射波和反射波。

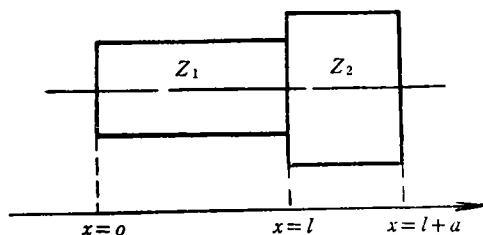


图 2 扭振声传输线方程的导出

传播纵波需要张应力和压应力, 扭转波是

一种横波, 传播横波需要切应力。因而, 仿照纵振波的表达式, 我们可以将入射波(以角标 i 表示)和反射波(以角标 r 表示)用扭矩形式分别表示为:

$$\begin{aligned} M_i &= A e^{i(\omega t - k_1 x)} \\ M_r &= B e^{i(\omega t + k_1 x)} \end{aligned} \quad (5)$$

质点的角速度为 $\dot{\theta}_i = M_i / Z_{s_1}$, $\dot{\theta}_r = -M_r / Z_{s_1}$ 。式中, Z_{s_1} 为从 $x = 0$ 到 $x = l$ 段棒的扭振特性力阻抗, k_1 为波数。

棒中座标为 x 处的扭振力阻抗为:

$$Z_{sx} = \frac{M_i + M_r}{\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_r} = Z_{s_1} \frac{M_i + M_r}{M_i - M_r}$$

或

$$Z_{sx} = Z_{s_1} \frac{A e^{-ik_1 x} + B e^{ik_1 x}}{A e^{-ik_1 x} - B e^{ik_1 x}} \quad (6)$$

若 $x = 0$ 处有一角频率为 ω 的谐和力矩作用于棒上, 则棒对此力矩所产生的力阻抗为:

$$Z_{s_0} = Z_{s_1} \frac{A + B}{A - B} \quad (7)$$

在 $x = l$ 处, 力阻抗可表为:

$$Z_{s_l} = \frac{A e^{-ik_1 l} + B e^{ik_1 l}}{A e^{-ik_1 l} - B e^{ik_1 l}} \quad (8)$$

由(7)和(8)式, 消去 A 、 B , 得到:

$$Z_{s_0} = Z_{s_1} \frac{Z_{s_l} + j Z_{s_1} \operatorname{tg} k_1 l}{Z_{s_l} + j Z_{s_1} \operatorname{tg} k_1 l} \quad (9)$$

方程(9)即为扭转振动的声传输线方程。此式与纵振动的声传输线方程在形式上极为相似。有了该方程, 就可以解决本文提出的问题了。

三、阶梯形变幅杆频率方程的一般表示

把图 1 表示的阶梯形扭振杆看作一声传输线, 并将截面积为 S_2 、长度为 l_2 的一段作为截面积为 S_1 、长度为 l_1 的一段杆的负载阻抗。

$x = l_2$ 端为空载, 由(9)式, 在 $x = 0$ 端有

$$Z_{s_0} = j Z_{s_2} \operatorname{tg} k l_2 \quad (10)$$

式中 $Z_{s_1} = \rho C I_{P_1}$ 。在 $x = -l_1$ 端, 有:

$$Z = Z_{s_1} \frac{Z_{s_0} + j Z_{s_1} \operatorname{tg} k l_1}{Z_{s_1} + j Z_{s_0} \operatorname{tg} k l_1} \quad (11)$$

Z表示在 $x = -l_1$ 端处棒的力阻抗。式中, $Z_{s_1} = \rho C l_{P_1}$ 。代(10)入(11)式中,并改写为:

$$Z = jZ_{s_1} \operatorname{tg}(kl_1 + \varphi_2)$$

其中, $\operatorname{tg} \varphi_2 = Z_{s_2} \cdot \operatorname{tg}(kl_2) / Z_{s_1}$

故频率方程为 $\operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_2) = 0$ (12)

式中 $\varphi_1 = kl_1$ 。

当 $S_1 = S_2$ 时,即同种材料做成的均匀截面棒,(12)式变为:

$$\operatorname{tg} k(l_1 + l_2) = 0, \text{基频时, } l_1 + l_2 = \frac{\lambda}{2}.$$

λ 为杆中波长。

当 $S_1 \neq S_2$ 时,且 $l = l_1 = l_2$, 上面的频率方程为:

$$\frac{I_{P_1} + I_{P_2}}{I_{P_1} \operatorname{ctg} kl - I_{P_2} \operatorname{tg} kl} = 0$$

基频时, $kl = \frac{\pi}{2}$, 即 $l = \frac{\lambda}{4}$ 。

从上可知,当 $l_1 = l_2 = l$, 或者 $S_1 = S_2 = S$ 时,由(4)式得出的结论只是阶梯形扭振杆的一种特殊情形。究其原因,可能是组成阶梯形扭振杆的两部分因为其截面、形状都是均匀和相似的,故由扭振方程得到的两部分的解也相同,再由边界条件推得的频率方程就有一定的局限性。而声传输线方程则是从整体上去研究之。

上面结论与纵振阶梯形变幅杆的结论完全类似^[3]。

参 考 文 献

- [1] 阮世勋, 广西大学学报(自然科学版), 16-4 (1991), 46—51.
- [2] 何祚镛等, 声学理论基础, 国防工业出版社, 1981, 62.
- [3] 林仲茂, 超声变幅杆的原理和设计, 科学出版社, 1987, 98—99.

用声波测井资料确定碎屑岩 储集层的胶结指数

王 正 付

(河南石油勘探局技工学校 南阳 473132)

1993年5月17日收到

本文通过讨论 Biot 系数 β 与地层因素 F 之间的关系,定义了一个参数 $F_{ac} = \beta^{-1} \phi^{-1.5}$,并用纯砂岩的实验资料证明了该参数与地层因素 F 是相等的。在实际应用中,为了获得系数 β 和孔隙度 ϕ ,我们首先建立了纯地层中声波传播的速度方程。然后,用弹性模量的并联等效公式把它扩展到泥质地层中。最后,用实例对文中的结果进行检验。

ABSTRACT

Through discussing the relation of Biot's coefficient β and the formation factor F , a parameter F_{ac} is defined: $F_{ac} = \beta^{-1} \phi^{-1.5}$. Using the experimental data of pure sandstone, it is proved that $F_{ac} = F$. in the real application, for the determination of the porosity ϕ and Biot's coefficient β , we build up a velocity equation for the elastic wave propagation in a pure sandstone, and then extend it to clay-sandstone by the parallel equivalence of elastic modulus in the elasticity theory. Finally, some examples of application are given.