

简明设计复合扭振变幅杆

贺西平 胡时岳

(西安交通大学建力学院机械与结构强度国家重点实验室 西安 710049)

2000 年 12 月 4 日收到

摘要 传统设计复合扭振变幅杆的方法是利用各形状函数杆之间的角位移连续和力矩连续的边界条件, 来确定方程中的待定系数, 导出频率方程。本文利用各形状函数分界面之间机械阻抗相等的方法来设计复合扭振变幅杆, 可简化设计, 物理意义明显。这种方法也适用于纵振复合变幅杆的设计。
关键词 复合扭振变幅杆, 机械阻抗, 频率方程

Simplified design method for a compound torsional vibrating horn

He Xiping Hu Shiyue

(School of Architectural Engineering & Mechanics, State Key Laboratory of Mechanical Structural Strength & Vibration, Xi'an Jiaotong Univ, 710049, Xi'an)

Abstract The conventional method for designing compound torsional vibrating horn, is that the undetermined coefficient is solved and the frequency equation is derived by use of equal angular displacements and equal force moments in each interface of partial shape function horn. In this paper, the boundary conditions is substituted with equal mechanical impedances in each interface of partial shape function horn. This method can simplify design, and its physical meaning is obvious. It can likewise be applied to designing compound longitudinal vibrating horn.

Key words Compound torsional vibrating horn, Mechanical impedance, Frequency equation

1 引言

文献 [1] 得出了指数型 $D = D_1 e^{-\beta x}$ 、类圆锥型 $D = D_1(1 - \alpha x)^{1/2}$ 及阶梯型扭振变幅杆的谐振长度及位移节点两个参数式, 文献 [2] 给出了指数型、类圆锥型、类悬链线型 $D = D_2 \{ \text{ch}[\gamma(L - x)] \}^{1/2}$ 以及两段等长圆柱体组成的阶梯型四种扭振变幅杆的设计数据。实

际应用中, 为放大扭转振动^[3], 常需要复合变幅杆。一般地说, 对复合扭振变幅杆, 可按其母线函数的不同而分段求解, 如求解复合纵振变幅杆一样, 利用各段之间角位移连续和力矩连续的边界条件, 确定方程中的待定系数, 导出频率方程的解析表达式出来。本文利用各形状函数分界面之间机械阻抗相等的方法, 给出几个实例, 推导出相应的频率方程, 可使设计

简化, 这样做的物理意义也很明显。这种原理同样适用于纵振复合变幅杆的设计。

2 频率方程的导出

2.1 宽端接有圆柱杆的复合半波长扭振变幅杆

先考虑宽端接圆柱杆的复合类悬链线型半波长扭振杆, 外形如图 1 所示, II 为悬链线型。

不失一般地, 设第 I 段、第 II 段中的特性阻抗分别为 $\rho_1 C_{s1}$ 和 $\rho_2 C_{s2}$, 依照扭振声传输线方程^[4], $x=0$ 端面处圆柱杆的输出阻抗为

$$Z_{0\text{左}} = -j\rho_1 C_{s1} \operatorname{tg} k_{s1} l_1 \quad (5)$$

式中, I_p 为 $x=0$ 处, 棒截面绕 x 轴的极惯性矩, k 为波数。

对类悬链线型的扭振杆来说 (本文中考虑的扭振杆的截面都为圆截面), 其位移解由扭振方程可得

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma(l_2 - x)} (A \cos k'x + B \sin k'x) \\ & + \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma(l_2 - x)} (-Ak' \sin k'x \\ & + Bk' \cos k'x) \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $k' = \sqrt{k_{s2}^2 - \gamma^2}$, γ 为悬链线型常数 ($S = S_2 \operatorname{ch}^2 \gamma(l - x)$)。在 $x=0$ 端面处, 悬链线型的输入机械阻抗为

$$Z_{0\text{右}} = \frac{-G_2 I_p \frac{\partial \theta_2}{\partial x}}{j\omega \theta_2} \Big|_{x=0} \quad (7)$$

式中, G_2 为悬链线杆的剪切模量, I_p 为杆的截面极惯性矩。

在 $x=0$ 端面处, 长度为 l_1 的圆柱杆的输出机械阻抗 $Z_{0\text{左}}$, 必须与长度为 l_2 的类悬链线型杆的输入机械阻抗 $Z_{0\text{右}}$ 相等:

$$Z_{0\text{左}} = Z_{0\text{右}} \quad (8)$$

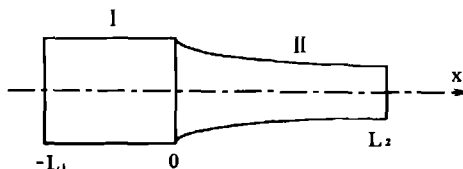


图 1 宽端接圆柱杆的复合类悬链线型半波长扭振变幅杆

在 $x=l_2$ 处, 有

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l_2} = 0 \quad (9)$$

由以上几个方程, 推得其谐振频率方程为

$$\operatorname{tg} k_{s1} l_1 = -\frac{\rho_2 C_{s2}}{\rho_1 C_{s1}} \left[\frac{\gamma}{k_{s2}} \operatorname{th} \gamma l_2 + \frac{k'}{k_{s2}} \operatorname{tg} k' l_2 \right]$$

同理, 可推得: 宽端接圆柱体的复合类圆锥型变幅杆的谐振频率方程为

$$\operatorname{tg} k_{s1} l_1 = -\frac{\rho_2 C_{s2}}{k_{s2} \rho_1 C_{s1}} [\alpha + k_{s2} \operatorname{tg}(\varphi + k_{s2} l_2)] \quad (10)$$

式中, $\operatorname{ctg} \varphi = k_{s2}(l - \frac{1}{\alpha})$ 。

宽端接圆柱体的复合指数型变幅杆谐振频率方程为

$$\operatorname{tg} k_{s1} l_1 = -\frac{\rho_2 C_{s2}}{\rho_1 C_{s1}} [2\beta + \operatorname{tg}(k' l_2 - \varphi)] \quad (11)$$

式中, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta}{k'}, k' = \sqrt{k_{s2}^2 - (2\beta)^2}$ 。

窄端接圆柱体的复合扭振半波长变幅杆以及这种类型的四分之一波长变幅杆的频率方程都可依此原理得简单地推出。

底下再看其它形状函数较复杂的复合变幅杆的例子。

2.2 指数与类悬链线型复合半波长扭振杆

如图 2 所示, I 段为指数型, II 段为类悬链线型, 两者共同组成一半波长复合变幅杆。在 $x=0$ 处, 指数型杆的输出阻抗 $Z_{0\text{左}}$ 与类悬链线型的输入阻抗 $Z_{0\text{右}}$ 相等。

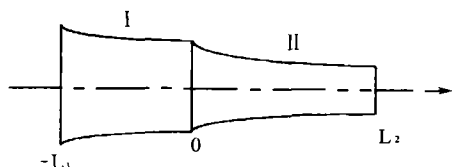


图2 指数与类悬链线型复合半波长扭振杆

$$Z_{0\text{左}} = \frac{-G_1 I_p \frac{\partial \theta_1}{\partial x}}{j\omega_1 \theta_1} \Big|_{x=0},$$

$$Z_{0\text{右}} = \frac{-G_2 I_p \frac{\partial \theta_2}{\partial x}}{j\omega_2 \theta_2} \Big|_{x=0}, \quad (12)$$

$$Z_{0\text{左}} = Z_{0\text{右}} \quad (13)$$

因是半波长，故在复合扭振变幅杆的两端有

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} \Big|_{x=-l_1} = 0, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \Big|_{x=l_2} = 0 \quad (14)$$

由上面三式，代入各形状函数杆解的表达式入内，可简单地推得频率方程为

$$\begin{aligned} & \frac{C_{s1} \rho_1}{k_{s1}} [2\beta - k'_1 \operatorname{tg}(\varphi + k'_1 l_1)] \\ & = \frac{C_{s2} \rho_2}{k_{s2}} \left(1 + \frac{\gamma}{k'_2} \operatorname{th} \gamma l_2 \operatorname{ctg} k'_2 l_2 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

式中， $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta}{k'_1}$ ， β 为指数杆幂常数。

$k'_1 = \sqrt{k_{s1}^2 - (2\beta)^2}$ ， $k'_2 = \sqrt{k_{s2}^2 - \gamma^2}$ 。其

它类型的复合杆的频率方程可依此原理推得。

3 物理意义

传统设计复合变幅杆的方法是利用各形状函数杆之间的角位移和力矩连续的边界条件，确定方程中的待定系数。实际上，在两杆边界处，将各自的力矩除以各自的角速度即成为机械阻抗，这样做的物理意义很明显：在变幅杆内部各分界面处，或各段形状函数各界面之间，机械阻抗需相等，才能使得扭转波无反射地在变幅杆内部向前传播。边界条件相对简化了，且相除过程中也可以进行有益的化简，利于复合扭振变幅杆的简明设计，同样的原理可应用于复合纵振变幅杆的设计。这个原理适用于任何复杂形状变幅杆的设计。

参 考 文 献

- 1 隈部淳一郎(日). 振动切削. 实教出版株式会社, 1979. 161-165.
- 2 阮世勋. 应用声学, 1985, (2): 22-28.
- 3 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计. 科学出版社, 1987. 226.
- 4 贺西平. 压电与声光, 1993, 15(6): 25-27.

浙江、江苏、天津、山东声学学会第四届学术会议在威海召开

2001年9月20日—22日，浙江、江苏、天津、山东声学学会在山东省威海市联合召开了第四届学术会议，共有66人出席了会议。会议共收到论文72篇，内容涉及水声学、超声学、应用声学、噪声学、水声工程、信号处理、建筑声学 and 电声学等内容，共18篇获得优秀科技论文。

大家一致认为，四省市联合举办学术会议对促进我国声学理论及技术的发展有积极作用，并且会议越

办越好，这主要表现在我们队伍的逐渐壮大。今年江苏省声学学会的加入使学术会议的论文质量有所提高、交流范围有所增加。各省联合召开学术会议既克服了全国学术会议周期长信息不能及时交流的不足，也克服了每省单独举行学术会议的困难。

这次，由于与会学者的共同努力使大会取得了圆满成功。

(山东省声学学会供稿)