

粗细端等长阶梯形变幅杆的有限元分析^{*}

王敏慧^{1,2} 鲍善惠^{2†}

(1 上海船舶电子设备研究所 上海 200025)

(2 陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

摘要 本文利用有限元分析软件 ANSYS 研究了一组粗细端截面积比不同的阶梯形变幅杆, 得出了每个变幅杆的第一阶和第三阶谐振频率、粗细端分界面的相对位移和振幅放大系数。结果表明: ANSYS 仿真值与实测值的平均偏差仅为 0.3%, 远小于常用式解析值与实测值的偏差; 变幅杆粗细端分界面的运动类似受牵引的薄膜运动; 而振幅放大系数与面积比成正比的结论可扩展到粗细端截面积比为 100 的情况。

关键词 阶梯形变幅杆, 有限元分析, ANSYS, 局部共振

Finite element analysis of stepped ultrasonic transformer with equal-length sections

WANG Min-Hui^{1,2} BAO Shan-Hui²

(1 Shanghai Marine Electronic Equipment Research Institute, Shanghai 200025)

(2 Applied Acoustics Institute of Shaanxi Normal University, Xi'an 710062)

Abstract Finite element method (FEM) is used, through software ANSYS, to analyze stepped ultrasonic transformers, the two sections of which have the same length but different cross-sectional areas. The resonance frequency, the displacement pattern of the interface between the two sections, and the amplitude amplifications of the first- and the third-order vibration modes are computed for each transformer. The results show that the average deviation (0.3%) between the ANSYS simulated frequencies and the experimentally measured values is much less than that between the frequencies calculated from the conventional formula and the experimental; the movement of the section interface of the transformer is similar to that of a towed membrane; a linear relationship between the amplitude amplification and the cross-section-area ratio is obtained, which applies to the later ratio as high as 100.

Key words Stepped ultrasonic transformer, FEM, ANSYS, Local resonance

2004-07-02 收稿; 2005-05-18 定稿

^{*} 陕西师范大学重点科研基金 (995004)

作者简介: 王敏慧 (1980-), 女, 河南荥阳人, 陕西师范大学硕士研究生, 研究方向: 超声工程。

鲍善惠 (1946-), 男, 陕西师范大学副教授, 硕士生导师。

[†] 通讯联系人 王敏慧 Email: mh_@163.com. 鲍善惠 E-mail: jsbsh@snnu.edu.cn

1 引言

大功率超声设备的振动系统中, 超声变幅杆是重要的组成部分, 主要用于振幅放大和阻抗匹配。由于阶梯形变幅杆易于加工, 变幅比大, 并可以与各种形状的过渡杆组合成复合型变幅杆, 所以在实际中应用很广^[1,2]。在对阶梯形变幅杆进行分析时, 通常是将均匀细杆的波动方程分别用于粗端和细端, 再利用截面改变处力为连续的边界条件, 以得到阶梯形变幅杆的频率方程, 放大系数和节点位置^[3]。由于这种方法忽略了截面跃变对应变、应力和力的连续性的影响, 解出的谐振频率高于实际测量值^[4]。虽然相对误差只有百分之几, 但对于数十千赫兹的频率来说, 绝对误差可以达到数百赫兹, 这样大的误差将造成变幅杆与换能器配合的困难, 因此不能忽略。文献[4]对两端等长阶梯形变幅杆的固有频率的变化规律进行了研究, 对 N 小于 4 的情况给出了修正频率的经验公式, 但对于 N 大于 4 的情况和变截面处的具体振动形式, 则未见有研究报道。有限元分析软件 ANSYS 不但能对所研究对象的振动参量进行数值化描述, 而且可以通过计算机屏幕给出振动模态的动画显示, 因此能较好地分析阶梯形变幅杆变截面处的应变、应力跃变对变幅杆振动特性的影响。本文用 ANSYS 软件对一组粗细端长度相等而截面积比不同的阶梯形变幅杆进行了研究, 解出了谐振频率和放大系数, 并绘出了变截面处的具体振动模式。

2 有限元法对阶梯形变幅杆的分析

2.1 有限元法基本原理

有限元方法是一种有效的离散方法, 该方法将系统分成足够多的单元, 通过求解一组微分方程, 对系统的力学、热学或电磁学特性进行仿真。如果用弹性力学有限元法建立结构的动力学模型, 运用固有振动特性分析, 便可得到系统的固有频率和振型^[5]。

若将弹性体视为多自由度系统, 则连续体动力学模型的矩阵表示形式为:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

式中: M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, $\{x(t)\}$ 为位移向量组, $\{F(t)\}$ 为作用于系统的外激励力向量组。上式是用有限元法解弹性体动力学问题的基本方程。对于无阻尼无外载荷的自由振动问题, 阻尼项和外力项均为零。于是, 式 (1) 化简为:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = 0 \quad (2)$$

弹性结构体的振动本身是连续的振动; 位移 $\{x(t)\}$ 连续, 具有无限多个自由度。经有限元离散化后, 连续系统的振动就离散化为有限个自由度系统的振动。假设全部节点具有 N 个自由度, 按自由振动理论, N 阶自由度系统的自由振动方程的 N 个固有频率 ω_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 由式 (3) 确定。

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (3)$$

因此, 在用有限元法分析阶梯形变幅杆时, 是将其划分为数千个单元再求解。这与只将变幅杆划分成粗细两个部分的解析法相比, 应当更精确, 更能反映实际的振动情况。

2.2 实现有限元分析的 ANSYS 软件

ANSYS 是融结构、流体、电磁场、声场和耦合场分析于一体的大型通用有限元软件, 具有强大的有限元分析和优化设计功能。ANSYS 拥有丰富的、完善的单元库、材料模型库和求解器, 保证了它能够高效地求解各类结构的静力、动力、振动、线性和非线性问题^[6]。

本文用 ANSYS 软件仿真了一组粗细端等长的 45 号钢阶梯形变幅杆, 材料参数为: 密度 $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、杨氏模量 $E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、泊松系数 $\sigma = 0.3$ 。选择单元类型为 SOLID95^[5], 利用阶梯形变幅杆的轴对称性建立有限元模型, 采用智能网格划分。选择分析类型为模态分析, 然后进入求解步骤, 解出

固有频率和振型。再利用后处理模块对位移, 应力等参数进行显示和处理, 最后得到表示振动模态的各种曲线和图形。

2.3 ANSYS 分析结果

阶梯形变幅杆的几何形状如图 1 所示。图中 L_1 和 L_2 分别为粗端和细端的长度, D_1 和 D_2 分别是粗端和细端的直径。令直径比 $D_1/D_2 = N$, 则 N^2 即表示粗端截面积 S_1 与细端截面积 S_2 之比。用于分析的实物变幅杆的 $L_1 = L_2 = 60.00\text{mm}$, $D_1 = 30.00\text{mm}$, D_2 则有不同的值, 由此得到不同的 N 值。

表 1 列出了对不同的 D_2 用 ANSYS 解出的谐振频率 f_{iA} ($i = 1, 3$ 代表相应的振动阶

数, 下同) 和放大系数 M_{pi} 。表中的 f_{i0} 是用频率方程 $S_1 \tan kL_1 + S_2 \tan kL_2 = 0$ (S_1 和 S_2 分别是粗端和细端的截面积, $k = 2\pi f/c$ 为波数) 计算出的谐振频率, f_{iE} 是用压电片激振, 磁致伸缩探测器拾振的非接触式方法测出的实物变幅杆的实际谐振频率。 $\ln N^2$ 为面积比的对数, 在绘制曲线时用作横坐标。

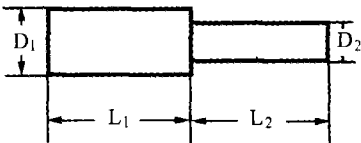


图 1 阶梯形变幅杆的几何形状

表 1 变幅杆的谐振频率和放大系数

变幅杆 编号	几何参数			谐振频率 /Hz						放大系数	
	D_2/mm	N^2	$\ln N^2$	f_{10}	f_{1A}	f_{1E}	f_{30}	f_{3A}	f_{3E}	M_{p1}	M_{p3}
01	3.00	100.00	4.60	21435	20901	21080	64304	62562	62998	97.4	71.4
02	4.00	56.25	4.03	21435	20761	20855	64304	62069	62364	54.8	41.1
03	5.00	36.00	3.58	21435	20649	20750	64304	61654	61980	35.1	26.6
04	6.00	25.00	3.22	21435	20557	20568	64304	61308	61432	24.4	18.7
05	7.58	16.00	2.77	21435	20506	20500	64304	61081	61092	17.7	13.6
06	8.68	12.25	2.51	21435	20423	20516	64304	60737	60975	12.3	9.6
07	10.00	9.00	2.20	21435	20410	20432	64304	60601	60696	8.8	7.0
08	12.00	6.25	1.83	21435	20427	20452	64304	60556	60628	6.1	4.9
09	15.00	4.00	0.39	21435	20523	20540	64304	60667	60797	3.9	3.2
10	20.00	2.25	0.81	21435	20888	20925	64304	61395	61599	2.2	1.9

3 讨论

3.1 变幅杆的谐振频率

以面积比的对数 $\ln N^2$ 为横坐标, 谐振频率为纵坐标, 将变幅杆第一阶和第三阶的谐振频率数据分别绘于图 2(a) 和 (b), 其中曲线 1 代表解析值 f_{i0} , 曲线 2 和曲线 3 分别是实验测量值 f_{iE} 和 ANSYS 仿真值 f_{iA} 的二阶拟合曲线。由图 2 可看出, 仿真曲线和实验曲线不但有着相同的趋势, 而且非常接近。通过计算得到 f_{iE} 和 f_{iA} 的平均偏差约为 0.3%, 而 f_{iE} 和 f_{i0} 的偏差约为 3.3%, 后者比前者大 10 倍左右。由此说明: 有限元法能够比解析法更精确

地对阶梯形变幅杆进行分析和研究。

从图 2 还可以看到, 当 $\ln N^2$ 增大时, 第一、三阶的实验曲线和仿真曲线开始是下降的。通常认为截面突变处的应力集中是造成这种下降的原因^[4]。 $\ln N^2$ 越大, 应力集中越明显, 这两条曲线与曲线 1 的偏差也越大。在 $\ln N^2 = 2.4$ 附近, 曲线 2 和曲线 3 同时达到谷点。当 $\ln N^2$ 继续增大时, 两曲线上升, 这意味着当截面面积比超过一定限度后, 实验值和仿真值与解析值的偏差反而随着截面面积比的增大而减小。这种现象可能与“局部共振”有关, 因为 $\ln N^2 = 2.4$ 恰好对应着文献 [7] 中的“局部共振”产生条件, 即 $N^2 \approx 10\%$ 。如果把变幅杆的

细端看作是连接在粗端上的均匀工具杆, 它的局部共振频率可用一端固定、一端自由振动模式的频率公式 $f_n = (2n+1)c_0/4L$ 求出, 而这恰好是解析法求出的阶梯形变幅杆谐振频率。因而可以说, 当截面积比 N^2 很大时, 实验值和仿真值都逐渐接近细端的局部共振频率。

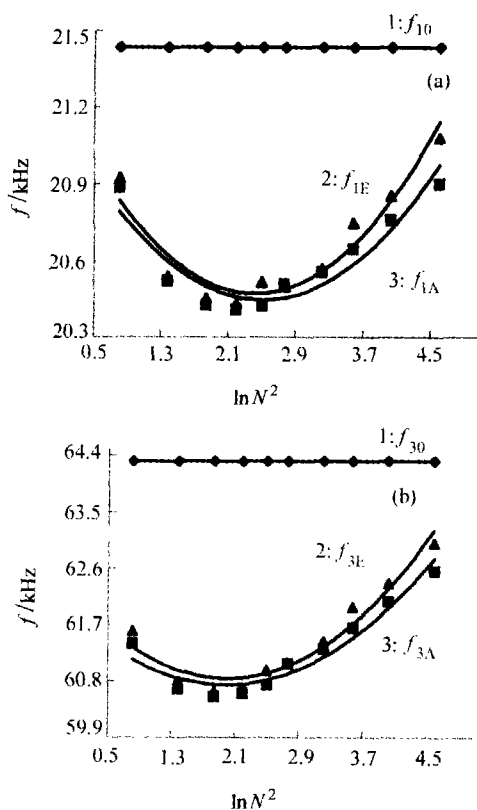


图 2 谐振频率解析值、ANSYS 仿真值、实验值的比较

(a) 第一阶 (b) 第三阶

3.2 分界面的振动情况

用 ANSYS 的后处理功能, 能够观测变幅杆粗端和细端的分界面上的振动分布。选取分界面上任一粗端直径作为研究路径, 在变幅杆的形变最大时, 记录路径上各点的纵向位移, 绘成曲线便得到分界面上的振动位移分布。图 3 示出了 01 号、05 号和 10 号变幅杆分界面的一、三阶位移分布曲线, 图中横坐标为研究路径(粗端直径), 纵坐标为轴向相对位移, 水

平直线代表位移为 0 的位置。

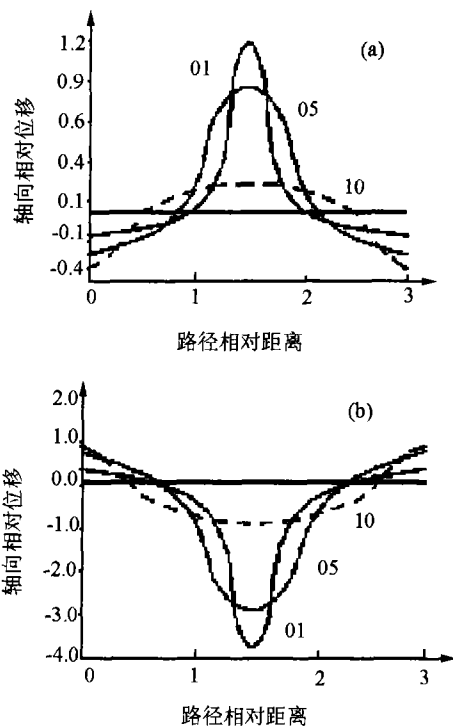


图 3 变幅杆截面变化处相对位移分布
(a) 第一阶模态 (b) 第三阶模态

由图 3 可以看出分界面运动的以下特征:

(1) 分界面的运动并非整体运动或活塞运动, 而是类似于受牵引薄膜的运动, 变幅杆的细端相当于粘在薄膜上的牵引棒。细端直径小时(如 01 号杆), 位移曲线尖锐; 细端直径大时(如 10 号杆), 曲线变得平缓。图 4 是分界面的凸起和凹下情况。

(2) 图 3 中各曲线的位移最大值均位于变截面的中心。第一阶模态的位移最大值为正(对应粗端面的负位移, 下同), 说明形变最大时分界面向细端凸起。第三阶模态的位移最大值为负, 说明形变最大时分界面向粗端凹进。

(3) 对于同一变幅杆, 分界面第三阶的位移幅度比第一阶大。从 ANSYS 动画显示观察到, 第一阶模态的位移节点与分界面非常接近, 第

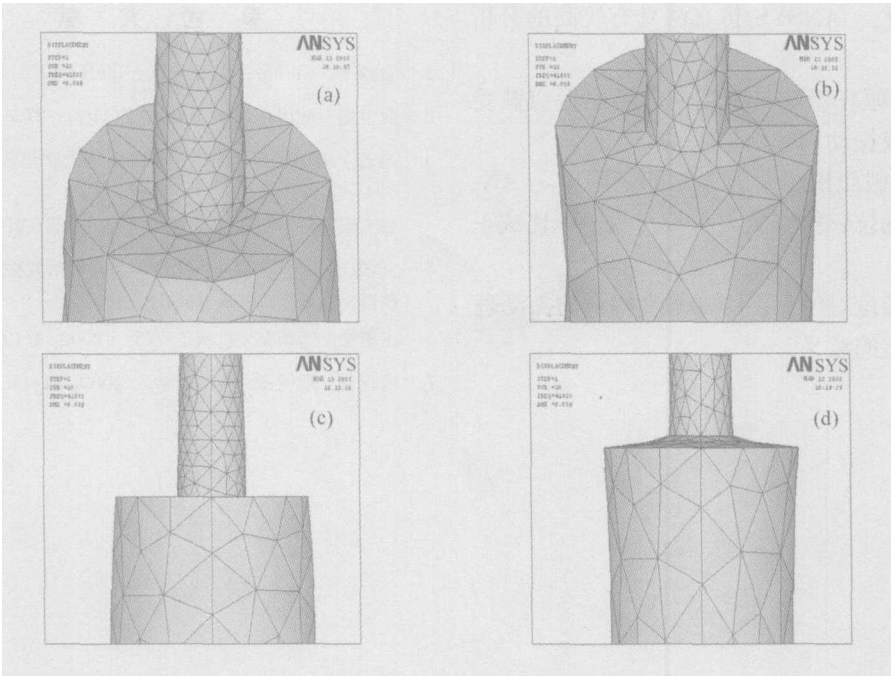


图 4 变幅杆分界面的运动状况 (a) 向下凹进 (b) 向上凸起 (c) 向下凹进侧视图 (d) 向上凸起侧视图

三阶的位移节点离分界面则较远。这可能是后者的位移幅值比前者大的原因。

3.3 放大系数

对于阶梯形变幅杆粗细端截面积比 $N^2 < 5$ 的情况,用解析法公式可以得到位移放大系数 $M_P = N^2$ 的结论,但解析法未能说明 $N^2 > 5$ 时 M_P 与 N^2 的关系。

利用 ANSYS 解出的粗、细两个端面的振动位移幅值比,可得到仿真的位移放大系数。图 5 绘出了第一阶和第三阶振幅放大系数 M_P 随面积比 N^2 变化的规律,可以看出在 N^2 大到 100 的范围里, M_P 都与 N^2 成正比关系,但第三阶的放大系数 M_{P3} 小于第一阶的放大系数 M_{P1} 。用线性回归可得到图 5 中两条直线的方程,分别为 $M_{P1} = 0.35 + 0.97N^2$ 和 $M_{P3} = 0.85 + 0.71N^2$ 。这说明用 ANSYS 求出一阶仿真值 $M_{P1} \approx N^2$,平均误差仅为 3%。而三阶仿真值虽与 N^2 的差别较大,但存在 $M_{P3} \approx 0.71N^2$ 的关系。对于这个关系式的实验验证和理论解释,将有助拓展阶梯形变幅杆在高次谐频上的研究和应用。

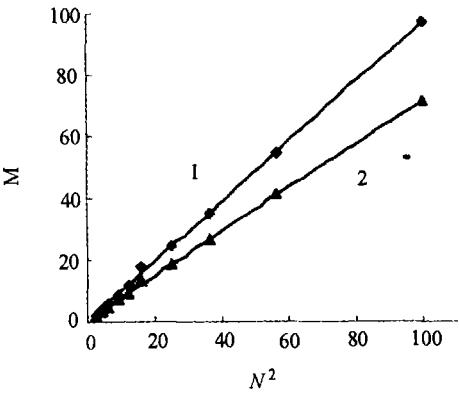


图 5 ANSYS 模拟变幅杆相对振幅随面积比的变化

4 结语

本文用有限元分析软件 ANSYS 对一组粗细端截面积比不同的阶梯形变幅杆进行了研究,分析了它们的谐振频率和振动模式,得到以下结论:

- (1) ANSYS 仿真频率与实际频率的平均偏差远小于解析法得到的频率与实际频率的平均

偏差, 因此, ANSYS 仿真法具有较高的分析精度。

(2) 变幅杆粗端与细端的分界面近似做受牵引的薄膜振动而非活塞振动。

(3) 在截面积比大到 100 的范围里, ANSYS 仿真的位移振幅放大系数与截面积比成正比。

这些结论对于完善阶梯形变幅杆的振动理论具有一定的意义。

参 考 文 献

- 1 贺西平, 胡时岳. 应用声学, 2001, **20**(6):33~35.
- 2 阮世勋. 应用声学, 1998, **17**(1):21~27.
- 3 冯若主编. 超声手册. 南京: 南京大学出版社, 1999. 594~643.
- 4 张大安, 诸国忱, 周铁英. 声学学报, 1965, **2**(4):180~186.
- 5 刘国庆, 杨庆东编. ANSYS 工程应用教程. 北京: 中国铁道出版社, 2003. 15~18.
- 6 王惠文, 李朝东. 机械工程师, 2003, **4**(12):40~41.
- 7 应崇福, 范国良. 应用声学, 2002, **21**(1):19~25.