

分数维和医学超声

张 海 澜

(中国科学院声学研究所)

1991年8月15日收到

分数维是最近十年来发展起来的新概念,在许多学科中用得很多,近年来在医学超声领域也有人尝试运用这个概念。本文首先以 Koch 图形为例子介绍分数维图形的一些基本性质,接着介绍几篇研究超声散射及超声在组织定征方面运用分数维概念的文献。

介绍一下医学超声领域中的一些研究。

一、前 言

大家知道,点是零维的,线是一维的,曲面是二维的,空间是三维的。在有些学科中还用到更高的维数,包括无穷维。但是这些维数都是整数,自 80 年代 B. B. Mandelbrot 的著作^[1]出版后,有关分数维(*Fractal*, 目前国内译法还不统一,常见的译名还有分维,分形等)的研究逐渐形成热潮,并已波及超声研究,本文先通过一个直观的例子介绍分数维概念,然后简单地

二、Koch 图 形

图 1 的 Koch 图形是分数维图形的一个简单例子^[2],它是如下迭代产生的,图 2a 是四条线段组成的图形,我们把 4 个这样的图形分别缩小到 $1/3$,旋转后拼成图 2b 的图形,再类似地把 4 个图 2b 缩小到 $1/3$,旋转拼成一个新的图形。不断重复,以至无穷,就产生了 Koch 图形。

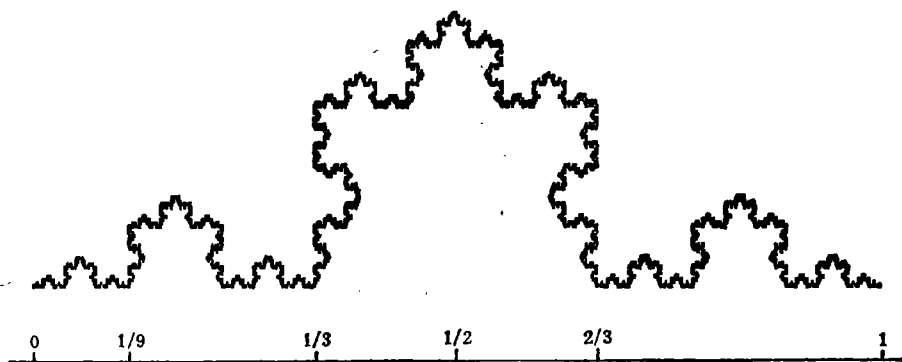


图 1 Koch 图形

Koch 图形有些奇妙的性质,最主要的是不同尺度的自相似性。如果把图 1 中 $[0, 1/3]$ 区间的图形放大 3 倍,就和原来的图形完全一样。如果把 $[1/3, 1/2]$ 、 $[1/2, 2/3]$ 或 $[2/3, 1]$ 区间的图形放大 3 倍,也会有同样的结果。如果把

$[0, 1/9]$ 区间的图形放大 9 倍,也可以得到原来的图形。这就是说, Koch 图形是没有特征长度的,这是分数维图形的基本特点。我们知道一维的直线段放大 2 倍变成 2 个原来的图形,二维的正方形放大 2 倍变成 4 个原来的图形,

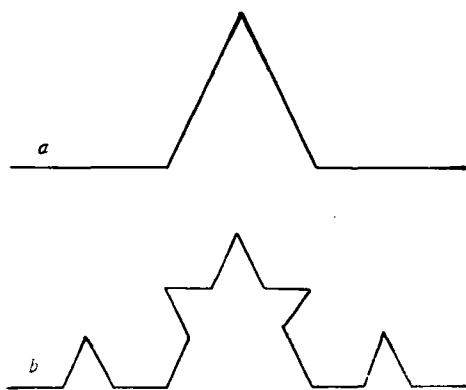


图2 Koch图形的产生

三维的立方体放大2倍变成8个原来的图形。从中可以得到一个规律,如果一个图形放大 a 倍得到的图形是 P 个原来的图形的组合,那么 $\log_a P$ 正是图形的维数。如果我们把这个规律用于Koch图形,发现把图1中 $[0,1/3]$ 段放大3倍后得到的图形包含4段 $[0,1/3]$ 段的图形,因此它的维数是 $\log_3 4 \approx 1.26$,得到了一个非整数的维数——分数维。目前已经发展了几种分数维的不同定义,上面的讨论是一个简单而直观的例子。不难证明,在有限区域内的Koch图形的长度是无穷大,面积是零。这是和它的不平滑性、不可微性相联系的。这似乎提示我们,Koch图形是介于-维和二维之间的一种图形。

从上面的例子看出,分数维图形具有自相似性、没有特征长度、不平滑等性质,因此能很好地描写许多自然物体,如海岸线、云彩、河系,生物体的血管、气管、肺膜等。有关的研究发展很快,虽然理论上的分数维图形的尺度可以向大、小两个方向无穷延伸,但是实际世界中的物体都只在一定尺度范围内表现出分数维特性,而且在不同尺度上不是完全相似,而是具有同样的复杂的形状,具有统计意义的相似,而且在不同尺度上的分数维数也可能不尽相同。因此实际的分数维图形具有一定的近似性。这些问题正在促使分数维的研究向新的方向发展。

三、分数维概念在医学超声研究中的运用

目前,分数维概念在医学超声的研究中还不多见。1989年C. Javanaud^[3]尝试用分数维研究生物软组织对超声波的散射,他采用软组织的分立散射模型,把软组织(如肝)看作一种均匀的声学介质,其中无规律地分布着许多散射物。根据有关中子散射的研究他指出,在弱散射条件下,如果这些散射物构成尺度比超声波长大的分数维结构,那么软组织对超声波散射的指向性是 $(\sin \theta/2)^{-d_f}$,其中 θ 是散射角, d_f 是散射物的分数维数,这个公式在 $\theta > 1/k\xi$ 时都适用,其中 k 是波数, ξ 是分数维结构的总尺度。总散射截面随频率的变化在 $1 \leq d_f < 2$ 时是 k^{-d_f} ,在 $2 \leq d_f < 3$ 时随频率的变化很小。C. Javanaud比较了实验结果,根据指向性推出肝内散射物构成2维分数维形状(不一定是光滑的面)。但是关于频率特性的比较却令人失望。作者认为这一方面是由于分数维模型的近似性,另一方面是由于实验误差,作者进而推测构成肝内散射物的是细胞间的胶原蛋白,并提出用分数维数作组织定征的可能性。

陆宣明等^[4]为了研究组织背散射系数对频率的依赖性,假定组织内散射物是大小不同的一些分立散射体,其尺度分布为 $1/a$, a 是尺度。虽然^[4]没有直接提到分数维,但是这种分布是不同尺度上的相似性的结果,是与分数维的一种定义相一致的^[2]。

T. Kikuchi等^[5]从另一个角度把分数维概念用于组织定征的研究,他们把组织的背散射信号取窗求谱,得到的谱是无规起伏的复杂曲线。作者把这个曲线当作分数维图形,用分数维分析方法得到它的分数维数,作为组织的定征参量。作者认为这个参量与组织内散射物的分布有关。根据这个思路,作者用海绵作样品,得到用分数维成的像,初步结果令人满意。

总的看来,分数维的研究热潮已经波及医

(下转第16页)

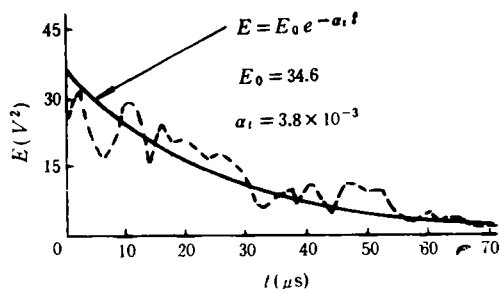


图4 主频率 1.25MHz, 浓度 10%, 粒径 0.05—0.06mm
背向散射讯号均方值 E (虚线) 的拟合 (实线)

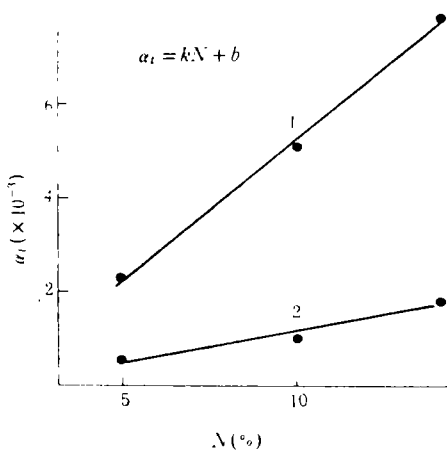


图5 散射衰减与浓度关系
(粒径 0.05~0.06mm)
回归线 I 主频 1MHz
 $K = 6.05(10)^{-4}$, $b = -8.46(10)^{-4}$
回归线 II 主频 0.7MHz
 $K = 1.32(10)^{-4}$, $b = -1.39(10)^{-4}$

高浓度的散射衰减与浓度有较好线性关系。在声程范围内高浓度的临界值 $N_G \approx 5\%$, 而高浓度的上限可达 30% (更大的浓度实验未作)。

散射衰减系数 $\alpha_t = \alpha_i / C$ (C 为声速), 图

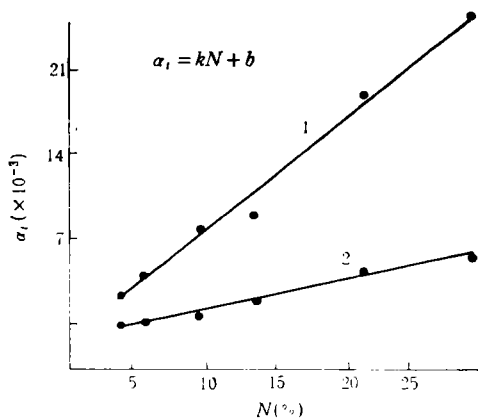


图6 散射衰减与浓度关系
(粒径 0.077—0.09mm)
回归线 I 主频 1MHz
 $K = 8.67(10)^{-4}$, $b = -1.28(10)^{-4}$
回归线 II 主频 0.7MHz
 $K = 2.26(10)^{-4}$, $b = -1.17(10)^{-4}$

5 中的 $\alpha_t = 0.116—4.5\text{dB/cm}$ 。

5. 以上讨论了低高浓度背向散射特性与浓度的关系, 得到两个浓度的临界值, 在中浓度范围内 (本实验的中浓度为 1%—5%), 如前所述散射声强或散射衰减均与浓度无大明显关系, 散射声强的不同却反映粒径、频率的变化。关于这一工作我们拟另文讨论。

附: 参加本实验的还有徐惠青、吴磊峰两位同学。

参 考 文 献

- [1] 大槻茂雄, 水中に懸濁した砂のターゲットストレングスの測定法 日本音響学会誌 31 卷 6 号 (1975), 390—396
- [2] 杜功煥等, 声学基础 (下) 上海科技出版社 (1981)

(上接第 44 页)

学超声的研究。但是这个概念能否在医学超声的研究中起作用, 还有待进一步的研究。

本文写作中得到陆宣明的帮助。

参 考 文 献

- [1] Mandelbrot B. B., The fractal geometry of na-

tule, Freeman, 1982.

- [2] 高安秀树, 分数维, 1988. (中译本, 地震出版社, 1989).
- [3] Javanaud C., J. Aconst. Soc. Am., 86 (1989), 493—496.
- [4] 陆宣明、应崇福、周静华, 声学学报, 14(1989), 346—355.
- [5] Kikuchi T., Kiryu S., Sato S., Miura H., Jap. J. Apl. Phys, 29 (1990), 243—245.