T 和粉末粒度 d_0 的关系式：

$$T = 42.5/d_0 + 1.06(1 + 32.1 d_0^{1/2})/d_0^2$$

计算，在氩气气氛下，超声法所制得的粉末有 80%的冷却速度＞2×10^4k/s，有近 40%的粉末冷却速度＞1×10^5k/s，因此用超声法制取的粉末平均冷却速度大于 1×10^5k/s 是可行的。如果改用氦气，冷却速度可提高一个数量级。

3. 粉末的显微镜结构研究

不同粒级 TC_4 粉末的显微结构如图 9 所示，粉末由四种显微组织构成：(1) 针状马氏体、(2)马氏体针和胞状晶，(3)胞状晶，(4)枝状晶。不同的组织表示出不同的冷却速度，且可以看到粉末的组织并不以粉末颗粒的大小而异，不同粒级的粉末，可以得到相同的组织，而相同粒级的粉末可以得到不同的组织。因此，粉末的冷却速度应当说不单纯依赖粉末颗粒的大小，更重要的是取决于冷却环境。因此改善环境的冷却条件对制取速冷粉末很重要。

五、结　　论

由以上实验我们得出以下结论

1. 实验证明，超声雾化法制取金属粉末是可行的。对本实验所采用的钛合金来说，所制得的粉末绝大部分为球形，球形率约为 94%，粉末粒度较细，平均粒度约 100μm，小于 125μm 的粉末占 63.7%，小于 90μm 的粉末占 40%，粉末的冷却速度为 10^4—10^5k/s。

2. 粉末的冷却速度取决于颗粒的大小，但更重要的是取决于冷却环境。

3. 因被雾化制取粉末的阳极棒、随制粉过程的进展，长度在不断的缩短，则振动系统的谐振频率也在不断地改变。因此，必须有一个可靠的换能器频率自动跟踪系统。限于篇幅，另文叙述。

参　考　文　献

[1] Yukio kito Tadaniro Sakuta, Tamotu Mizuno and Tadsai Morila, *The international journal of powder metallurgy*, **25**-1(1989). 13—19.

[2] AJAller and Alosada, MPR january, 1990. 50—55.

[3] 赵风琴、王长京，稀有金属材料与工程，第 6 期(1988)，66—70.

热声热机场方程的改进计算

王本仁　　缪国庆

（南京大学声学研究所，南京　210008）

1993 年 3 月 29 日收到

本文讨论热声热机于二种热力学媒质组成的热声变换堆内外，温度、速度和压力场所应满足的改进的场方程。以 p_1 和 dp_1/dx 等作为待定参数时，速度 u_1 和温度 T_1 的解式。并讨论了解式的含意与实验结果的对照。

一、引　　言

对热声现象的最初观察可追溯到二个世纪之前，于 1777 年 Byron Higgins 所进行的实验[1]。他在一根两端开口的大管中，适当地置入燃烧的氢火焰，可激发出风琴管的振荡声。也许大家最熟知的热声装置是在 1850 年和 1859 年

分别由 Sondhauss[2] 和 Rijke[3] 所描述的 Sondhauss 管和 Rijke 管．而后者就是前述 Higgins 工作的进一步延伸．以上是指由热发声的现象．而相应的逆过程——即是热声的热泵效应则是近数十年来才成长的课题．由 Gifford 和 Longsworth[4] 所述的这种一端封闭一端连到回热器、很低频、甚大压力变化而内部又没有任何结构的管子有制冷作用．现在，它被描述为一类新的内禀不可逆的热机[5]．

热声热机用于制冷它在原理上相同于一般的热机.它的效率低于 Carnot 循环的效率.但是它应存在有二种或多种热力学介质，和在沿着相对运动的方向存在某种方式(如几何配置，动力学或材料性质上)的热力学对称性的破缺．这些是保证热声热机有效工作的条件．但是研究正显示出它重要的特点，如没有常规热机的往复运动的部件，不应用滑动密封和特定的过程时序控制．不用氟冷剂．以及在常规热机蒸凝循环中,导致破坏性作用的气泡也不复存在．因此它将有长寿命和高可靠性.如[8]载,在 1992 年 1 月美国已首次将这种制冷机加载于发现者号航天飞机上作穿梭飞行．因为在那样的环境中,氟冷剂的制冷机将失效．

二、改进场方程的导出

在通常的传声系统中它必然有一种介质作为传声的介质．在这里是如空气或氦气，这是它的第一种介质．但是为了达到热声热机的目的添加入第二种热力学介质——就是现在的“片”是十分关键的．它的目的不在于传声，而是经过第一第二介质间的热偶合，和往返振动达到热力学循环的目的．

在导出前，主要参考的场方程见文献[6,7]．现在，我们对流体和“片”作下述假设：认为片有足够大的热容，因此片上的温度分布并不随声振荡频率那样迅速的改变．认为片沿管长 (x) 方向有梯度 ΔT_m,下标 m 指平均．但是忽略流体和片沿长度方向的热导．自然在此也忽略流体和片的热物理特性随温度的改变．

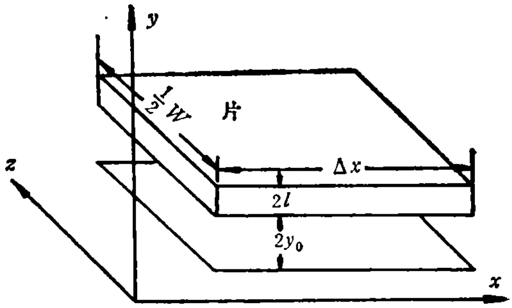

图 ①片和它的座标系

现考察如图①所示的片，和旁边环绕的第一介质．片的长为 Δx，宽 $\frac{w}{2}$，忽略它自身的厚度．因为流体媒质的运动方程是 Navier-stokes 方程

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+(v\cdot\nabla)v\right)=-\nabla p+\mu\nabla^2 v+\left(\zeta+\frac{\mu}{3}\right)\nabla(\nabla\cdot v) \tag{1}$$

和连续性方程

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\nabla\cdot\rho v=0 \tag{2}$$

此处 ρ 是流体密度，v 流体速度 p 是压力和 μ ξ 是切变和体积粘滞系数．

在忽略粘滞系数对温度的依赖,且因为 u_1 (下标 1 是指一阶量)变化的特征长度是 x 方向用孤度表示的驻波长 $\frac{\lambda}{2\pi}$,v_1 的变化以 δ_v 粘滞穿透深度来表征．则在保留到第一阶微量，方程(1)可进一步近似成

$$i\omega\rho_m u_1=-\frac{\partial p_1}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \tag{3}$$

在获得此式时,应考虑取空间导数时有

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x}}{\frac{\partial}{\partial y}}-\frac{\delta_v}{\bar{\lambda}}$$

和现在有 $\delta_v\ll\bar{\lambda}$．对所示的座标,有 $u_1(y_0)=0$(即 $y=y_0$ 处为片的刚性边界)则可得解为 $\left(\text{有}\ \delta_v=\sqrt{\frac{2\mu}{\rho_m\omega}}\right)$

$$u_1 = \frac{i}{\omega\rho_m}\frac{dp_1}{dx}\left(1 - \frac{\cos h\dfrac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\dfrac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right) \quad (4)$$

在流体和固体中的热流方程分别为

$$\rho T\left(\frac{\partial s}{\partial t} + v\cdot\nabla s\right) = \nabla\cdot(K\nabla T) + \delta'_{ik}\frac{\partial v_i}{\partial x_k} \quad (5)$$

$$\rho_s c_s\frac{\partial T_s}{\partial t} = K_s\nabla^2 T_s \quad (6)$$

此处 k 是流体的导热系数，σ'_{ik} 是粘滞应力张量，下标 s 是指固体，c_s 是固体的比热。考察在固体中的热导方程(6)，同样在一阶近似下，有

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}\Big/\frac{\partial^2 T^3}{\partial y^2} - \frac{K_s}{\omega\bar{\lambda}^2} \ll 1,$$

此处 $k_s = \dfrac{k_s}{\rho_s c_s}$。因此方程可近似表成

$$i\omega T_{s1} = K_s\frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial y^2} \quad (6')$$

这样在条件 $T_{s1}(l) = T_{k1}$ 的情况下，得解为

$$T_{s1} = T_{b1}\frac{\cos h\dfrac{(1+i)y'}{\delta_s}}{\cos h\dfrac{(1+i)l}{\delta_s}} \quad (7)$$

有 $\delta_s = \sqrt{\dfrac{2K_s}{\omega}}$ 是固体的热穿透深度。由于流体中的一般热输运，应用热力学关系式

$$ds = \frac{c_p}{T}dT - \frac{\beta}{\rho}dp \quad (8)$$

此处 c_p 是定压比热，β 是热胀系数。将其代入(5)式，考虑同样的一阶近似则有

$$\rho_m T_{n1}\left\{\frac{c_p}{T_m}\frac{dT_1}{dt} - \frac{\beta}{\rho_m}\frac{dp_1}{dt} + u_1\left[\frac{c_p}{T_m}\frac{dT_m}{dx} - \frac{\beta}{\rho_m}\frac{dp_m}{dx}\right]\right\} = K\frac{d^2T_1}{dy^2} \quad (5')$$

或考虑沿 x 方向可存在温度梯度，但是不存在平均压力梯度。故化简成

$$\rho_m c_p\left(i\omega T_1 + u_1\frac{dT_m}{dx}\right) - i\omega T_m\beta p_1 = K\frac{d^2T_1}{dy^2} \quad (5'')$$

以上是我们对单片和它周围的第一介质一起依靠热交换相互偶合时，所满足的基本方程。和速度场 u_1 和温度场 T_{s1} 那样依赖于 y 座标的解。

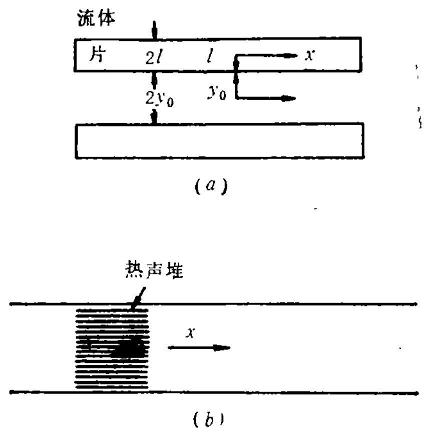

图 ②片组成热声变换堆
(a) 相隔安置的二种介质.(b) 在驻波场中

在进一步计算由片构成的热声变换堆之前，我们先看一下实际由片所组成的堆的结构示意图图 2。它是由非常密集的片相互平行排列成，此时片自身的厚度甚薄约为 $2l$，而片之间的间距为 $2y_0$，y_0 的大小相当于流体的热穿透深度 $\delta_k = \sqrt{\dfrac{2K}{\rho_m c_p c_0}}$，也相近于流体的粘滞穿透深度 δ_v。在这个热声堆中起着由加入外界声场使之做功而达到定向热输运，或由外界在堆的二端维持足够高的温度梯度，使之由热发声的功用。

因为在热声堆的片之间隔层内流体的体积速度是和堆之外相比空的腔室内的体积速度有异。它们的相差，简单地说是 $y_0 + l$ 和 y_0 之比。即现在堆内的速度 u_1 有下述形式的解

$$u_1 = \frac{i\left(1 + \dfrac{l}{y_0}\right)}{\omega\rho_m}\frac{dp_1}{dx}\left(1 - \frac{\cos h\dfrac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\dfrac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right) \quad (4')$$

这样有化简的温度扰动方程

$$i\rho_m\omega c_p T_1 - K\frac{d^2T_1}{dy^2} = -\rho_m c_p \frac{dT_m}{dx}u_1(y) + i\omega T_m\beta p_1 \quad (9)$$

可见此时温度场 T_1 所满足的方程是二阶非齐次的微分方程。先求满足该方程的特解。代入(4′)的 $u_1(y)$ 表示式后，假定有解为

$$T_1 = A\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}} + B \quad (10)$$

此处 A 和 B 是二个无关于 y 的待定系数。将(10)代入方程(9)，则得

$$i\rho_m\omega c_p\left[A\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}} + B\right] - KA\frac{(1+i)^2}{\delta_v^2}\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}$$

$$= -\rho_m c_p\frac{dT_m}{dx}\frac{i\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\omega\rho_m}\cdot\frac{dp_1}{dx}\left(1-\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right) + i\omega T\beta p_1 \quad (11)$$

整理上方程，并且令 $\sigma=\frac{c_p M}{K}$ 是流体的 Prandtl 数。则可很容易地解得待定系数的表式为

$$A = \frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2}\frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx} \quad (12)$$

和

$$B = \frac{T_m\beta}{\rho_m c_p}p_1 - \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2}\frac{dT_m}{dx}\frac{dp_1}{dx} \quad (13)$$

因此代入(10)式，即得到相应 T_1 温度场的解。这个解系数是限定的，不能使之满足在流体-固体边界特定边界条件。这条件可表述为 $T_1(y_0)=T_{s1}(l)$ 和

$$K\frac{dT_1}{dy}\bigg|_{y=y_0} = -K_s\frac{dT_{s1}}{dy'}\bigg|_{y'=l},$$

意为在边界上温度应相等，和垂直于界面方向流体流出（入）的热应等于固体流入（出）的热。

对(9)式可找出相应的齐次解为

$$\hat{T}_1 = J\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_k}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}} \quad (14)$$

此处 J 是待定的任意常数。则可以写出一般 T_1 的解的表式为(上 δ_k 是热透深度)

$$T_1 = J\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_k}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}} + \frac{T_m\beta}{\rho_m c_p}p_1 - \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2}\cdot\left(1-\frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{\cos h\frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right)\frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx} \quad (15)$$

应用上述边界条件，则可解得常数 J 有

$$J = -\frac{T_m\beta}{\rho_m c_p}\frac{p_1}{\left(1+\varepsilon_v c_p\frac{f_k}{f_v}\right)} - \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)\frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx}}{\rho_m\omega^2(\sigma-1)}\frac{(1+\varepsilon_v c_p)}{\left(1+\varepsilon_v c_p\frac{f_k}{f_v}\right)} \quad (16)$$

此处引入几个系数各是

$$\varepsilon_v = \sqrt{\frac{\rho_m\mu}{K_s\rho_s c_s}}\frac{\tan h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}{\tan h\frac{(1+i)l}{\delta_s}}, \quad (17)$$

$$f_k = \frac{\tan h\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}}{\frac{(1+i)y_0}{\delta_k}} \quad (18)$$

$$f_v = \frac{\tan h \frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}{\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}。 \quad (19)$$

于是得到我们所找的温度场的解是

$$T_1 = \frac{T_m\beta}{\rho_m c_p} p_1 - \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma-1} \frac{\cos h \frac{(1+i)y}{\delta_v}}{\cos h \frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right) \cdot \frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx} - \left[\frac{T_m\beta}{\rho_m c_p} p_1 + \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2(\sigma-1)} \frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx}(1+\varepsilon_v c_p)\right] \cdot \frac{\cos h \frac{(1+i)y}{\delta_k}}{\left(1+\varepsilon_v \frac{f_k}{f_v}\right)\cos h \frac{(1+i)y_0}{\delta_k}} \quad (20)$$

有了 T_1 温度场的表示式，我们可以进一步导出声压扰动 p_1 所应满足的方程。

依连续性方程(2)，用一阶量表出则有

$$i\omega\rho_1 + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{m1}u_1) + \rho_m \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (21)$$

应用热力学关系

$$\rho_1 = -\rho_m\beta T_1 + \frac{\gamma}{a^2} p_1,$$

并且将 ρ_1 和 u_1 的方程(3)代入上式，则得

$$i\omega\left(-\rho_m\beta T_1 + \frac{\gamma}{a^2}p_1\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_m \frac{1}{i\omega\rho_m} \cdot \left(-\frac{\partial p_1}{\partial x} + M\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}\right)\right] + \rho_m\frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (22)$$

整理后则有

$$\omega^2\rho_m\beta T_1 - \frac{\omega^2}{a^2}\gamma p_1 - \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}\left(M\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}\right) + i\omega\rho_m\frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (22')$$

代入 u_1 的解式(4')而有

$$\omega^2\rho_m\beta T_1 - \frac{\omega^2}{a^2}\gamma p_1 - \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\mu \frac{i\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega}\frac{dp_1}{dx}(-1)\frac{(1+i)^2}{\delta_v^2} \cdot \frac{\cos h\frac{(1+i)y'}{\delta_v}}{\cos h\frac{(1+i)y_0}{\delta_v}}\right] + \omega\rho_m\frac{\partial v_1}{\partial y} = 0$$

再代入 T_1 的(20)式和对全式从 $\int_0^{y_0} dy$ 求积分。这时注意求 $\int_0^{y_0}\frac{\partial v_1}{\partial y}dy=0$ 的.因为在 $y=0$ 处由于 y 向的速度 v_1 在堆中是对称的，故此时 $v_1|_{y=0}=0$。而在 $y=y_0$ 处，则因为是固体的边界面有 $v_1|_{y=y_0}=0$。其余各项，经整理后则有

$$\left[1+\frac{(\gamma-1)}{1+\varepsilon_v c_p\frac{f_k}{f_v}}\right]p_1 + \left(1+\frac{l}{y_0}\right)\beta\frac{a^2}{\omega^2} \cdot \left(1-f_v+\frac{f_k-f_v}{(\sigma-1)\left(1+\varepsilon_v c_p\frac{f_k}{f_v}\right)}\right) \cdot \frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx} + \frac{a^2}{\omega^2}\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\left\{1-\left(1+\frac{l}{y_0}\right)f_v\right\}\frac{dp_1}{dx}\right] = 0 \quad (23)$$

这就是我们要导出的 p_1 所满足的微分方程。

若我们对 T_1 的(20)式，取 y 方向的断面平均，则可计算得

$$\langle T_1\rangle = \frac{T_m\beta}{\rho_m c_p}p_1\left(1-\frac{f_k}{1+\varepsilon_v c_p\frac{f_k}{f_v}}\right) - \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2}\frac{dp_1}{dx}\frac{dT_m}{dx} \cdot \left[1-f_v+\frac{f_k-f_v}{(\sigma-1)(1+\varepsilon_v c_p f_k/f_v)}\right] \quad (24)$$

这样，我们还可以令 $\langle T_1\rangle=0$，定义一临界的

温度梯度 ∇T_{crit} 为

$$\nabla T_{crit}=\frac{T_m\beta}{\rho_m c_p}\left(1-\frac{f_k}{1+\epsilon_v c_p f_k/f_v}\right)p_1\Big/ \frac{\left(1+\frac{l}{y_0}\right)}{\rho_m\omega^2}\left[1-f_v+\frac{f_k-f_v}{(\sigma-1)(1+\epsilon_v c_p f_k/f_u)}\right]\cdot\frac{dp_1}{dx} \tag{25}$$

三、结果和讨论

这样可以看到,$\langle T_1\rangle$ 的表示式明显包含二部份因子。一部份是正比于 p_1,即驻波场的声压扰动。另一部份是关系到 $\frac{dp_1}{dx}$ 和 $\frac{dT_m}{dx}$。此处 $\frac{dT_m}{dx}$ 是在腔中沿 x 向的平均温度梯度。因此,扰动的温度振荡 T_1 是由这二部份的因素叠合而成.这是在考虑线性近似下所得的结果.首先看作为热泵工作时,此时在热声堆上没有外加的强制温度梯度。而只有外输入的强迫声压振荡。由于p_1的加入,依(24)式,必然有相应的$\langle T_1\rangle$变化。在用为热泵工作的热机,就开始定向的热输运。因此,只要用作热声制冷的工作循环一开始,装置冷端的温度就逐渐开始下降。这和实验观察到的现象是相一致的,即不存在起始的阈值条件.随着热输运开始后,热声堆二侧低温端的温度下降,高温端一般用强迫循环冷却使它保持在恒定的室温。这时在热声堆上建立起正向的温度梯度 ∇T_m。为了有更好的制冷作用,也就是说仍要维持相应的热振荡和热输运,那么p_1的值必须增大。也即要增大输入的声功率。因此在扬声器的位移幅一定的条件下,则可以借增大静压力来增大幅射的声阻,从而达到使声压p_1增大的目的。应用这种办法已使热声制冷的性能系数达到通用的制冷机的值。

在用作原动机时,此时在热声变换堆上已有予置的正向温度梯度 ∇T_m。而我们的目的,是要依靠这热输运来做功,而激励出声振荡,并和它相伴的温度扰动.这时声压的自持振荡要产生,从能量的观点来看,对外界做的功流必需要大于在热声堆,在驻波腔内壁各处能量的热和粘滞耗散,才能维持住所需的声振荡.这时的功流,或耗散能皆是正比于 p_1^2 或 p_1、u_1 等乘积的量,于是使问题的讨论步入非线性领域.而且在这时候,为激发出声振荡,∇T_m 要超过某一定的阈值.如依[9,6]文对热激发声的情形,在线性近似下计算得到速度扰动(其它的物理量的扰动也是如此)是随时间指数增长,是不稳定的。只有在扰动和耗散趋于平衡情况下,振荡才能稳定。

在(25)式所列的 ∇T_{crit} 是个临界的温度梯度。简言之,可以看成是二种因素的平衡,指 p_1 和 $\frac{dT_m}{dx}$,或 p_1 和 $\frac{dp_1}{dx}$ 因素.进一步计算,也正表明这个临界梯度是装置作用为热泵或原动机分界的边界。当然详细的导出,表征这种特性还要和功流、热流等许多二阶量的计算有关.

致谢 本项研究得到江苏省科委的基金支持和南京大学近代声学开放实验室的支持,特表衷心的感谢。

参 考 文 献

[1] Higgins, B. *Nicholson's J.*, 1, (1802), 130.
[2] Sondhauss, C. *Ann. Phys.* (Leipzig), **79**, (1850), 1.
[3] Rijke, P. L. *Ann. Phys.* (Leipzig), **107**, (1859), 339.
[4] Gifford, W.E. & Longsworth, R.C. *Adv. Cryog. Eng*, **11**(1966), 171.
[5] Wheatley, J. C. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**, (1983), 499.
[6] Rott, N. Angew. Z. *Math. Phys.*, **20**(1969), 230.
[7] Swift, G. W., *J. Acoust. Soc. Am.*, **84** (1988) 1145.
[8] Echoes, **2**(2) (1992), 5.
[9] Chu, B. T. *Phys. Fluid*, 6(1963), 1638.
[10] Atchley A. A. et al., *J. Acoust. Soc. Am.*, **91** (1992), 734.