# 有限入射声束在液固界面声反射的数值研究

邓明晰

(后勤工程学院物理教研室　重庆　400042)

1997 年 3 月 25 日收到

**摘要**　采用将有限声束分解为一系列平面波的方法，对液固界面声束的声反射问题进行了数值研究．结果表明，当声束入射角为瑞利波激发角时，反射声束有明显位移；当声束在液固界面“掠入射”时，反射声束显著变宽．文中还讨论了束宽对反射声束横截面上声场分布的影响．

**关键词**　有限声束，液固界面，反射声场分布

# Numerical study of the reflection of a bounded acoustic beam at the interface between liquid and solid

Deng Mingxi

*(Logistical Engineering University,　Chongqing 400042)*

**Abstract**　Numerical analyses have been performed for the reflection of a bounded acoustic beam at the interface between a liquid and a solid,by decomposing the acoustic beam into a series of plane waves.The results show that the reflected beam will displace along the interface whenever the incident angle of the incoming acoustic beam equals the angle of excitation of a Rayleigh wave, and that the reflected beam will expand at the glancing incidence. The effect of the incident beam width on the acoustic field at the reflected beam cross section is also discussed.

**Key words**　Bounded acoustic beam, Liquid-solid interface, Reflection field distribution

## 1　引言

宽度有限的入射声束在液固界面的声反射具有重要的实际意义，已有许多文献对这一问题进行过探讨，特别是反射声束的位移现象，曾引起人们的极大兴趣和关注。文献 [1,2] 在一定近似下对液固界面的反射声束进行了研究，得到了反射声束声场的解析表达式，并讨论了反射声束的能量分布。对于这个问题，尽管已有反射声场的解析解，但仅从解析解还不能直观地了解反射声束的有关性质，进行数值研究还是很有必要的。此外，在实际应用中仍需定量了解下列几个问题：(1) 反射声束横截面上的声场分布；(2) 不同入射角对反射声束横截面上声场分布的影响；(3) 入射声束宽度对反射声束横截面上声场分布的影响。有限声束在液固界面反射时的上述三个特性，是本文进行数值研究的内容。

实际应用中，入射声束在空间、时间上都



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

是有限的[3]，为使研究的问题简便起见，本文只考虑入射波的空间有限性。

## 2 理论分析[2]

空间有限声束可视为平面波穿过图 1 所示障板上狭缝 $A_1A_2$ 所引起，声束几何边界用实线表示。为简便起见，设所研究对象是一个二维问题，即障板上狭缝无限长，其他有关尺寸见图 1[2]。当缝宽尺寸 $2a$ 远大于声波波长 $\lambda$ 时，可假设：(1) 在障板背面的声场等于零；(2) 在狭缝平面上声场就象障板不存在一样。经障板时声束的位移振幅分布函数为：

$$\left.\begin{aligned} u(x)&=1, \quad -a\le x\le a, z=0\\ u(x)&=0, \quad |x|>a \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

可将有限声束分解为一系列波矢连续变化的平面波。沿 OX 轴波矢分量为 $\xi$ 的平面波（简称为 $\xi$ 分量平面波），其幅度为

$$U(\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}u(x)exp(-j\xi x)dx \tag{2}$$

由式 (1) 和 (2)，得

$$U(\xi)=\frac{\sin(\xi\cdot a)}{\pi\xi} \tag{3}$$

当液固界面不存在时，有限声束在 $z>0$ 区域的声场为

$$u(x,z)=\int_{-\infty}^{\infty}U(\xi)exp[j(\xi x+\sqrt{K^2-\xi^2}z)]d\xi \tag{4}$$

式 (4) 中 $K$ 为声波在液体介质中的波数（其值为 $2\pi/\lambda$）。当 $|\xi|>K$ 时，振幅为 $U(\xi)$ 的 $\xi$ 分量平面波具有衰减性质，在传播一定距离之后，这一部分衰减波可以不予考虑，因此式 (4) 变为：

$$u(x,z)=\int_{-K}^{+K}U(\xi)exp[j(\xi x+\sqrt{K^2-\xi^2}z)]d\xi \tag{5}$$

式 (5) 表明通过障板后平面声束之波阵面变为不均匀。

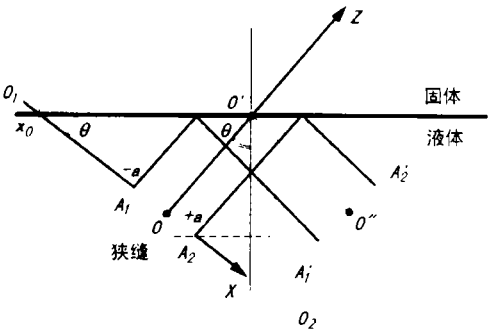



图 1 计算有限声束在液固界面反射的坐标系

图 1 中的 $\theta$ 为有限声束之入射角，$OZ$ 坐标轴位于入射声束的中央。在图 2 中，波矢为有向线段 $OM$ 的平面波的入射角为 $\alpha$，此波矢沿 $OX$ 坐标轴的分量为 $\xi$。$\xi$、$K$、$\alpha$ 和 $\theta$ 之间存在关系：

$$\xi=K\sin(\alpha-\theta) \tag{6}$$

以 $R(\alpha)$ 表示相应的反射系数，经液固界面反射后 $\xi$ 分量平面波的声场为（计算时认为 $\xi$ 分量平面波仍沿原来的传播方向传播，然后以液固界面作镜面反演即得 $\xi$ 分量平面波的反射声场）：

$$U(\xi)R(\alpha)exp[j(\xi x+\sqrt{K^2-\xi^2}z)] \tag{7}$$

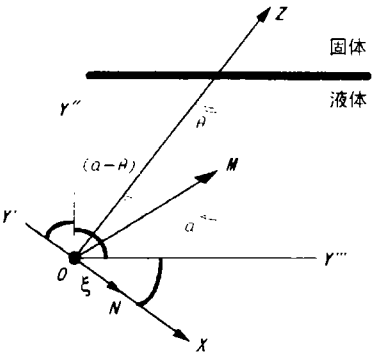



图 2 $\xi$ 分量平面波的入射及划分的三个入射区域

从图 2 可以看出，将组成有限声束的所有平面波在液固界面的入射划分为三个区域，液固界面对区域 1($oy'$ 至 $oy''$ 间范围) 和区




?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

域 2($oy''$ 至 $oy'''$ 间范围) 的平面波有反射作用，但对区域 3($oy'''$ 至 $OX$ 间范围) 的平面波没有反射作用。区域 1 对应的入射角范围：$-(\pi/2-\theta) \le \alpha \le 0$，区域 2：$0 < \alpha \le \pi/2$，区域 3：$\pi/2 < \alpha \le \theta+\pi/2$。因此在区域 3，式 (7) 中的 $R(\alpha)=1$。经过液固界面反射后反射声束的声场为

$$u(x,z)=\int_{-K}^{+K} U(\xi)R(\alpha)exp[j(\xi x + \sqrt{K^2-\xi^2}z]d\xi \qquad (8)$$

将式 (3)(6) 代入 (8) 中，对三个入射区域分别进行积分计算，然后相加得到点 $(x,y)$ 处 [其中 $z > \tan\theta(x-x_0)$] 的声场：

$$\begin{aligned} u(x,z)=&\int_{-(\pi/2-\theta)}^{0} R(\alpha)F(\alpha,\theta,a,x,z)d\alpha \\ &+\int_{0}^{\pi/2} R(\alpha)F(\alpha,\theta,a,x,z)d\alpha \\ &+\int_{\pi/2}^{\theta+\pi/2} F(\alpha,\theta,a,x,z)d\alpha \end{aligned} \qquad (9)$$

其中，

$$\begin{aligned} F(\alpha,\theta,&a,x,z)= \\ &\frac{\sin[2\pi\sin(\alpha-\theta)a/\lambda]}{\pi\sin(\alpha-\theta)}\cos(\alpha-\theta) \\ &\times \exp j[2\pi\sin(\alpha-\theta)x/\lambda \\ &+2\pi\cos(\alpha-\theta)z/\lambda] \end{aligned} \qquad (10)$$

对式 (9) 计算所得结果以液固界面作镜面反演 (反演面方程：$z=\tan\theta(x-x_0)$)，得到反射声束的声场。至此，有限入射声束经液固界面反射后的声场在形式上就被完全确定。

## 3 数值计算与讨论

对前面所得的反射声场公式进行数值计算，由计算结果来说明反射声束的有关性质。$\xi$ 分量平面波在液固界面的入射反射及透射声场见图 3，其中 [4]

$$\begin{aligned} &\text{入射纵波：} && u_i exp[j(K\sin\alpha\cdot x' \\ &&& -K\cos\alpha\cdot z')]; \\ &\text{反射纵波：} && u_r exp[j(K\sin\alpha\cdot x' \\ &&& +K\cos\alpha\cdot z')]; \\ &\text{透射纵波：} && u_l exp[j(K_l\sin\alpha_l\cdot x' \\ &&& -K_l\cos\alpha_l\cdot z')]; \\ &\text{透射横波：} && u_t exp[j(K_t\sin\alpha_t\cdot x' \\ &&& -K_t\cos\alpha_t\cdot z')]. \end{aligned}$$

在上述各式中，$K$ 为液体中的纵波波数；$K_l$ 和 $K_t$ 为固体中的纵波和横波波数，$\alpha_l$ 和 $\alpha_t$ 是固体中的纵波和横波透射角，且有

$$K\sin\alpha = K_l\sin\alpha_l = K_t\sin\alpha_t \qquad (11)$$

据液固界面的边界条件 (在界面处，法向位移和法向应力连续，切向应力为零)，可得到下列方程组：

$$\left.\begin{aligned} u_i\cos\alpha &= u_r\cos\alpha + u_l\cos\alpha_l - u_t\sin\alpha_t \\ 0 &= u_l 2\cos\alpha_l + u_t\cos 2\alpha_t/\sin\alpha_t \\ -u_i\rho V^2\cos^2\alpha/\sin\alpha &= u_t 2\rho_s\cos\alpha_t V_t^2 + u_r\rho V^2\cos^2\alpha/\sin\alpha \\ &\quad -u_l\rho_s[V_l^2\cos^2\alpha_l/\sin\alpha_l + (V_l^2-2V_t^2)\sin\alpha_l] \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

其中，$\rho, \rho_s$ 分别是液体、固体的密度，$V$ 为液体的纵波声速，$V_t$、$V_l$ 分别为固体的横波、纵波声速。式 (12) 有 3 个方程 4 个未知数，可完全确定反射系数：

$$R(\alpha) = u_r/u_i \qquad (13)$$

具体计算时，液体和固体分别取为水和玻璃，水的参数：密度 $\rho$ 是 $1\text{g/cm}^3$，声速为 1480m/s；玻璃参数：密度 $\rho_s$ 是 $3.5\text{g/cm}^3$，纵波声速 $V_l$ 为 4700m/s，横波声速 $V_t$ 为 2700m/s。反射系数 $R(\alpha)$ 的幅值 (虚线) 和相位 (实线) 如图 4 所示。

前人的文献对入射声束在固体表面激发瑞利波的情形进行了较多的研究 [5,6]，此时声束入射角 $\theta=\theta_r=\sin^{-1}(V/V_r)$，$V_r$ 为固体介质瑞利波声速。此时反射声束存在明显的位移



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

现象。该现象的物理实质是：入射声束的能量有相当部分转化为固体表面的瑞利波模式，而固体与液体相互接触，瑞利波沿液固界面的传播将导致声能量向液体介质中辐射，这样在反射声束中就存在瑞利波辐射的能量部分，表现为反射声束沿液固界面的位移[5,6]。

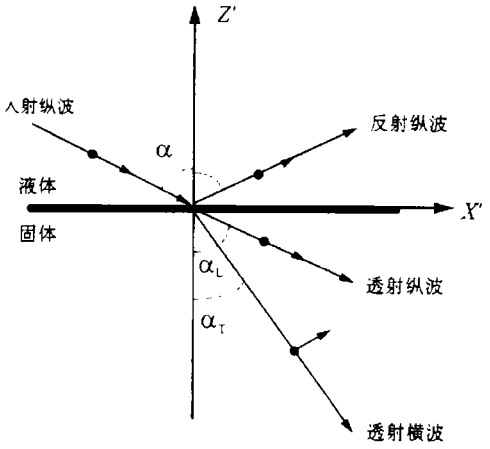



图 3　ξ 分量平面波在液固界面的入射，反射和透射声场

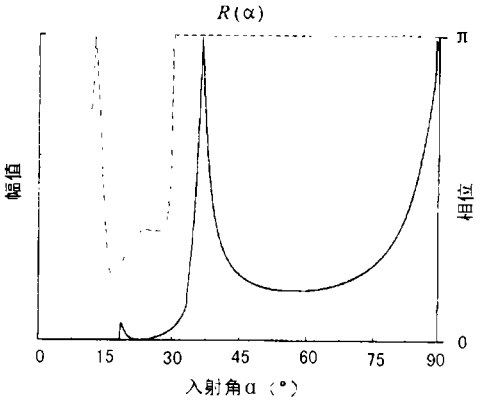



图 4　液固界面的声反射系数；
虚线 — 幅值，实线 — 相位

具体计算时取 $a = 5\lambda$，有限声束的入射角 $\theta$ 分别为 $\theta_r$、$\theta_t$ 和 $\theta_l$，其中 $\theta_t = \sin^{-1}(V/V_t)$，$\theta_l = \sin^{-1}(V/V_l)$。采用前面给出的介质参数，计算得到 $V_r$= 2486m/s[4]，$\theta_r = 36.5°$，$\theta_t = 33.2°$，$\theta_l = 18.4°$。有限声束入射角取不同值时，根据计算出的 $R(\alpha)$ 和式 (9)，可对入射和反射声束的声场进行计算。对计算

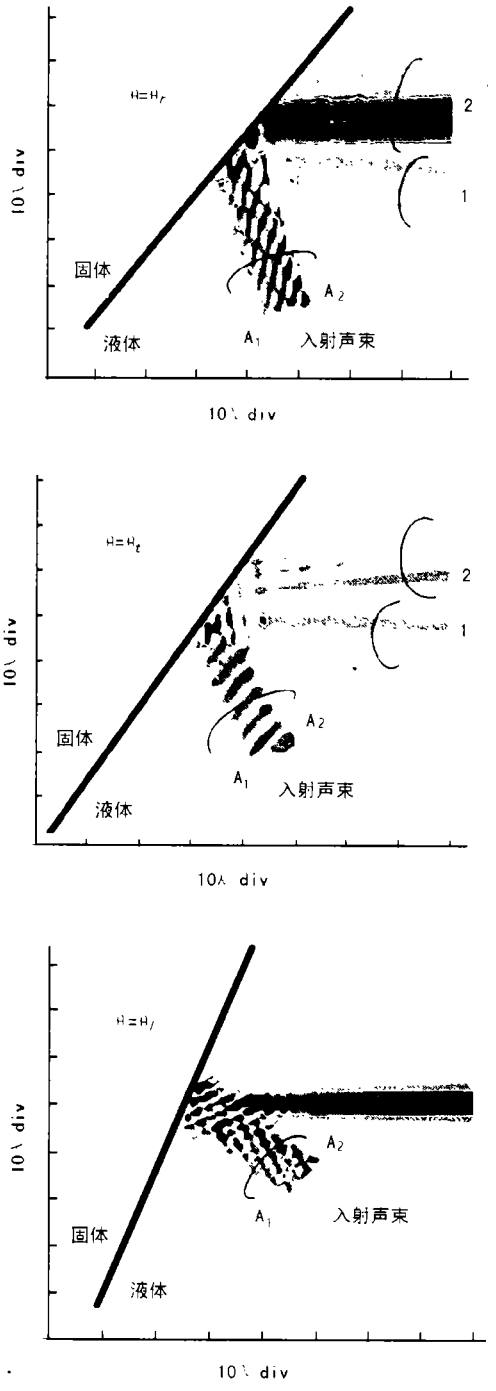



图 5　θ 取 $\theta_r, \theta_t, \theta_l$ 值时在液固界面的入射和反射声场

出的声场幅度进行归一化处理，将 [0, 1] 区间线性量化为 8 个灰阶 (0 对应白色，1 对应黑色)，得到入射反射声束的声场灰阶图，如图



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

5 所示。在图 5 中，空间尺度基本单位是水中的声波长 $\lambda$(在采用 $\lambda$ 后，不必再引入频率)，横、纵轴的范围都是 $80\lambda$，图中入射声束的位置由 $A_1, A_2$ 标出 (见图 1)。

接下来对反射声束横截面 (图 1 中 $A_1'O''A_2'$) 上的声场分布与入射角 $\theta$ 之间的关系进行数值分析，$a$ 仍取为 $5\lambda$，障板距反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 的距离 (等于 $OO'+O'O''$，见图 1) 是 $50\lambda$，图 6 给出了反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上的声场分布与入射角 $\theta$ 之间的关系曲线。

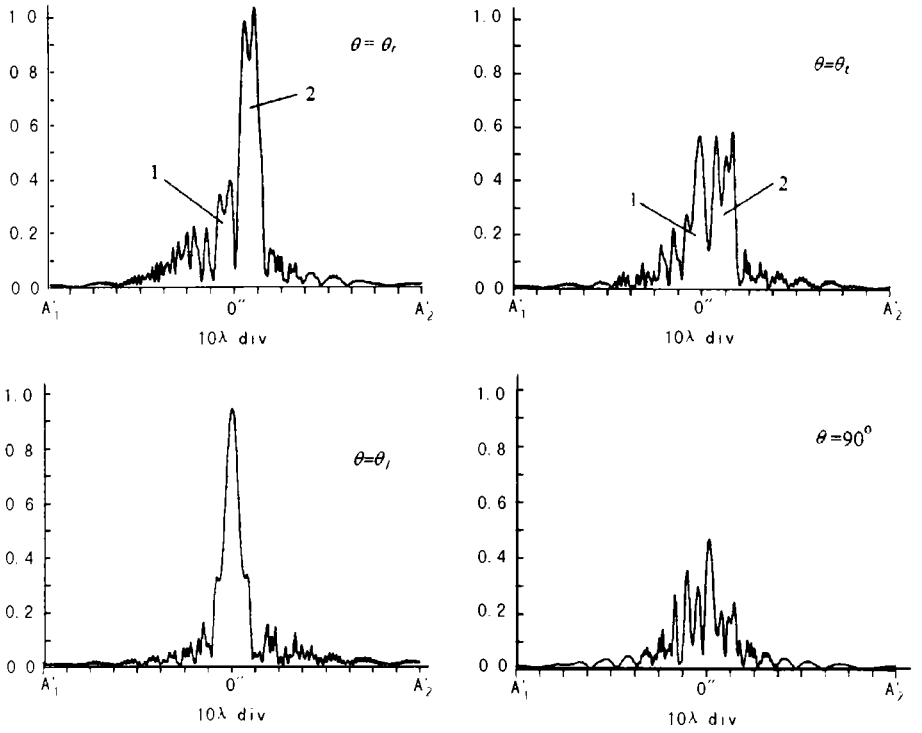



图 6　反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上的声场分布与入射角间的关系曲线

有关实验 [5,6] 和图 5 表明，声束入射角为 $\theta_r$ 时反射声束有明显的位移现象。为此我们计算了这时入射声束宽度 $2a$ 对反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$(见图 1) 上声场分布的影响，$OO' + O'O''$ 仍取为 $50\lambda$。反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上归一化后声场分布与入射声束宽度的关系如图 7 所示。

现在对上述数值结果作如下讨论。液固界面平面波反射系数的相位在入射角取 $\theta_r$ 时，有剧烈的改变 (图 4)，显示出强烈的模式转换效应。图 5 直观地给出了入射和反射声束的声场，声束入射角等于 $\theta_r$ 时，反射声束的平移现象极为明显。实际上，此时经液固界面反射的声束基本上能够被区分开为两个部分 (区域 1 和 2，见图 5)。文献 [5] 对这一现象进行了实验研究，也得出这一结论，对其解释是，反射声束的区域 1 是入射声束作镜面反射的结果，反射声束的区域 2 则起源于瑞利波向液体中的声能量辐射 [5](见图 8)。从图 5 还可看出，能量主要集中在区域 2，也就是说，声束以 $\theta_r$ 入射时，转化为瑞利波模式的效应非常强烈 (在声无损检测中，声波从固体中以 $\theta_r$ 向另一固体表面入射，是在后一固体表面产生瑞利波的一种有效方法)，瑞利波沿固体表面传播时向


?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

液体中辐射的声能量，在反射声束中占主导地位。

在入射角为 $\theta_t$ 时，也有较明显的反射声束平移现象出现，其原因在于 $\theta_t$ 和 $\theta_r$ 接近（因为 $V_t$ 和 $V_r$ 接近），在声束以 $\theta_t$ 入射时，也有较强烈的瑞利波模式转换，瑞利波向液体内辐射的声能量在反射声束总能量中仍占较大比例。由图 5 对应的灰阶图可见，反射声束也分为了两部分，与声束以 $\theta_r$ 入射的情形相比，不同的是区域 1 、 2 之间的能量分配相差不大。这里应作说明的是，区域 1 是入射声束作镜面反射的结果，区域 2 起源于瑞利波向液体中的声辐射 [5] ，区域 2 实际上与入射声束之间不满足入射角等于反射角的关系，只是 $\theta_t$ 与 $\theta_r$ 相差不大，区域 1 、 2 之间的角度偏离就不明显了（见图 8）。

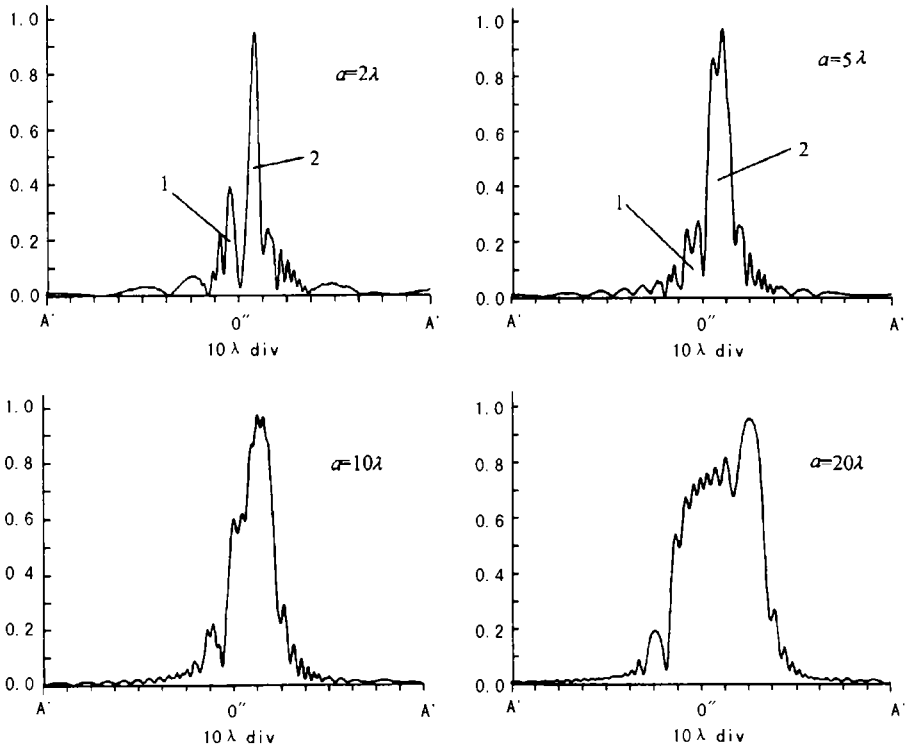



图 7　入射角为 $\theta_r$ 时入射声束宽度对反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上声场分布的影响

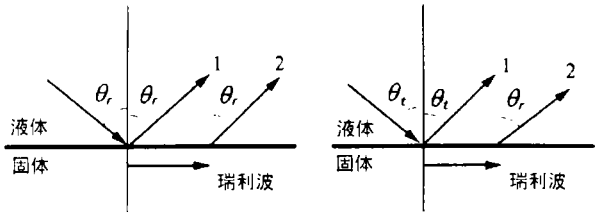



图 8　以 $\theta_t$ 和 $\theta_r$ 入射时反射声束的比较

在入射角为 $\theta_l$ 时，因 $\theta_l$ 和 $\theta_r$ 相差较大（$V_l$ 与 $V_r$ 相差较大），入射声束在液固界面没有强烈的瑞利波模式转换，因此，由瑞利波向液体中的声辐射引起的反射声束平移现象就不明显



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

了（见图 5）。

图 6 给出了入射声束宽度一定（束宽 $2a = 10\lambda$），声束入射角取不同值时，反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$（见图 1）上的声场振幅分布。在 $\theta = \theta_r$、$\theta_t$ 时，$A_1'O''A_2'$ 截面上的声场分成了两部分。当入射声束在液固界面“掠入射”时，反射声束显著展宽，这是由于“掠入射”情形对应反射系数的相位为 $\pi$ 的缘故（见图 4）。实际上，当声束入射角 $\theta$ 趋于 $\pi/2$ 时，液固界面仅对入射声束平面波的一半有反射作用（在式 (9) 右端，第一、二项的积分限为 $[0,\pi/2]$），液固界面对入射声束的另一半平面波没有反射作用。

由图 7 看出，当声束以 $\theta_r$ 向液固界面入射时，入射声束宽度 $2a$ 对反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上的声场分布有较大影响。当束宽较小时，反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上的声场为明显分开的两部分（图中用 1、2 标出，对应于图 5 中的区域 1、2），而当束宽增大，反射声束横截面 $A_1'O''A_2'$ 上分开的两部分声场重叠在一起，这是因为入射声束宽度增大时，反射声束中的区域 1 和区域 2 的宽度也随之增大（见图 5、8），这样就必然导致区域 1、2 两部分声场的重叠。

在实际应用中，可以选择恰当的入射声束宽度，使得声束在以 $\theta_r$ 入射时，反射声束中的区域 1、2 之间能明显地分开，这对准确测出瑞利波的激发角度很有帮助，从而准确测得固体介质的瑞利波速度 [2]。

## 4 结束语

借助计算机可很方便地对有限声束在液固界面的声反射问题进行计算。数值结果清析地显示了有限声束的入射及反射声场。计算结果表明，有限声束以瑞利波激发角入射时，反射声束有显著的位移现象，同时定量显示出反射声束的声场包括两部分，一部分是液固界面镜面反射的结果，另一部分起源于瑞利波向液体中的声辐射。当有限声束“掠入射”时，反射声束将显著展宽。此外，入射声束的束宽对反射声束横截面上的声场分布也有较大的影响。综上所述，由本文给出的有关计算结果，能更为全面地了解有限声束在液固界面的声反射性质。

## 参 考 文 献


1 Schoch A.*Ergeb. Exakten Naturwiss.* 1950, 23:127–134.

2 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波. 科学出版社, 1985. 63–70.

3 傅德永. 中国声学学会 1995 年青年学术会议论文集. 西北工业大学出版社, 1995. 344-348.

4 Auld B A. Acoustic Fields and Waves in Solids. New York: Wiley, 1973. Vol 2. 1–61.

5 Neubauer W G. *J. Appl. Phys.*, 1973, 44: 48–55.

6 Neubauer W G, Dragonette L R. *J. Appl. Phys.*, 1974, 45: 618–622.


(上接第 48 页)

常规镀层薄，但我们可以通过延长反应时间来增加镀层的厚度。

我们将做进一步的实验找出对于某一种镀液的声活化的最佳功率、最佳频率及最佳时间等等。

## 参 考 文 献


1 冯若，李化茂. 声化学及其应用，合肥：安微科学技术出版社，1992, 67–100, 294–300.

2 程存弟主编. 超声技术，西安：陕西师范大学出版社，1992, 251–257.

3 应崇福主编，超声学，北京：科学出版社，1993, 507–511.




?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net