Journal of Applied Acoustics

◇ 汪承灏院士八十生辰学术论文 ◇

# 用于汽车低频振动控制的局域共振声子晶体\*

麻乘榕1 邵 晨1 万庆冕2 王晓娜2 程 营1 刘晓峻1†

(1 南京大学声学研究所 近代声学教育部重点实验室 南京 210093)

(2 上海汽车工业有限公司 上海 201804)

**摘要** 低频振动的控制是评估汽车舒适性的重要指标。针对汽车板件结构的低频振动控制问题,提出了一种 基于局域共振机理的新型准二维声子晶体板。其结构由单侧复合圆柱共振单元周期排布在基板上构成。通过 有限元方法得到了该结构的带隙特性,并结合其振型和传输谱分析了低频完全带隙的形成机理。研究表明,不 同形式的板振动模式与圆柱共振单元的局域共振模式相互耦合形成面内带隙与面外带隙,两者叠加形成完全 带隙。进一步研究发现,通过改变结构的材料和尺寸参数可以将共振带隙调节到满足实际应用要求的极低频 范围,可在低于100 Hz 的频段形成完全带隙,并可在更宽的频带内抑制z方向振动的弯曲波,为声子晶体在车 身板件减振中的实际应用提供了依据。

关键词 声子晶体,振动控制,局域共振,完全带隙
 中图法分类号: O429, TB535 文献标识码: A
 DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2018.01.022

文章编号: 1000-310X(2018)01-0152-07

# A locally-resonant phononic crystal for low-frequency vibration control of vehicles

(1 Key Laboratory of Modern Acoustics, Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

 $(2 \ \ {\rm Shanghai}\ {\rm Automotive}\ {\rm Industry}\ {\rm Corporation}\ {\rm Limited},\ {\rm Shanghai}\ {\rm 201804},\ {\rm China})$ 

**Abstract** Low-frequency vibration control is an important indicator to evaluate the comfort of the vehicles. In this paper, based on the localized resonant mechanism, a quasi-two-dimensional phononic plate has been designed to suppress the propagation of the low-frequency vibration in a vehicle. The system is composed of single-sided composite cylindrical resonance units which are periodically arranged on the substrate. The bandgap of the structure is obtained with finite element method and the formation mechanism is clarified by analyzing the vibration modes and transmission spectra. It is shown that, the coupling of different vibration modes of the plate and localized resonant modes of the cylindrical units forms the in-plane bandgap and out-of-plane bandgap, and superposition of the two bandgaps forms a complete bandgap. Moreover, by tuning the parameters of materials or dimensions, the system can achieve bandgaps in frequency ranges which are required in realistic application, i.e., in frequencies lower than 100 Hz. Moreover, the designed structure can suppress the vibration of bending waves in z-direction in wider frequency range, which supplies more application opportunities to control vibration in vehicle-body panels.

Key words Phononic crystals, Vibration control, Local resonance, Complete band gap

<sup>2017-11-10</sup> 收稿; 2017-11-28 定稿

<sup>\*</sup>国家自然科学基金项目 (11674172, 11574148, 11474162), 江苏省自然科学基金项目 (BK20160018)

作者简介:麻乘榕(1994-),男,山西朔州人,硕士研究生,研究方向:声学超材料。

<sup>†</sup>通讯作者 E-mail: liuxiaojun@nju.edu.cn

## 1 引言

随着汽车制造工业的进步与发展,人们对乘坐 舒适度的期望也越来越高。汽车噪声、振动和声振 粗糙度 (NVH) 特性直接关系到汽车行业的竞争力 和销量,因而逐渐受到汽车厂商的重视,已经成为衡 量汽车设计和制造质量的重要指标。低频振动作为 车内的主要噪声源<sup>[1-3]</sup>,在结构中随距离衰减程度 较小,传统技术及材料很难从根本上解决低频噪声 控制问题。近年来,声子晶体的研究和发展为此提 供了新的思路。

声子晶体是具有弹性波带隙的人工周期性复 合结构。当弹性波的频率处于带隙范围内时,将被 声子晶体材料阻隔,从而起到隔振的效果<sup>[4-5]</sup>。按 照带隙的产生机理,声子晶体可分为布拉格散射型 和局域共振型。早期研究的声子晶体为布拉格散射 型,其结构的周期性起主导作用。当入射弹性波的 波长与结构的周期长度相近时,将受到结构强烈散 射,因此其带隙频率多为中高频。2000年,Liu等<sup>[6]</sup> 首次提出了局域共振型声子晶体的概念。他们将铅 球用硅橡胶包裹,按照简单立方晶格排列在环氧树 脂基体中,进行了理论分析与实验。研究结果证实 该结构可用2 cm的结构产生400 Hz 左右的低频带 隙,实现了亚波长的结构设计。近年来,国内外科学 家对局域共振型声子晶体进行了大量研究,相继提 出了杆状、梁状、层状、板状、膜状等各种不同结构 和用途的声子晶体<sup>[7-14]</sup>。

为了促进声子晶体板在减振、降噪等工程领域的应用,其低频段带隙特性的调控显得非常重要,近年来已有不少针对拓宽声子晶体板低频带隙范围的研究。2012年,Assouar等<sup>[15]</sup>对基于双侧结构的二维局域共振声子晶体进行了理论分析,其相对带宽为典型单侧结构声子晶体的两倍。2013年,Yu等<sup>[16]</sup>研究了具有颈部结构的二维声子晶体的带隙特性,研究表明其可在较低频段内产生较宽的带隙。Zhang等<sup>[17]</sup>提出了一种螺旋局域共振单元的声子晶体,通过数值计算和实验,证明该结构在42 Hz~150 Hz存在平面外带隙。2016年,Li等<sup>[18]</sup>研究了钢与橡胶双侧复合结构声子晶体的带隙,结果表明与典型的双侧声子晶体相比其具有更低的带隙频率,即第一完全带隙的范围为300 Hz~500 Hz。Song等<sup>[19]</sup>通过数值计算研究了

双侧不对称结构的二维声子晶体,结果表明其在低频范围内存在两个完全带隙,双侧结构的不对称性会显著影响能带结构。但上述这些结构均对声子晶体的基板结构进行了一定程度的改变,对于汽车车身板件结构(如汽车顶棚)来说并不现实。如何实现板结构在100 Hz 左右的振动控制,目前仍然没有有效的解决途径。

本文提出了一种由单侧复合圆柱共振单元周 期排列在薄板上形成的声子晶体,并结合有限元分 析方法对结构的低频带隙产生机理进行了分析和 研究。研究结果表明声子晶体结构与材料参数对低 频带隙具有明显影响。数值仿真进一步验证了有限 单元声子晶体结构的低频减振性能,即该单侧复合 圆柱共振单元结构能够用1 cm的尺寸产生100 Hz 左右的低频带隙。该工作为声子晶体在汽车板件结 构减振降噪方面的应用提供了理论依据。

## 2 模型与计算方法

#### 2.1 复合圆柱局域共振单元模型

本文提出的声子晶体板由薄板上单侧周期排列的复合圆柱共振体组成(图1(a)),其基本单元结构如图1(b)所示。考虑到汽车板件结构的连接问题,这种单元由基板和垂直布放的复合圆柱体构成。单元结构的晶格常数为a,汽车板件厚度为e<sub>0</sub>,单元结构基板厚度为e;复合圆柱由上下两个半径高度不同的圆柱构成,其中颈部圆柱直径和高度分别为*d*和*h*,头部圆柱直径和高度分别为*D*和*H*,如图1(c)。本文计算所使用的各材料参数如表1所示。

表1 材料参数 Table 1 Material parameter

材料	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	杨氏模量/MPa	泊松比
钢	7850	200000	0.33
橡胶	1300	0.1175	0.47
铝	2700	68500	0.34
铅	11400	16400	0.44
钨	17800	360000	0.27

#### 2.2 能带结构和传输谱计算方法

本文采用有限元计算方法(FEM)计算声子晶体结构的能带结构和带隙特征。能带结构的计算是

基于理想声子晶体(即无限周期结构),而本文所提 出的声子晶体结构在x方向和y方向具有周期性。 根据布洛赫(Bloch)定理,可引入周期性边界条件, 将声子晶体结构中的振动特性研究转换到单元结 构振动分析。在单元结构的x方向和y方向四个边 界上应用布洛赫周期条件,

$$u_i(x+a, y+a) = u_i(x, y) e^{j(k_x a+k_y a)},$$
  
 $i = x, y,$  (1)

式(1)中:u表示位移; $k_x 和 k_y$ 表示第一布里渊区 内波矢分量。该结构在x方向和y方向上均为对称,因此沿着如图1(d)所示的不可约布里渊区  $(M \to \Gamma \to X \to M)$ 扫描波失k,通过求解本征 方程即可得到其固有频率和本征模式。将不同方向 的固有频率按方向进行组合,即得到声子晶体的能 带结构。通过能带结构可以直观地表征导带和禁带 (带隙)的频率范围。



Fig. 1 The structure of phononic crystal plate

进一步计算了有限周期阵列结构的振动传输 谱。如图2所示,在x方向上排列11个单元结构,y 方向上仍然应用布洛赫周期条件使其为无限结构。 在结构一端施加z方向的位移激励信号,在另一端 拾取位移响应信号,同时在结构两端添加完美匹配 层 (PML)以消除边界反射的影响。定义有限结构 的振动传输谱,

$$TL = 20 \lg(|\xi_o/\xi_i|), \qquad (2)$$

式(2)中, $\xi_{o}$ 为输出位移响应, $\xi_{i}$ 为输入位移激励。 通过改变位移激励信号频率,即可得到结构的振动 传输谱。







## 3 计算结果与讨论

计算过程中,各结构参数设置为a = 10 mm,  $e_0 = 0.65$  mm,e = 1 mm,d = 5 mm,h = 4 mm, D = 8 mm,H = 5 mm。其中汽车板件结构与头部 圆柱材料为钢,基板与颈部圆柱材料为橡胶(杨氏 模量 $E = 0.1175 \times 10^6$  Pa)。

## 3.1 能带结构

通过对结构进行特征频率分析,得到其能带结构,如图3(a)所示。图3(a)中共有九条能带曲线,第一完全带隙出现在第四与第五条能带之间,带隙频率范围为95.2 Hz~118.3 Hz(红色阴影区域),带宽为23.1 Hz。由于单元结构的共振与弹性波耦合,带隙频率范围内弹性波的传播被完全抑制。通过对比振动传输谱与能带结构,可发现弹性波在88.5 Hz~178 Hz范围内,均有所衰减。

#### 3.2 低频带隙形成机理

为进一步探究局域共振带隙的形成机理,提取 能带结构图3(a)中A-D各点的振动模式,如图4所 示。声子晶体板完全带隙上下边界对应的振动模式 分别为图4(a)和图4(b),其中A为单元局域共振模 式,对应带隙下边界;B为以对称振动为主的单元 面内振动模式,对应带隙上边界。当*x-y*平面内波 激励时,模式B被激发,此时基板沿平行于*x-y*平面 方向运动,振动通过声子晶体面内振动模式沿板传 播。当频率接近复合阶梯圆柱振子单元固有频率时, 模式A被激发,振子沿着某一垂直于*x-y*平面的面 作扭曲摆动,且给基板一个反作用力,刚好抑制基板





Fig. 3 The band structures and transmission spectra of the PC plate



Fig. 4 Schematic of the eigenmode

在*x-y*平面内的振动,打开面内带隙。当频率升高并 逐渐偏离振子固有频率时,振子振动减弱,作用于基 板上的反作用力逐渐减小直至消失,带隙关闭。由 此可见,面内带隙起始频率由单元共振模式决定,可 将其等效为一弯曲弹簧-质量振子(*k*<sub>0</sub>-*m*<sub>0</sub>),如图5 所示。等效弹性系数*k*<sub>0</sub>主要由颈部圆柱决定,等效 质量*m*<sub>0</sub>主要由头部圆柱提供。

振动模式C与D主要为沿z方向的垂直振动。 该模式显然与板中z方向偏振的弯曲弹性波传播有 相互耦合作用,因此这两种模式对应的能带结构形 成了弯曲弹性波局域共振带隙,在图3中用绿色区 域表示。其中模式C对应带隙下边界,模式D为以 反对振动为主的面外振动模式,对应带隙上边界。 当z方向弯曲弹性波激励时,模式D被激发,此时声 子晶体板沿z方向振动,而圆柱头基本保持静止,面 外波通过声子晶体面外振动模式沿板传播。当频率 接近复合阶梯圆柱振子单元的固有频率时,模式C 被激活,此时头部圆柱沿z方向振动,通过颈部圆柱 给基板反作用力,抑制基板在z方向的振动,使弯曲 弹性波无法在声子晶体板中传播,带隙打开。当频 率逐渐偏离振子固有频率时,模式C逐渐转换为模 式D,弯曲波沿板传播。由此可见,面外带隙(弯曲 弹性波)起始频率由局域共振模式C的固有频率决 定,其等效弹簧-质量系统(k<sub>i</sub>-m<sub>i</sub>)如图5所示。系 统等效弹性系数 ki 主要由颈部圆柱和基板决定,等 效质量mi主要由头部圆柱提供。



综上所述,该声子晶体板单元结构的等效弹簧 质量系统可用 k<sub>0</sub>-m<sub>0</sub>和 k<sub>i</sub>-m<sub>i</sub>两个子系统表示,即 子系统 k<sub>0</sub>-m<sub>0</sub>中单元扭曲共振模式与对称振动模式 相互耦合产生面内带隙;子系统 k<sub>i</sub>-m<sub>i</sub>中z方向的共 振模式与弯曲弹性波模式相互耦合产生面外带隙。 在其重叠部分即为完全带隙(图3(a)中红色部分)。 z方向振动的传输谱也很好地证明了这一结果。

#### 4 带隙范围变化规律

#### 4.1 结构参数对带隙范围的影响

通过上述分析可知,复合圆柱结构可同时影响 振动模式中等效质量*m*和等效弹性系数*k*。因此, 复合圆柱结构为影响带隙的主要因素。首先,通过 改变其结构参数来研究不同尺寸对完全带隙的影 响,即通过改变*D*、*H*、*d*、*h*研究完全带隙起始频率 与截止频率的变化规律。

如图 6(a) 所示, 当头部圆柱直径 D 从 4 mm 增

加至10 mm时,带隙起始频率与截止频率向低频移动,且带隙宽度增加。当头部圆柱直径 H 从 2 mm 逐渐增加至8 mm时,带隙也向低频移动,带隙宽度增加,如图6(b)所示。根据完全带隙形成机理,当 D 和 H 增加时,头部圆柱等效质量增加,系统等效弹性系数不变,因此系统固有频率降低,带隙移向低频。且由于尺寸增大,振子的振动与板振动模式的耦合增强,因此带隙变宽。

当颈部圆柱直径 d 从 4 mm 增加至 10 mm 时, 带隙向高频移动,带隙宽度也逐渐增加,如图 6(c)所 示。根据带隙形成机理, d 增加导致等效弹性系数增 加,且振子振动与板振动耦合增强,但系统等效质量 几乎不变,因此带隙移向高频且变宽。当颈部圆柱 高度 h 从 2 mm 逐渐增加至 8 mm 时,带隙向低频移 动,带隙宽度变窄,如图 6(d)所示。此时, h 增加导 致系统等效弹性系数减小,且振子振动与板之间的 耦合减弱,带隙变窄。



#### 图 6 单元结构参数对带隙的影响

Fig. 6 The effects of the structural parameters on the low-frequency band gap

#### 4.2 材料参数对带隙范围的影响

复合圆柱的结构参数对带隙范围有明显影响。 除此之外,根据等效模型分析,复合圆柱的材料特性 也会显著影响带隙的分布。其中,圆柱颈与基板的 杨氏模量和圆柱头的密度为主要影响因素。首先, 改变圆柱头的材料,分别为铝、铅和钨,并与钢作对 比,如图7(a)所示。可见,当头部材料密度增加时, 系统的等效质量增加,而等效弹性系数不变,带隙向 低频移动,同时,带隙宽度逐渐增大。其次,改变圆 柱颈与基板的杨氏模量,研究其对带隙的影响。依





Fig. 7 The effects of the material parameters on the low-frequency band gap

次改变圆柱颈与基板的杨氏模量为4E、9E和16E, 发现当杨氏模量增加时,系统等效弹性系数增加,带 隙移向高频,如图7(b)所示。研究进一步发现,带隙 起始频率与截止频率均与杨氏模量的平方根成正 比,即带隙宽度变大。

#### 5 结论

在汽车制造业要求的分析研究基础上,本文提 出了一种新型的局域共振声子晶体结构。通过对能 带结构特性的研究,阐明了该声子晶体低频完全带 隙的形成机理并建立了相应的等效弹簧质量模型。 研究发现,单元结构的局域共振模式与板振动模式 相互耦合决定了带隙的频率和范围。通过改变结构 尺寸和材料参数,可以对带隙范围进行有效调控,使 其完全带隙低于100 Hz。对于垂直于板的振动,其 对应的面外波带隙更宽,且传输谱衰减频带更宽。 通过合理降低基体板的刚度和等效质量,可以进一 步增大局域共振带隙的衰减和带隙宽度。因此,本 文提出的局域共振声子晶体结构可以有效抑制板 中弯曲波振动的传播,为声子晶体在汽车板件减振 中的应用提供了一种有效的方法,并为其他领域低 频减振方面的应用提供了一定的理论依据。

#### 参考文献

- Hu H X, Tang B, Zhao Y. Active control of structures and sound radiation modes and its application in vehicles[J].
   J. Low Freq. Noise. V A., 2016, 35(4): 291–302.
- [2] Ning D, Sun S, Zhang J, et al. An active seat suspension design for vibration control of heavy-duty vehicles[J]. J. Low Freq. Noise. V A., 2016, 35(4): 264–278.

- [3] Watany M, Eltantawie M A, Abouel-Seoud S A. Application of an adaptive neuro fuzzy inference system for low speed planetary gearbox vibration control[J]. J. Low Freq. Noise. V A., 2015, 34(3): 323–342.
- [4] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体 [M]. 北京: 国防工业 出版社, 2009.
- [5] Kushwaha M S, Halev P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites[J]. Phys. Rev. Lett., 1993, 71(13): 2022–2025.
- [6] Liu Z, Zhang X, Mao Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734–1736.
- [7] Yu D, Liu Y, Wang G, et al. Low frequency torsional vibration gaps in the shaft with locally resonant structures[J]. Phys. Lett. A, 2006, 348(3–6): 410–415.
- [8] 文岐华, 左曙光, 魏欢. 多振子梁弯曲振动中的局域共振带隙 [J]. 物理学报, 2012, 61(3): 034301.
  Wen Qihua, Zuo Shuguang, Wei Huan. Locally resonant elastic wave band gaps in flexural vibration of multioscillators beam[J]. Acta Phys. Sin., 2012, 61(3): 034301.
  [9] 郁殿龙, 刘耀宗, 王刚, 等. 二维声子晶体薄板的振动特性 [J].
- [9] 郁威龙, 刘確示, 土树, 寺. 二维产丁酯体溥仪的振动特性 [J]. 机械工程学报, 2006, 42(2): 150–154.
  Yu Dianlong, Liu Yaozong, Wang Gang, et al. Vibration property of two dimension phononic crystals thin plate[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(2): 150–154.
- [10] Pennec Y, Djafari-Rouhani B, Larabi H, et al. Lowfrequency gaps in a phononic crystal constituted of cylindrical dots deposited on a thin homogeneous plate[J]. Phys. Rev. B, 2008, 78: 104105.
- [11] Oudich M, Li Y, Assouar B M, et al. A sonic band gap based on the locally resonant phononic plates with stubs[J]. New J. Phys., 2010, 12(8): 083049.
- [12] Hsu J C. Local resonances-induced low-frequency band gaps in two-dimensional phononic crystal slabs with periodic stepped resonators[J]. J. Phys. D: Appl. Phys., 2011, 44(5): 055401.
- [13] Lai Y, Wu Y, Sheng P, et al. Hybrid elastic solids[J]. Nature Mater., 2011, 10(8): 620–624.
- [14] Mei J, Ma G, Yang M, et al. Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound[J]. Nat.

Commun., 2012, 3(3): 756.

- [15] Assouar M B, Oudich M. Enlargement of a locally resonant sonic band gap by using double-sides stubbed phononic plates[J]. Appl. Phys. Lett., 2012, 100(12): 123506.
- [16] Yu K, Chen T, Wang X, et al. Lamb waves in two-dimensional phononic crystal slabs with neck structures[J]. J. Appl. Phys., 2013, 113(21): 214908.
- [17] Zhang S, Wu J H, Hu Z. Low-frequency locally resonant band-gaps in phononic crystal plates with periodic spiral

resonators[J]. J. Appl. Phys., 2013, 113(16): 163511.

- [18] Li S, Chen T, Wang X, et al. Expansion of lowerfrequency locally resonant band gaps using a double-sided stubbed composite phononic crystals plate with composite stubs[J]. Phys. Lett. A, 2016, 380(25/26): 2167–2172.
- [19] Song A, Wang X, Chen T, et al. Low-frequency bandgaps of two-dimensional phononic crystal plate composed of asymmetric double-sided cylinder stubs[J]. Int. J. Mod. Phys. B, 2016, 30(7): 1650029.

#### ◇ 声学新闻和动态 ◇

## 中国声学学会成功获得2021年国际超声大会(ICU)的会议举办权

.....

2017年12月20日,2017年国际超声大会(2017 ICU Honolulu)在美国夏威夷落下帷幕。大会闭幕之后,国际超 声大会(ICU)委员会举行了2017年第2届全体会议。经中 国声学学会和前任ICU委员会委员张海澜研究员推荐,王 秀明研究员代表中国声学学会参选会议理事会成员,并成功 当选,获得了申办资格。

在接下来的ICU委员会会议上,王秀明研究员作为中 方代表,与南非代表竞争2021年ICU举办权,向委员会宣讲 了申办报告,经过近2个小时的答辩和理事会投票表决,中 国声学学会最终成功获得了2021年会议的举办权。

在申办会议现场,我们中国代表团人气高、信心足,除 了中科院声学所申办组的毛捷研究员、安志武副研究员和周 吟秋博士以外,中国声学学会微声学分会主任、中科院声学 所的何世堂研究员,中国声学学会检测声学分会副主任、哈 尔滨工业大学的胡恒山教授,检测声学分会委员、华北电力 大学的姜根山教授,中科院声学所的王文研究员、徐德龙副 研究员和戴郁郁副研究员等也积极到场助威。

国际超声大会(ICU)的前身是超声国际会议(UI)以及 世界超声会议(WCU),超声国际会议(UI)起始于20世纪 60年代,世界超声会议(WCU)起始于1993年。2005年,两 大组织首次联合举行会议(WCU-UI国际会议,地点在北 京),合并为现在的国际超声大会(ICU),起到了继往开来的 作用。ICU每两年召开一次,已经成为国际超声领域盛会, 涵盖了从传统超声到新型研究热点等各个领域。依照ICU 规则,举办国要组织申办会议,两次申办会议时间间隔不得 少于8年,这次我们经过12年之后再次获得举办权,将为我 国超声事业的发展和壮大起到推动作用。

(中国声学学会、中国科学院声学研究所 安志武)