第 42 卷 第 2 期
2023 年 3 月
应用声学
Journal of Applied Acoustics
Vol. 42, No. 2
March, 2023

◇ 研究报告 ◇

# 曲线坐标系下孔隙介质圆柱纵向表面波的传播特性*

王佳乐 韩庆邦† 苏娜娜 钱佳文

(河海大学物联网工程学院 常州 213022)

**摘要：**为了研究孔隙介质圆柱纵向表面波的传播规律，分析其频散和衰减特性，在正交曲线坐标系下建立了表面波的频散方程，通过数值计算得到频散曲线，将纵向导波最低模态与表面波进行对比，并分析了曲率半径及孔隙参数对表面波频散和衰减的影响。结果表明，当频率足够大时，导波最低模态的频散曲线与表面波近似；在同一频率下，表面波的相速度随曲率半径的增大而增大，随孔隙度的增大而减小；表面波的衰减随孔隙度的增大而增大。研究结果为开展孔隙介质圆柱结构的超声无损评价提供了一定的理论参考。

**关键词：**正交曲线坐标系；表面波；孔隙介质；频散特性

**中图法分类号：** O426.2　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1000-310X(2023)02-0427-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2023.02.027

## Propagation characteristics of longitudinal surface wave in porous media cylinder in curvilinear coordinate system

WANG Jiale　HAN Qingbang　SU Nana　QIAN Jiawen

(*College of IOT Engineering of Hohai University, Changzhou* 213022*, China*)

**Abstract:** To research on the propagation characteristics of longitudinal surface wave in porous media cylinder and analyze its dispersion and attenuation features, the dispersion equation of surface wave is established in orthogonal curvilinear coordinate system. Through numerical calculation, the dispersion curve has been obtained. The lowest mode of guided wave is compared with surface wave, and the effects of curvature radius and porosity on dispersion and attenuation of surface wave are analyzed. The results show that when the frequency is large enough, the dispersion curve of the lowest mode of guided wave is similar to that of surface wave. At the same frequency, the phase velocity of surface wave increases with curvature radius, decreases with porosity, and the attenuation of surface wave increases with porosity, which can provide a theoretical reference for non-destructive evaluation of cylindrical structures in porous media.

**Keywords:** Orthogonal curvilinear coordinate system; Surface wave; Porous media; Dispersion

2022-01-21 收稿; 2022-03-28 定稿

*国家自然科学基金项目 (12174085), 江苏省研究生科研与实践创新计划项目 (KYCX21_0478), 声场声信息国家重点实验室开放课题研究基金项目 (SKLA201913)

作者简介: 王佳乐 (1998– ), 女, 浙江嘉兴人, 硕士研究生, 研究方向: 超声检测。

† 通信作者 E-mail: hqb0092@163.com

## 0 引言

圆柱体构件在实际工程中应用广泛。在生产使用过程中构件内部或表面易出现缺陷，常利用超声检测技术进行构件的无损评价。关于超声在弹性介质圆柱体中的传播[1−2]，相关理论已较为完善。然而在实际检测中，常遇到具有孔隙特性的圆柱体结构(岩体、混凝土柱等)，因此研究声波在孔隙介质中的传播特性具有重要意义。

目前，针对孔隙介质圆柱导波的传播问题已开展了大量研究工作[3−4]，主要集中于纵向、周向导波的频散特性。关于表面波，国内外相关研究多是基于孔隙介质平面，如Salima等[5]利用高频声学显微镜得到了不同孔隙度下多孔硅层的表面波速度演化，并通过建模分析了衰减系数对表面波速度的影响；张煜等[6]探索了含流体孔隙介质中表面波和体波的传播特性，对孔隙流体不同饱和状态下的表面波频散和衰减做了详细分析。还有部分学者主要研究表面波在饱和多孔地基中的传播：阎守国等[7]以分层半空间内含有一层孔隙介质为物理模型，分析了该模型下表面瑞利波的传播特性并确定了其主衰减曲线；王立安等[8]考虑参数间的耦连影响，采用微分算子法进行求解，分析了非均匀饱和地基中瑞利波的速度、衰减以及位移分布。然而关于孔隙介质圆柱表面波的相关文献较少，其原因可能是表面波在孔隙介质圆柱中的传播相对复杂，在柱坐标系下进行频散方程的求解无法将导波与表面波合理区分。

本文在孔隙介质圆柱表面建立正交曲线坐标系，直接推导出表面波频散方程，在此基础上研究纵向表面波的传播特性。具体内容包括：(1) 结合Biot理论和弹性动力学理论，在正交曲线坐标系下建立纵向表面波频散方程；(2) 通过数值计算对频散方程进行求解，得到相应频散曲线；(3) 对比了孔隙介质圆柱导波的最低模态与表面波的频散特性；(4) 讨论分析了曲率半径对表面波频散的影响、孔隙度大小对表面波频散以及衰减的影响。

## 1 频散方程的建立

研究沿无限长孔隙介质圆柱表面纵向传播的表面波，在圆柱表面建立正交曲线坐标系$O$-$\alpha\beta\gamma$，如图1所示，$\alpha$为表面波的纵向传播方向，$\beta$为表面波的周向传播方向，$\rho_\alpha$为$\alpha$方向的曲率半径，$\rho_\beta$为$\beta$方向的曲率半径；$\gamma$为深度方向，其中$\gamma\leqslant 0$的区域为孔隙介质。孔隙介质由流体基质和固体骨架组成，本文依据Biot理论[9−10]，假设液相和固相介质均匀且各向同性，孔隙尺寸远小于波长[11]，忽略孔隙对声波的散射和衍射影响。

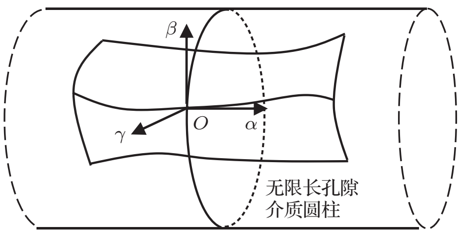



图1 正交曲线坐标系下孔隙介质圆柱示意图

Fig. 1 The schematic of porous media cylinder in orthogonal curvilinear coordinate system

在正交曲线坐标系中，位移可表示为

$$u_\alpha = u_\alpha(\alpha,\gamma),\quad u_\beta = 0,\quad u_\gamma = u_\gamma(\alpha,\gamma). \tag{1}$$

以势函数$\varphi$、$\psi$表示位移分量$u_\alpha$、$u_\gamma$可得到[12]

$$\begin{cases} u_\alpha = \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\alpha} - \dfrac{\partial\psi}{\partial\gamma} - \dfrac{\psi}{h_\beta\rho_\beta}, \\ u_\gamma = \dfrac{\partial\varphi}{\partial\gamma} + \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\psi}{\partial\alpha}, \end{cases} \tag{2}$$

其中，$h_\alpha$、$h_\beta$、$h_\gamma$为拉梅系数，在正交曲线坐标系中可表示为

$$h_\alpha \approx 1 + \frac{\gamma}{\rho_\alpha},\quad h_\beta \approx 1 + \frac{\gamma}{\rho_\beta},\quad h_\gamma = 1. \tag{3}$$

孔隙介质中存在快纵波、慢纵波、横波3种体波，势函数$\varphi$和$\psi$满足波动方程：

$$\begin{cases} \dfrac{1}{h_\alpha h_\beta h_\gamma}\left[\dfrac{\partial}{\partial\alpha}\left(\dfrac{h_\beta h_\gamma}{h_\alpha}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\gamma}\left(\dfrac{h_\alpha h_\beta}{h_\gamma}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)\right] \\ \quad + k_{lf,ls}^2\varphi = 0, \\ \dfrac{1}{h_\alpha h_\beta h_\gamma}\left[\dfrac{\partial}{\partial\alpha}\left(\dfrac{h_\beta h_\gamma}{h_\alpha}\dfrac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\gamma}\left(\dfrac{h_\alpha h_\beta}{h_\gamma}\dfrac{\partial\psi}{\partial\gamma}\right)\right] \\ \quad + k_t^2\psi = 0, \end{cases} \tag{4}$$

其中，$k_{lf}$和$k_{ls}$分别为快纵波、慢纵波波数，$k_t$为横波波数。

孔隙介质圆柱的势函数可分为两部分，固相部分由快、慢纵波和横波势函数构成，上述3个势函

数 [13] 可分别表示为

$$\varphi_{sf} = A_1 \mathrm{e}^{\left[\left(q_1+\frac{p_1^2}{4q_1^2\rho_\alpha}\right)\gamma-\frac{p_1^2}{4q_1\rho_\alpha}\gamma^2\right]}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k\alpha-\omega t)},$$
$$\varphi_{ss} = A_2 \mathrm{e}^{\left[\left(q_2+\frac{p_2^2}{4q_2^2\rho_\alpha}\right)\gamma-\frac{p_2^2}{4q_2\rho_\alpha}\gamma^2\right]}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k\alpha-\omega t)},$$
$$\psi_s = A_3 \mathrm{e}^{\left[\left(s+\frac{l_0^2}{4s^2\rho_\alpha}\right)\gamma-\frac{l_0^2}{4s\rho_\alpha}\gamma^2\right]}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k\alpha-\omega t)}. \tag{5}$$

因此纵波总势函数表示为 $\varphi_s = \varphi_{sf} + \varphi_{ss}$，横波总势函数表示为 $\psi_s$。其中，$A_1$、$A_2$、$A_3$ 为待定系数，$q_1^2 = k^2 - k_{lf}^2$，$q_2^2 = k^2 - k_{ls}^2$，$s^2 = k^2 - k_t^2$，$p_1^2 = k_0^2 + k_{lf}^2$，$p_2^2 = k_0^2 + k_{ls}^2$，$l_0^2 = k_0^2 + k_t^2$，$k$ 为表面波波数，$k_0$ 为孔隙介质的平面 Rayleigh 波波数。

液相部分势函数可表示为

$$\begin{cases}\varphi_f = \eta_1\varphi_{sf} + \eta_2\varphi_{ss},\\ \psi_f = \eta_3\psi_s,\end{cases} \tag{6}$$

其中，$\eta_1$、$\eta_2$、$\eta_3$ 快纵波、慢纵波和横波相对应液相参与系数 [14]，其表达式为

$$\eta_1 = \frac{\rho_{11}R - \rho_{12}Q - (PR - Q^2)/c_{lf}^2}{\rho_{22}Q - \rho_{12}R},$$
$$\eta_2 = \frac{\rho_{11}R - \rho_{12}Q - (PR - Q^2)/c_{ls}^2}{\rho_{22}Q - \rho_{11}R},$$
$$\eta_3 = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}, \tag{7}$$

其中，$P = A + 2N$；$R$、$Q$、$A$、$N$ 为孔隙介质的 4 个弹性系数 [15]，可通过相关参数 $k_s$(固体基质体积模量)、$k_f$(流体体积模量) 和 $k_b$(骨架体积模量) 计算得到；$c_{lf}$、$c_{ls}$、$c_t$ 分别为快纵波、慢纵波和横波波速；$\rho_{11}$ 为固体有效密度，$\rho_{22}$ 为液体有效密度。

纵向表面波位移表达式如下所示：

$$\begin{cases}u_{\alpha s} = \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\varphi_s}{\partial\alpha} - \dfrac{\partial\psi_s}{\partial\gamma} - \dfrac{\psi_s}{h_\beta\rho_\beta},\\ u_{\gamma s} = \dfrac{\partial\varphi_s}{\partial\gamma} + \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\psi_s}{\partial\alpha},\\ u_{\alpha f} = \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\varphi_f}{\partial\alpha} - \dfrac{\partial\psi_f}{\partial\gamma} - \dfrac{\psi_f}{h_\beta\rho_\beta},\\ u_{\gamma f} = \dfrac{\partial\varphi_f}{\partial\gamma} + \dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial\psi_f}{\partial\alpha}.\end{cases} \tag{8}$$

应力表达式如下所示：

$$\begin{cases}\sigma_{\gamma\gamma s} = 2N\dfrac{\partial u_{\gamma s}}{\partial\gamma} + A\left(\dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial u_{\alpha s}}{\partial\alpha} + \dfrac{1}{h_\alpha\rho_\alpha}u_{\gamma s} + \dfrac{1}{\rho_\beta}u_{\gamma s} + \dfrac{\partial u_{\gamma s}}{\partial\gamma}\right)\\ \qquad + Q\left(\dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial u_{\alpha f}}{\partial\alpha} + \dfrac{1}{h_\alpha\rho_\alpha}u_{\gamma f} + \dfrac{1}{\rho_\beta}u_{\gamma f} + \dfrac{\partial u_{\gamma f}}{\partial\gamma}\right),\\ \sigma_{\alpha\gamma s} = N\left(\dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial u_{\gamma s}}{\partial\alpha} + \dfrac{\partial u_{\alpha s}}{\partial\gamma} - \dfrac{1}{h_\alpha\rho_\alpha}u_{\alpha s}\right),\\ \sigma_{\gamma\gamma f} = Q\left(\dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial u_{\alpha s}}{\partial\alpha} + \dfrac{1}{h_\alpha\rho_\alpha}u_{\gamma s} + \dfrac{1}{\rho_\beta}u_{\gamma s} + \dfrac{\partial u_{\gamma s}}{\partial\gamma}\right)\\ \qquad + R\left(\dfrac{1}{h_\alpha}\dfrac{\partial u_{\alpha f}}{\partial\alpha} + \dfrac{1}{h_\alpha\rho_\alpha}u_{\gamma f} + \dfrac{1}{\rho_\beta}u_{\gamma f} + \dfrac{\partial u_{\gamma f}}{\partial\gamma}\right),\end{cases} \tag{9}$$

其中，$u_{\alpha s}$、$u_{\gamma s}$ 分别为固相纵向位移和法向位移；$u_{\alpha f}$、$u_{\gamma f}$ 分别为液相纵向位移和法向位移；$\sigma_{\gamma\gamma s}$、$\sigma_{\alpha\gamma s}$ 分别为固相法向应力和纵向应力，$\sigma_{\gamma\gamma f}$ 为液相法向应力。

在孔隙介质圆柱界面处 ($\gamma = 0$) 应满足以下边界条件：

$$\sigma_{\gamma\gamma s} = \sigma_{\alpha\gamma s} = \sigma_{\gamma\gamma f} = 0. \tag{10}$$

由式 (9)、式 (10) 可得 3 个待定系数相关的方程组：

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13}\\ m_{21} & m_{22} & m_{23}\\ m_{31} & m_{32} & m_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_1\\A_2\\A_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{bmatrix}, \tag{11}$$

其中，$m_{ij}(i,j = 1,2,3)$ 的表达式见附录 A。频散方程表示为

$$\det[m_{ij}] = 0,\quad i,j = 1,2,3. \tag{12}$$

## 2 数值模拟与分析

选取孔隙岩石介质参数和流体参数 (表 1) [16] (对应于孔隙度 $\beta_0$ 为 0.1 时) 进行数值模拟。

固体骨架体积模量 $k_b$ 和固体骨架剪切模量 $N$ 与孔隙度有关，当孔隙度 $\beta_0$ 大于 0.5 后，剪切模量趋于零，孔隙介质变为悬浮体。鉴于岩石类材料的孔隙度基本上小于 0.2 [17]，本文选取的孔隙度在 0.2 以下。

**表1　模型材料参数表** [16]

**Table 1　Model material parameter** [16]

| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 固相介质纵波波速 /(m·s$^{-1}$) | 5370 |
| 固相介质横波波速 /(m·s$^{-1}$) | 3100 |
| 固相介质密度 /(kg·m$^{-3}$) | 2700 |
| 液相介质纵波波速 /(m·s$^{-1}$) | 1483 |
| 液相介质密度 /(kg·m$^{-3}$) | 998 |
| 孔隙度 $\beta_0$ | 0.1 |
| 孔隙弯曲度 $\alpha_\infty$ | 5.5 |
| 静态渗透率 $\kappa_0$/m$^2$ | $10^{-12}$ |
| 粘滞系数 $\eta$/(kg·s$^{-1}$·m$^{-1}$) | 0.001 |
| 孔隙特征尺寸 $\Lambda$/μ$m$ | 8 |
| 固体颗粒体积模量 $k_s$/GPa | 43.33 |
| 流体体积模量 $k_f$/GPa | 2.19 |
| 固体骨架体积模量 $k_b$/GPa | 33.7 |
| 固体骨架剪切模量 $N$/GPa | 20.86 |

## 2.1　频散特性分析

考虑曲率半径 $\rho_\alpha$ 为 $10^{11}$ m、$\rho_\beta$ 为 0.01 m，孔隙度 $\beta_0$ 为 0.1 的情况进行仿真。由式 (12) 可得孔隙介质圆柱纵向表面波的相速度频散曲线，如图 2 所示。从图 2 中可以看出，表面波频散曲线在低频段呈现先下降后上升趋势，与高频段有明显差别，这主要是由于表面波沿深度方向衰减，能量随深度增加会急剧减小，而在低频时不满足此条件。因此本文忽略低频时的情况，选取 0.2∼6 MHz 频率范围进行分析，得到表面波相速度和群速度频散曲线分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示。从图 3(a) 中可以看出，纵向表面波的相速度随着频率的增大而增大，在低频段有比较明显的频散，但当频率足够大后，相速度逐渐趋于稳定值 (接近于孔隙介质的平面 Rayleigh 波速度，孔隙度 $\beta_0$ 为 0.1 时约为 2347 m/s)。从图 3(b) 中可以看出，群速度在 1 MHz 后基本趋于稳定，这是由于相速度在高频时频散显著减小并逐渐趋于稳定，因此群速度也不再变化。

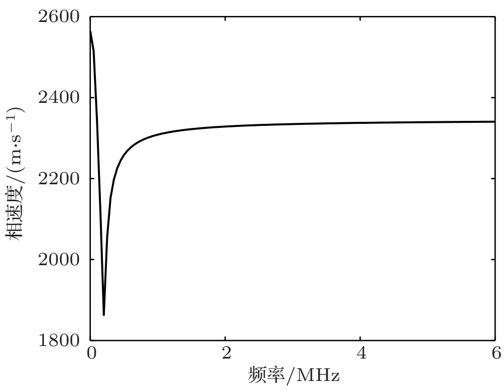
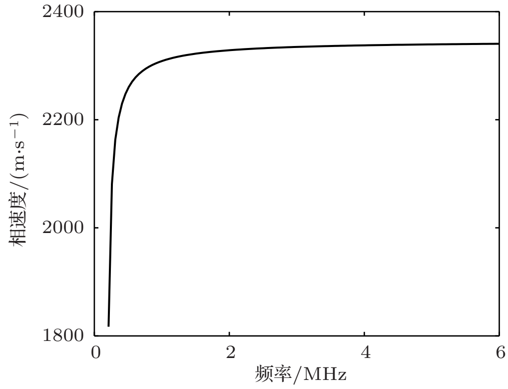
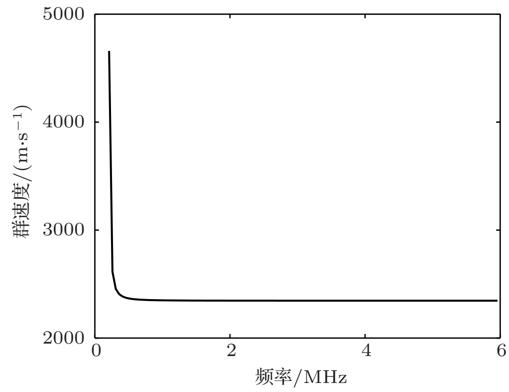



图 2　孔隙介质圆柱纵向表面波的相速度频散曲线

Fig. 2　The dispersion curve of longitudinal surface wave




(a) 0.2∼6 MHz纵向表面波相速度频散曲线




(b) 0.2∼6 MHz纵向表面波群速度频散曲线

图 3　孔隙介质圆柱纵向表面波的相速度和群速度频散曲线

Fig. 3　Phase velocity and group velocity dispersion curves

下面对比圆柱导波特性，利用柱坐标系推导了孔隙介质圆柱纵向导波的频散方程，得到相速度频散曲线如图 4 所示。从图 4 中可以看出，纵向导波有很多模态，其中最低模态在高频时趋于稳定。从导波频散曲线中提取最低模态与上面计算的表面波频散曲线进行对比，如图 5(a) 所示，可以看出，两条频散曲线在低频时有一定差异，原因与上述分析相同，表面波计算不适合低频，但高频时基本重合。选取 0.2∼6 MHz 频率范围的频散曲线，如图 5(b) 所示。从图 5(b) 中可以看出，导波最低模态和表面波的频散曲线具有相同趋势，随着频率的增大，相速度小幅度增大，且当频率足够大后，两曲线逐渐重合。此结果表明，当频率足够大时，孔隙介质圆柱纵向

导波最低模态的相速度接近纵向表面波速度。柱坐标系下的导波求解复杂繁琐，在分析表面波特性时需要计算出全部模态后再提取最低模态频散曲线；利用正交曲线坐标系进行求解，可直接得到表面波频散曲线，针对性更强，计算更加简单方便且准确度高。

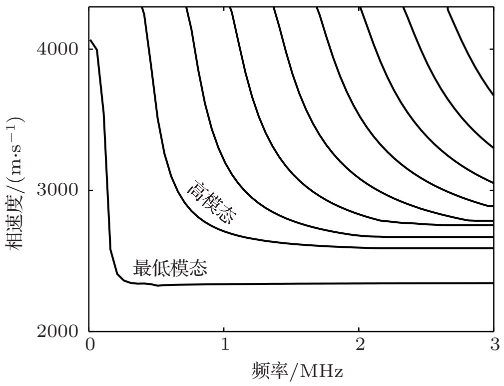
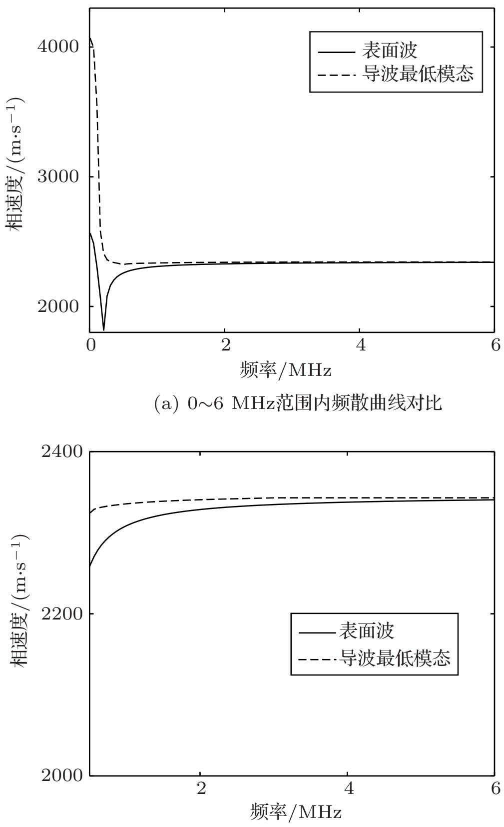



图4　孔隙介质圆柱纵向导波的相速度频散曲线

Fig. 4　The dispersion curve of longitudinal guided wave




(a) 0~6 MHz范围内频散曲线对比

(b) 0.2~6 MHz范围内频散曲线对比

图5　不同频率范围内导波最低模态与表面波频散曲线对比

Fig. 5　The comparison of dispersion curves between the lowest mode of guided wave and the surface wave

## 2.2　曲率半径对表面波频散的影响

考虑均匀圆柱，曲率半径 $\rho_\alpha$ 无穷大，即近似为一条直线，可认为是圆柱的母线。本节分别选取了曲率半径 $\rho_\beta$ 为0.005 m、0.01 m和0.03 m的情况进行分析，得到频散曲线如图6所示。从图6中可以看出，曲率半径并不影响频散曲线的整体趋势，但同频率下表面波的相速度随曲率半径 $\rho_\beta$ 的增大而增大。曲率半径越大意味着圆柱越接近于平面，相速度也就更快趋向于稳定值。当频率足够大后，3条曲线逐渐重合，此时纵向表面波相速度趋近于孔隙介质的平面Rayleigh波速度。

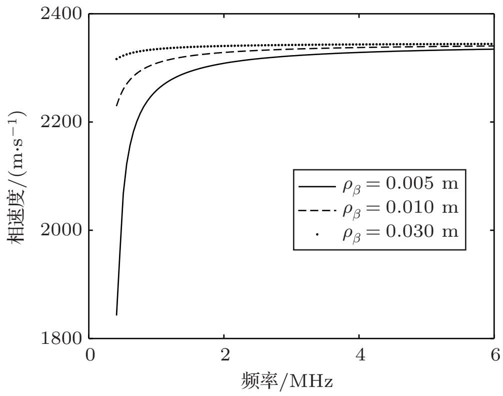



图6　不同曲率半径 $\rho_\beta$ 下的表面波频散曲线对比

Fig. 6　Dispersion curves with different curvature radius

## 2.3　孔隙度对表面波频散的影响

保持其他参数一致，选取孔隙度 $\beta_0$ 分别为0.05、0.1和0.15的情况进行分析，得到频散曲线如图7所示。从图7中可以看出，频率较低时3条曲线基本重合，此时孔隙度对相速度频散的影响较小。随着频率增大，曲线开始分离，此时同一频率下表面波相速度随着孔隙度增大而减小。可以注意到，3条曲线最后趋于稳定的数值各不相同，这主要是因为孔隙度直接影响体波波速，孔隙度增大，表面波相速度随之减小。

## 2.4　孔隙度对表面波衰减的影响

孔隙介质具有耗散作用，表面波在传播方向会产生一定衰减，其波数可以表示为 $k = k_r + \mathrm{i} \times k_i$，通常认为实部代表传播，虚部代表衰减；此外本文沿用了Parra等[18]定义的瑞利波衰减因子 $Q^{-1} = 2k_i/k_r$。图8和图9分别为孔隙度 $\beta_0 = 0.05$、$\beta_0 = 0.1$ 和 $\beta_0 = 0.15$ 时表面波衰减曲线图和衰减因子变化图。从图8中可以看出，当孔隙度相同时，

纵向表面波衰减随着频率的增大而增大，其原因可能是频率的增大导致孔隙介质中流体的耗散作用由黏滞力转化为惯性力为主；当频率相同时，表面波的衰减随孔隙度的增大而增大，孔隙度的增大意味着孔隙介质中的流体含量增多，导致其耗散能量也增大，从而引起表面波更大的衰减。从图9中可以看出，衰减因子随频率增大而减小，表明在同一孔隙度下，衰减因子越小表面波的衰减反而越大。

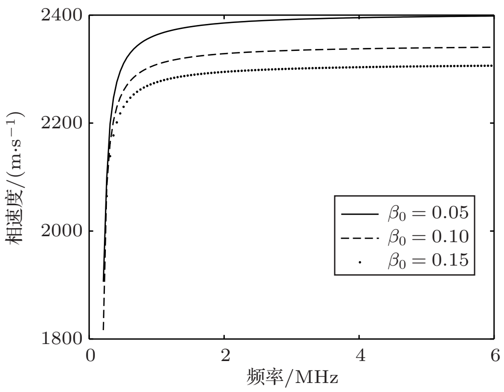



图7　不同孔隙度下的表面波频散曲线对比

Fig. 7 Dispersion curves with different porosity

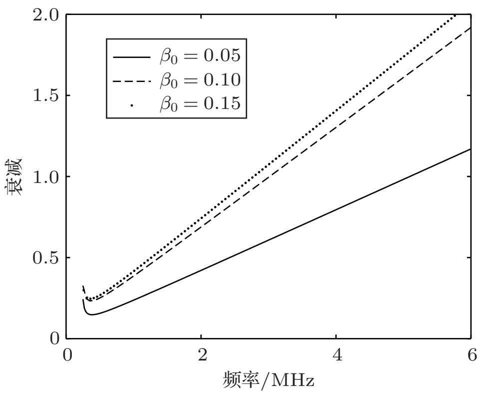



图8　不同孔隙度下的表面波衰减曲线对比

Fig. 8 Attenuation curves with different porosity

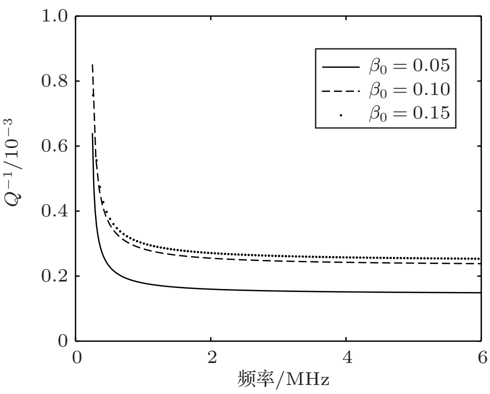



图9　不同孔隙度下的表面波衰减因子变化

Fig. 9 Attenuation factor with different porosity

## 3 结论

本文利用正交曲线坐标系，系统地研究了孔隙介质圆柱纵向表面波的传播特性。首先在正交曲线坐标系下推导出纵向表面波的频散方程，得到相应的频散曲线，结果表明表面波相速度随频率的增大而增大，且最终趋向于孔隙介质的平面Rayleigh波速度。然后，对比了纵向导波最低模态与纵向表面波的频散曲线，发现当频率足够大时，导波最低模态的相速度趋近于表面波速度。最后，分析了曲率半径对表面波频散的影响，以及孔隙度对表面波频散和衰减的影响。结果表明，同频率下表面波相速度随曲率半径的增大而增大，且当曲率半径足够大时频散曲线几乎与平面Rayleigh 波速度相同。当孔隙度变化时，表面波的频散和衰减都会受到明显影响：在同一频率下，表面波相速度随着孔隙度的增大而减小，且孔隙度直接决定体波速度大小，导致不同孔隙度下的相速度频散曲线最终趋向的稳定值各不相同；表面波因孔隙介质的耗散作用在传播方向会产生衰减，且衰减随着孔隙度增大而增大。

## 参 考 文 献

[1] Rose J L. 固体中的超声波 [M]. 何富存, 吴斌, 王秀彦, 译. 北京: 科学出版社, 2004.

[2] 吴先梅. 圆柱表面瑞利波的研究 [D]. 上海: 同济大学, 2001.

[3] 苏娜娜, 韩庆邦, 蒋謇. 无限流体中孔隙介质圆柱周向导波的传播特性 [J]. 物理学报, 2019, 68(8): 084301.
Su Nana, Han Qingbang, Jiang Jian. Guided circumferential wave propagation characteristics for porous cylinder immersed in infinite fluid[J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(8): 084301.

[4] 李巍, 胡恒山, 张碧星, 等. 柱面分层流体饱和孔隙地层中的声波测井波场模拟 [J]. 声学学报, 2010, 35(4): 455–464.
Li Wei, Hu Hengshan, Zhang Bixing, et al. Simulation of acoustic well-logging wave field in a radially multilayered fluid-saturated porous formation[J]. Acta Acustica, 2010, 35(4): 455–464.

[5] Salima D, Boumaiza Y, Amar B, et al. Attenuation of Rayleigh surface waves in a porous material[J]. Chinese Physics Letters, 2012, 29(4): 044301.

[6] 张煜, 徐义贤, 夏江海, 等. 含流体孔隙介质中面波的传播特性及应用 [J]. 地球物理学报, 2015, 58(8): 2759–2778.
Zhang Yu, Xu Yixian, Xia Jianghai, et al. Characteristics and application of surface wave propagation in fluid-filled porous media[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(8): 2759–2778.

[7] 阎守国, 谢馥励, 张碧星. 含孔隙介质的分层半空间表面瑞利波的衰减特性 [J]. 地球物理学报, 2018, 61(2): 781–791.
Yan Shouguo, Xie Fuli, Zhang Bixing. Attenuation of

Rayleigh waves in a layered half-space with a porous layer[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2018, 61(2): 781–791.

[8] 王立安, 赵建昌, 余云燕. 瑞利波在非均匀饱和地基中的传播特性 [J]. 岩土力学, 2020, 41(6): 1983–1990, 2000.
Wang Li'an, Zhao Jianchang, Yu Yunyan. Propagation characteristics of Rayleigh wave in non-homogeneous saturated foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(6): 1983–1990, 2000.

[9] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range[J]. The Journal of Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 168–178.

[10] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Ⅱ. Higher-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 179–191.

[11] 许洲琛, 韩庆邦, 童紫薇, 等. 流体孔隙介质圆柱界面波传播特性 [J]. 声学学报, 2018, 43(1): 52–60.
Xu Zhouchen, Han Qingbang, Tong Ziwei, et al. Interface wave propagation characteristics of porous cylinder surrounded by fluid[J]. Acta Acustica, 2018, 43(1): 52–60.

[12] 季施豪. 非均匀曲面介质中瑞利面波的传播特性研究及数值仿真 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.

[13] Biryukov S V, Gulyaev Yu V, Krylov V V, et al. Surface acoustic waves in inhomogeneous media[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 198–202.

[14] 赵成刚, 高福平, 崔杰. 波在饱和多孔介质与弹性固体介质交界面上的界面效应 [J]. 地震工程与工程振动, 1999, 19(1): 1–6.
Zhao Chenggang, Gao Fuping, Cui Jie. Boundary effect of wave propagating from liquid-filled porous medium to solid medium[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1999, 19(1): 1–6.

[15] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. Applied Physics Letters, 1962, 33(4): 1482–1498.

[16] 崔寒茵, 师芳芳, 籍顺心, 等. 沿均匀无限介质中固体杆中传播的导波特性研究 [J]. 声学学报, 2010, 35(4): 446–454.
Cui Hanyin, Shi Fangfang, Ji Shunxin, et al. Guided waves in a rod surrounded by an infinite solid medium[J]. Acta Acustica, 2010, 35(4): 446–454.

[17] 童紫薇, 韩庆邦, 姜学平, 等. 被孔隙介质约束的弹性杆中的导波 [J]. 应用声学, 2016, 35(5): 384–394.
Tong Ziwei, Han Qingbang, Jiang Xueping, et al. Guided waves in a solid rod surrounded by porous media[J]. Journal of Applied Acoustics, 2016, 35(5): 384–394.

[18] Parra J O, Xu P C. Dispersion and attenuation of acoustic guided waves in layered fluid-filled porous media[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1994, 95(1): 91–98.

## 附录 A

$$
\begin{aligned}
m_{11} &= \frac{A+Q\eta_1}{2N}\left[q_1^2-k^2+\left(\frac{1}{\rho_\alpha}+\frac{1}{\rho_\beta}\right)q_1\right]+q_1^2,\\
m_{12} &= \frac{A+Q\eta_2}{2N}\left[q_2^2-k^2+\left(\frac{1}{\rho_\alpha}+\frac{1}{\rho_\beta}\right)q_2\right]+q_2^2,\\
m_{13} &= \mathrm{i}k\left(s+\frac{l_0^2}{4s^2\rho_\alpha}-\frac{1}{\rho_\alpha}\right),\\
m_{21} &= 2\mathrm{i}k\left(q_1+\frac{p_1^2}{4q_1^2\rho_\alpha}-\frac{1}{\rho_\alpha}\right),\\
m_{22} &= 2\mathrm{i}k\left(q_2+\frac{p_2^2}{4q_2^2\rho_\alpha}-\frac{1}{\rho_\alpha}\right),\\
m_{23} &= -s^2-k^2+\left(\frac{1}{\rho_\alpha}-\frac{1}{\rho_\beta}\right)s,\\
m_{31} &= (Q+R\eta_1)\left[q_1^2-k^2+\left(\frac{1}{\rho_\alpha}+\frac{1}{\rho_\beta}\right)q_1\right],\\
m_{32} &= (Q+R\eta_2)\left[q_1^2-k^2+\left(\frac{1}{\rho_\alpha}+\frac{1}{\rho_\beta}\right)q_1\right],\\
m_{33} &= 0.
\end{aligned}
$$