

阻性管道消声器消声量方程的一个新算法

居鸿宾

(上海交通大学动力与能源工程学院 上海 200030)

1997年7月21日收到

摘要 将阻性管道消声器消声量特征方程(组)转化为常微分方程(组),由此给出消声量计算的一个新方法。该方法毋需迭代因而不存在计算稳定性问题,计算量小,初值的选取也很简单,适合于扁矩形、任意矩形及圆形等各种截面管道消声器,尤其对多变量、考虑平均流影响的情形更为有效。

关键词 管道消声器,阻性消声器,特征方程,计算方法

New scheme for transmission loss estimation of mufflers

Ju Hongbin

(School of Power & Energy Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract A new scheme for estimation of transmission loss of mufflers is developed by equation transformation. The new scheme has no problem of stability which often happens in iterative methods and the selection of starting complex value is easier than iterative methods. It is more effective for mufflers with multiple solution variables considering mean flow. Some examples are used to validate the new scheme.

Key words Duct muffler, Dissipative silencer, Eigen equation, Numerical scheme

1 引言

阻性管道消声器的消声量特征方程是关于复变量的超越方程(组),求解此类方程(组)并没有原则上的困难,一般用迭代法。但笔者在实践中感到,由于方程变量是复数,迭代方程不易确定,变量增多时(如任意矩形截面管道消声器或考虑平均流影响后)更是如此;另外,复数变量的迭代初值也难以选取。这样,迭代法的稳定性就受到一定限制。本文从另外一个角度,将原超越方程(组)转化为常微分方程(组),通过数值积分得到结果,整个算法没有稳定性问题,计算量不大,初值的选取也很方便,对多变量问题尤其具有优越性。基于此

法编制了相应程序并进行了算例考核。

2 扁矩形截面消声器消声量计算

为了说明问题方便,先讨论扁矩形截面管道消声器这种最简单的情形。

(1) 二维理论基本关系式^[1]

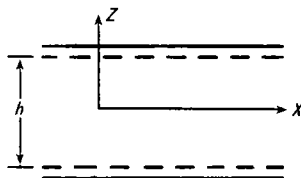


图1 扁矩形截面消声通道(纵截面)

图1是片式消声器纵截面示意图。 x 轴

沿声传播方向, z 轴与声传播方向及吸声壁面(图 1 中虚线所示)垂直, 通道宽度为 h . 在二维理论中认为通道截面的宽度与深度(图 1 中垂直于纸面方向)相比一般很小, 只考虑声波沿宽度(z)方向的变化. 对圆频率为 $\omega=2\pi f$ (f 为频率)的声波, 其声压幅值 p 满足方程:

$$(1-M^2)\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2jk_0M\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 p = 0$$

式中 $k_0(=\omega/c_0)$ 、 M 、 j 分别是空气中的波数、平均流动 Mach 数和虚数单位. 对于沿 x 正向传播的声波, 假设有对称解:

$$p = p_0 \cos(2\pi\chi z/h) \exp(-jk_0gx)$$

其中 χ 和 g 分别为声压沿 z 方向的分布参数和沿 x 方向的传播参数. 根据上述方程和吸声壁面声学条件, 得到关于 χ 、 g 的联立方程组:

$$\begin{cases} \chi \operatorname{tg}(\pi\chi) = j(1-Mg)^2\eta/\xi \\ \frac{\chi^2}{\eta^2} = (1-Mg)^2 - g^2 \end{cases} \quad (1)$$

$\eta = hf/c_0$ 反映声波频率对传播特性的影响, 称为频率参数; ξ 是吸声材料的相对声阻抗率(法向声阻抗率与空气特性阻抗 $\rho_0 c_0$ 的比值); 上式中第一个方程即特征方程, 第二个方程为协调方程, 由于考虑了平均流动所以未知量 χ 和 g 是联立的.

由方程组 (1) 可以解出传播参数 g :

$$g = \tau - j\sigma$$

声波沿 x 方向传播 l 距离后的声压衰减量 (单位: dB) 则为

$$D = A \frac{2l}{h}$$

其中消声系数 A :

$$A = 8.68\pi\eta\sigma$$

由于三角函数是多值函数, 对于给定的 η/ξ 可以得到无穷多个 χ , 对应于声波的各种不同的简正方式, 其中最小 $|\chi|$ 对应的声波最接近于平面波, 它比高次波衰减慢, 所以得到 $|\chi|$ 最小的解对消声计算最有意义.

(2) 方程组 (1) 计算方法

分两个步骤处理:

$$M = 0$$

先不考虑平均流动的影响, 这一方面是为了更清楚地说明计算方法, 另一方面此时的解也将作为 $M \neq 0$ 时方程的初值. 这时原方程组解耦, 所以只需先解方程:

$$\chi \operatorname{tg}(\pi\chi) = j\eta/\xi$$

得到 χ 然后再由协调方程得到 g .

视 χ 为 η 的函数并将上式两端对 η 求导得到常微分方程:

$$\frac{d\chi}{d\eta} = j \frac{\cos^2(\pi\chi)}{\pi\chi + \sin(2\pi\chi)/2}$$

用通常的数值积分方法积分上述方程至所求的频率参数 η 就可以得到相应的 χ 和 g . 它的初值不能简单地选 $\eta_0=0, \chi_0=\chi(\eta_0)=0$, 因为这样上式右端将被 0 除. 可以选取一个不等于 0 的极小的 η_0 , 根据低频近似有:

$$\chi_0^2 = \frac{j\eta_0}{\pi\xi + j\pi\eta_0^2/3}$$

这样得到的 χ 一般是 $|\chi|$ 最小的解.

$$M \neq 0$$

按上面同样的思路, 为了求得某 M 下的消声量, 将 χ 和 g 视为 M 的函数, 对 (1) 每个方程两端分别对 M 求导并加以整理, 得到常微分方程组:

$$P \frac{dX}{dM} = Q \quad (2)$$

其中,

$$X = \begin{bmatrix} \chi \\ g \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \frac{-2j\eta(1-Mg)g}{\xi} \\ -(1-Mg)g \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} \operatorname{tg}(\pi\chi) + \frac{\pi\chi}{\cos^2(\pi\chi)} & \frac{2j\eta(1-Mg)M}{\xi} \\ \frac{\chi}{\eta^2} & (1-Mg)M + g \end{bmatrix}$$

求逆得到:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dM} &= P^{-1}Q = [q_1/e, q_2/e]^T \\ e &= [(1-Mg)M + g][\operatorname{tg}(\pi\chi) \\ &\quad + \frac{\pi\chi}{\cos^2(\pi\chi)}] - \frac{2j(1-Mg)M\chi}{\eta\xi} \\ q_1 &= -\frac{2j\eta}{\xi}(1-Mg)g[(1-Mg)M \\ &\quad + g] + \frac{2j\eta(1-Mg)^2Mg}{\xi} \\ q_2 &= -g(1-Mg)[\operatorname{tg}(\pi\chi) \\ &\quad + \frac{\pi\chi}{\cos^2(\pi\chi)}] + \frac{2j(1-Mg)g\chi}{\eta\xi}\end{aligned}$$

上述方程组用数值积分求解, 初值取上述 $M_0=0$ 的解。

3 任意矩形截面消声器消声量计算

参数定义及坐标系见图 2[声传播方向 (x 方向) 与纸面垂直], 假设有对称解:

$$p = p_0 \cos(2\pi\chi_1 y/h_1) \cos(2\pi\chi_2 z/h_2) \cdot \exp(-jk_0 g x)$$

特征方程和协调方程组成的方程组为^[1]:

$$\begin{cases} \chi_1 \operatorname{tg}(\pi\chi_1) = j(1-Mg)^2\eta_1/\xi_1 \\ \chi_2 \operatorname{tg}(\pi\chi_2) = j(1-Mg)^2\eta_2/\xi_2 \\ \frac{\chi_1^2}{\eta_1^2} + \frac{\chi_2^2}{\eta_2^2} = (1-Mg)^2 - g^2 \end{cases}$$

频率参数 $\eta_1 = h_1 f/c_0$, $\eta_2 = h_2 f/c_0$; ξ_1 、 ξ_2 分别是吸声材料两条边的相对声阻抗率。 $M=0$ 时上面关于 χ_1 和 χ_2 的方程是独立的, 处理方法与第 2 节相同。 $M \neq 0$ 时, 将上述方程组对 M 求导得到形如 (2) 的常微分方程组, 此时:

$$X = \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ g \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} -\frac{2j\eta_1(1-Mg)g}{\xi_1} \\ -\frac{2j\eta_2(1-Mg)g}{\xi_2} \\ -(1-Mg)g \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} \operatorname{tg}(\pi\chi_1) + \frac{\pi\chi_1}{\cos^2(\pi\chi_1)} & 0 & \frac{2j\eta_1(1-Mg)M}{\xi_1} \\ 0 & \operatorname{tg}(\pi\chi_2) + \frac{\pi\chi_2}{\cos^2(\pi\chi_2)} & \frac{2j\eta_2(1-Mg)M}{\xi_2} \\ \frac{\chi_1}{\eta_1} & \frac{\chi_2}{\eta_2} & (1-Mg)M + g \end{bmatrix}$$

4 圆形截面消声器消声量计算

对圆形截面管道 (图 3), 假设有形式解:

$$p = p_0 J_0\left(\frac{\pi\chi r}{a}\right) \exp(-jk_0 g x)$$

特征方程和协调方程组成的方程组为^[1]:

$$\begin{cases} \frac{\chi J_1(\chi\pi)}{J_0(\chi\pi)} = j(1-Mg)^2\eta/\xi \\ \frac{\chi^2}{\eta^2} = (1-Mg)^2 - g^2 \end{cases}$$

其中频率参数 $\eta = 2af/c_0$ 。

$M=0$ 时特征方程为

$$\frac{\chi J_1(\pi\chi)}{J_0(\pi\chi)} = \frac{j\eta}{\xi}$$

相应的常微分方程为

应用声学

$$\frac{d\chi}{d\eta} = \frac{j}{\xi} \frac{J_0^2(\pi\chi)}{\pi\chi[J_0^2(\pi\chi) + J_1^2(\pi\chi)]}$$

积分初值取为:

$$\chi_0^2 = \frac{j\eta_0}{\xi\pi/2 + j\eta_0\pi^2/8}$$

$M \neq 0$ 时得到形如 (2) 的常微分方程组, 其中:

$$X = \begin{bmatrix} \chi \\ g \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} -\frac{2j\eta(1-Mg)g}{\xi} \\ -(1-Mg)g \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\pi\chi[J_0^2(\pi\chi) + J_1^2(\pi\chi)]}{J_0^2(\pi\chi)} & \frac{2j\eta(1-Mg)M}{\xi} \\ \frac{\chi}{\eta^2} & (1-Mg)M + g \end{bmatrix}$$

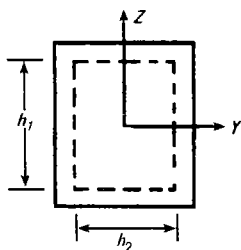


图2 矩形截面管道

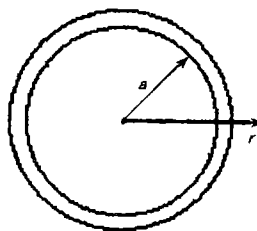


图3 圆形截面管道

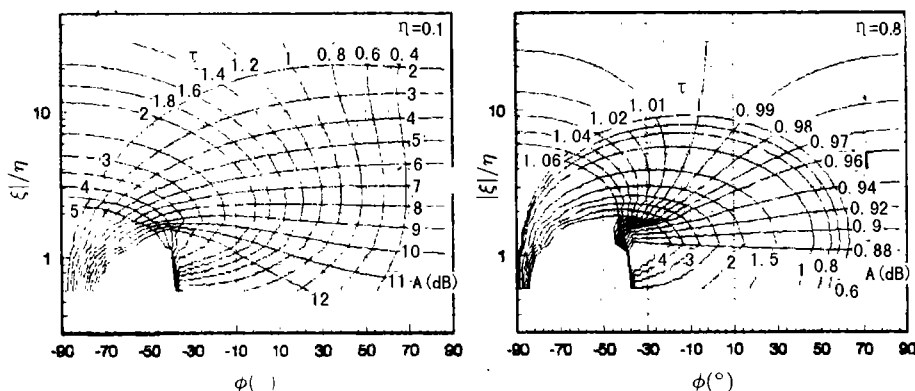


图4 等A线和等 τ 线(算例1)

5 算例

算例1

首先算出无平均流时扁平管道中, 吸声系数 A 和传播参数实部 τ 随相对声阻抗率的变化, 图4是 $\eta = 0.1$ 和 $\eta = 0.8$ 的等值线图, 结果可与 [1] 相应的计算结果 ([1]pp12-14, 图3-1-4, 图3-1-5) 进行比较。

算例2

考虑有流动影响的扁平管道, 取 $h=10\text{cm}$, 声学特性同 [1](p23, 表3-1-8), 计算结果与 [1] 结果比较于图5。

算例3

对圆形截面消声器, 取 $a=0.2\sqrt{2}\text{m}$, 用本方法计算的结果与将之等价于扁平管道消声器用迭代法计算得到的结果 ([1]p32 及 p23 表3-1-8) 比较于图6。

算例4

将本文算法用于计算某实际燃气机组进气消声器的 A 计权消声量。此消声器共有9片消声片, 每个消声片高度和长度分别为 2.528m

和 2.515m , 消声片厚度为 0.159m , 通道宽度为 0.175m ; 吸声材料为硅酸铝; 声阻抗率 ξ 由理论估算获得 (见 [1] 上册 pp161-168)。按倍频程计算, 中心频率依次是 (Hz): 31.5, 63, 125, 250, 500, 1k, 2k, 4k, 8k, 计算得到的 A 计权消声量为 17.31dB , 而相应的实验结果为 18.9dB (详细的测量方法和结果将另文阐述)。理论计算结果偏小, 这与声阻抗率 ξ 的处理有关, 完全用理论方法估计 ξ 会带来误差, 另外还与气流再生噪声的处理有关, 改进此二者, 则计算结果的误差有望降至 1dB 以内。

6 结论

阻性消声器消声特性的理论和数值方法中常常要涉及到特征方程的计算, 用迭代法求解时普遍的问题是算法的稳定性和初值的选取 [2]。实践表明, 用等价的常微分方程 (组) 求解关于复变量的特征方程是可行的, 由此得到的算法稳定性好, 初值的选取更加容易, 对其它类似的问题也同样适用。方程变换后出现了分母, 在某些情形下分母值很小从而可能导致

较大误差，但此时往往声阻抗率极低，二维理论已不再适用，所以不影响本算法在理论模型范围内的准确性。本方法与迭代法结果基本一致，有时存在一定偏差，其原因尚待进一步研究。

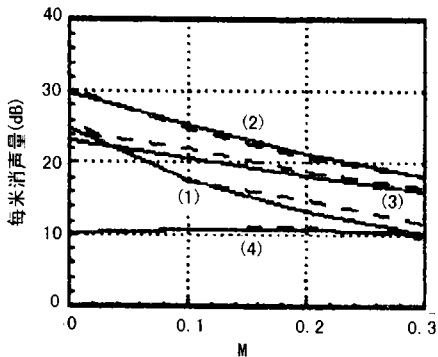


图 5 每米消声量计算结果比较 (算例 2)
— 本方法 --- 迭代法 [1]
(1) $\eta = 0.188, \xi = 1.1e^{-42^\circ}$
(2) $\eta = 0.376, \xi = 1.42$
(3) $\eta = 0.747, \xi = 1.57e^{-2^\circ}$
(4) $\eta = 1.495, \xi = 1.56e^{12^\circ}$

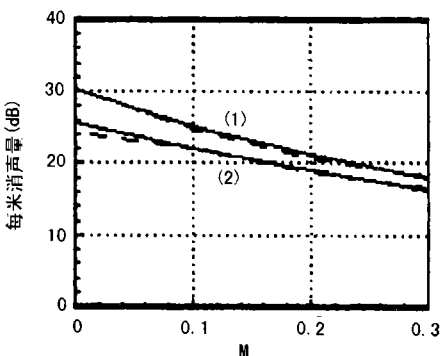


图 6 每米消声量计算结果比较 (算例 3)
— 本方法 --- 迭代法 [1]
(1) $\eta = 0.376, \xi = 2.0082$
(2) $\eta = 0.747, \xi = 2.22e^{-2^\circ}$

参 考 文 献

1 赵松龄. 噪声的降低与隔离, 下册. 上海: 同济大学出版社, 1989.
2 Cummings A. Prediction Methods for Performance of Flow Duct Silencers. Inter-Noise'90: 17-38.

浙江省第二届噪声与振动控制技术交流会在湖州市召开

由浙江省声学学会、省环保产业协会噪声与振动控制专业委员会、省物理学会环境物理专业委员会、省环境学会噪声与振动专业委员会等 4 个学会联合举办的浙江省第二届噪声与振动控制技术交流会，于 1998 年 5 月 27-28 日在湖州市召开，参加会议的共 50 个单位 76 名代表，交流论文 25 篇。

会议围绕省内外噪声与振动控制新技术、新材料、新工艺、新设备、新仪器以及发展动向展开研讨，同时邀请了北京上海等同行作专题报告。其中华东建筑设计研究院章奎生教授作的“上海大剧院声学设计”、杭

州大学潘仲麟教授作的“声环境与噪声控制”、上海第九设计院吕玉恒高级工程师作的“热泵机组噪声治理实践”、北京劳保所战嘉恺高级工程师作的“我国大型设备隔振技术现状与发展趋势”等报告引起与会者极大兴趣。

会议开得紧凑热烈，内容丰富，学术气氛浓。省内主要大专院校、科研设计单位、噪声振动控制设备厂均派代表参加了会议，出席会议的年轻工程技术人员占 2/3 以上。

(中船总第九设计研究院 吕玉恒)