Vol. 38, No. 4 July, 2019

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

多子阵组合的短基线声学定位系统数据优化方法*

程 谦 王英民 诸国磊

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘要 短基线声学定位系统是一种常用的水下声学定位设备,为提高适用性,常采用多阵元接收阵的方式进行水声定位,其工作时将带来冗余的测距数据和定位结果,而部分冗余数据的解算定位结果误差较大(以下简称奇异值),其代入融合将导致最终定位结果的误差不减反增。为解决该问题,该文分析奇异值特征,提出了基于多子阵组合的短基线声学定位数据优化方法。该方法将空间阵中划分出的各单元子阵进行筛选,对冗余数据进行优化,筛除会引入较大误差的中间数据,进而提高定位精度。计算机仿真及实际测试数据表明:该方法可实现整体声源定位精度的提高。同时与传统定位方法相比可有效减小运算量,提高整体定位系统的性能。

关键词 短基线声学定位系统,多子阵组合,数据优化

中图法分类号: P716+.41; TB566 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2019)04-0742-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.035

Data optimization method of short baseline acoustic positioning system based on multiple subarray combination

CHENG Qian WANG Yingmin ZHU Guolei

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract Short baseline acoustic positioning system is a kind of commonly used underwater acoustic positioning equipment. In order to increase its applicability, multi-receiving array is often used for underwater acoustic positioning, which will bring redundant ranging data and positioning results. The error of the positioning result calculated by the solution of some superfluous data is large (such positioning result is hereinafter referred to as singular value), and the fusion will lead to the error of the final positioning result increasing instead of decreasing. To solve this problem, a short baseline acoustic positioning data optimization method based on multiple subarray combination (MSC) is proposed. In this method, the subarrays of each element divided in the spatial matrix are screened, the redundant data are optimized and the intermediate data with large errors are screened out to improve the positioning accuracy. Computer simulation and actual test data show that this method can improve the accuracy of the entire positioning results. At the same time, it can effectively reduce the computational cost and improve the performance of the positioning system.

Key words Short baseline acoustic positioning system, Multiple subarray combination, Data optimization

^{*}中国科学院战略性先导科技专项(XDA10000000)

0 引言

水下定位是人类探索海洋的一项重要技术,根据现有的状况,声学定位系统(Acoustic positioning system)是水下定位的必要手段,高精度的水下定位系统是探索高科技水下领域以及实现海洋科研工作的前提^[1-4]。水声定位系统由多个基元组成,基元间的连线称为基线^[5],按接收阵或应答器基阵的基线长度可分为长基线(Long base line, LBL)定位系统、短基线(Short base line, SBL)定位系统和超短基线(Ultra-short base line, USBL)定位系统^[6]。由于短基线可采用船载式基阵,安装使用方便,且成本较低,精度较适宜,从而得到更广泛的运用^[7]。

在实际工程中,为了满足短基线水声定位系统的适用性和高精度的要求,通常可在目标上安装水声信标,基于短基线声学定位原理搭建声学定位系统,并设计接收基阵由多个阵元组成,从而可获得多个定位数据进行融合,得到最终定位坐标。但由于水声环境十分复杂^[8-9],多途信道、背景噪声、硬件误差、平台干扰等因素都有可能导致测量数据中出现低可靠性数据对象,将其称为奇异值^[10-11]。若对这些定位数据无一定程度的筛选,在数据融合时,奇异值将代入较大误差,导致严重定位偏差。本文将分析在此类短基线定位系统工作时,奇异值统计特性参数,并依此进行数据筛选,即解决数据优化的问题。

针对上述应用背景及面临的问题,本文提出了基于多子阵组合(Multiple subarray combination, MSC)的短基线声学定位数据优化方法,利用空间阵的子阵中各阵元相对于目标的空间关系,对子阵进行筛选,舍弃部分冗余数据,使定位误差趋于最小值,实现定位精度的提高。

1 短基线声学定位系统原理及误差分析

短基线水声定位系统通常由4个及以上接收水 听器按照一定几何形状,组成接收阵。它们接收来 自应答器或者声信标发出的声源信号,进而测出各 接收阵元与声源的距离,最终获得应答器或声信标 相对于接收基阵的三维坐标^[12]。

对于短基线系统,若将各基元位置坐标表示为 (x_i, y_i, z_i) , i = 1, 2, 3, 4, 假设 $T(x_0, y_0, z_0)$ 为声源

的空间坐标,则根据空间定位方法,可得一组球面 方程:

$$(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 + (Z - z_i)^2 = (ct_i)^2,$$

$$i = 1, 2, 3, 4,$$
(1)

其中, t_i 为声源发射的信号到达各接收基元的传输时间,记 $ct_i = s_i$ 。因方程(1)为二次方程,可通过将其线性化进行求解。消去二次项,可得到3个线性方程:

$$(x_{i+1} - x_i) X + (y_{i+1} - y_i) Y + (z_{i+1} - z_i) Z$$

= $(s_i^2 - s_{i+1}^2 + r_i^2 - r_{i+1}^2) / 2, \quad i = 1, 2, 3,$ (2)

其中, $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ 。

将式(2)表示为矩阵形式,令

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_{i+1} - x_i & y_{i+1} - y_i & z_{i+1} - z_i \\ x_{i+2} - x_i & y_{i+2} - y_i & z_{i+2} - z_i \\ x_{i+3} - x_i & y_{i+3} - y_i & z_{i+3} - z_i \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = \left(X Y Z \right), \tag{4}$$

$$\mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} s_i^2 - s_{i+1}^2 + r_i^2 - r_{i+1}^2 \\ s_i^2 - s_{i+2}^2 + r_i^2 - r_{i+2}^2 \\ s_i^2 - s_{i+3}^2 + r_i^2 - r_{i+3}^2 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

则有

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{c},\tag{6}$$

即

$$x = A^{-1}c, (7)$$

即将球面交会问题转化为平面交会问题进行求解^[13],最终求得定位坐标。

则定位误差err为

err =
$$\sqrt{(X-x_0)^2 + (Y-y_0)^2 + (Z-z_0)^2}$$
.

测距误差对定位精度的影响最大(其他误差,诸如基阵姿态误差、基阵阵元位置误差等,可以通过预先校准减小、修正),而测距误差主要由声速误差和测时误差造成。

小范围内若不考虑声线弯曲,可使用平均声速 $[^{14]}$,因此本文中声速误差是由声速剖面仪的测量误差引起的,通常可以达到每秒亚米级别,一般不超过 $0.2~\mathrm{m/s}^{[15]}$ 。

通常测时误差是由电路的延时、脉冲前沿 测量误差和计数器的量化误差组成。电路的延 时在102 ns 量级以内, 可忽略不计; 计数器时 钟频率取 $f_{CLK}=2$ MHz,则造成的计时误差为 $1/f_{\rm CLK}=0.5~\mu {\rm s};~ 而脉冲前沿的测量是指通过$ 记录信号的发射时刻和到达前沿来测定,则脉冲前 沿测量误差主要由均值检波电路阈值(检测门限) 选取造成的信号前沿测量误差。因此,本文所述定 位系统正常工作的适用的物理基础为"检测门限> 噪声功率"。当声源与接收阵元距离超出一定范围 时,导致接收信号功率低于检测门限,信号到达时 延将不可测得,从硬件角度分析,在上述情况下,系 统将给出该通道下预设"未检测到时延"提示,故系 统会自动排除含有该接收阵元的子阵进行定位解 算(亦不参与后文所述优化处理)。当接收信号功率 大于检测门限时,检测门限选取造成的测时误差如 图1所示。

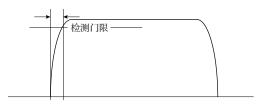


图 1 检测阈值造成的测时误差示意图

Fig. 1 Schematic diagram of measurement time error caused by detection threshold

检测阈值造成的测时误差可简单表示为nT=n/f,式中f为信号频率,T为信号周期,n表示不同的阈值选取导致在对信号到达时刻的检测存在最大几个信号周期的误差。若取信号频率 $f=100~\mathrm{kHz}$,且在一个周期内即完成对信号到达沿的检测,则该项测时误差为 $1/f=10~\mathrm{\mu s}$ 。由于接收阵元接收声能转换存在启振过程,且随着声源与接收阵元间的距离增加,信噪比减小,n往往大于1且随距离增大而增加。可见测时误差主要由检波和阈值比较电路造成。

记测量距离 $s_i = s_i' + \Delta s_i = c \cdot t_i$, s_i' 为声源与阵元之间的真实距离,测距误差 $\Delta s_i = \Delta c \cdot t_i' + \Delta t_i \cdot c' + \Delta t_i \Delta c \cdot c$ 为测量使用声速,c'为真实声速, Δc 为声速误差, t_i 为测量时延, t_i' 为真实时延, Δt_i 为测时误差,且 Δt_i 的最大值随真实距离增大而增加。此处设 Δt_i 的最大值为 $\alpha t_i'$,服从均匀随机分布且相互独立,简记为 $\Delta t_i \sim U(0, \alpha t_i')$ 。

因此, $\Delta s_i = \Delta c \cdot t_i' + (c' + \Delta c) \cdot \Delta t_i$,其数学期望为 $E(\Delta s_i) = \left[\Delta c + \frac{\alpha}{2}(c' + \Delta c)\right] \cdot t_i'$ 。

2 MSC短基线声学定位数据优化方法

为了满足短基线水声定位系统的适用性和高精度的要求,设计基阵通常由多个阵元组成,因此也将会获得多个测距数据。根据第1节分析,在由N个阵元构成的立方体接收阵中,仅采用4个阵元即可组成一个子阵进行定位,从而一次定位将会有 $C_N^4 = \frac{N!}{4!(N-4)!}$ 个定位结果,由于存在误差,将导致这些定位结果成为在一个空间范围内的多个离散点。

现假设声源的坐标为O=(x,y,z),随机选取N元立方体阵中的4个阵元组成一个子阵,已知接收换能器的坐标 P_i ,其中 $P_i=(x_i,y_i,z_i)$,i=1,2,3,4,通过测量声源与已知阵元之间的时间差,就可以得到声源与已知阵元之间的距离 s_i 。

根据切比雪夫大数定律,设 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 是一列相互独立的随机变量(或者两两不相关),他们分别存在期望 $E(x_k)$ 和方差 $D(x_k)$ 。若存在常数C使得 $D(x_k) \leqslant C, k = 1, 2, 3, \cdots, n$,则对任意小的正数 ε ,满足

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} E x_k \right| < \varepsilon \right\} = 1,$$

即随着样本容量n的增加,样本平均数将接近于总体平均数。当增加测距次数并求平均得到 $\overline{s_i}$,其误差 Δs_i 将趋于 $E(\Delta s_i)$ 。

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 = \bar{s}_i^2,$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$
 (8)

对式(8)进行分解得到式(9):

$$(x_j - x_{j+1})x + (y_j - y_{j+1})y + (z_j - z_{j+1})z$$

= $\lambda_j/2$, $j = 1, 2, 3$, (9)

式(9)中, λ_1 , λ_2 , λ_3 的表达式如下:

$$\lambda_{j} = \bar{s}_{j+1}^{2} - \bar{s}_{j}^{2} - x_{j+1}^{2} + x_{j}^{2} - y_{j+1}^{2} + y_{j}^{2} - z_{j+1}^{2} + z_{j}^{2}, \quad j = 1, 2, 3.$$
 (10)

分析方程(9),可将其化为矩阵

$$\begin{pmatrix} 2(x_1 - x_2) & 2(y_1 - y_2) & 2(z_1 - z_2) \\ 2(x_2 - x_3) & 2(y_2 - y_3) & 2(z_2 - z_3) \\ 2(x_3 - x_4) & 2(y_3 - y_4) & 2(z_3 - z_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

此处分析解得声源坐标x的情况

$$x = C_1 \lambda_1 + C_2 \lambda_1 + C_3 \lambda_1. \tag{12}$$

不考虑接收阵元坐标的误差,则在同一子阵下 C_1 、 C_2 、 C_3 为常数,所以此子阵下的x 误差分量的数 学期望为

$$E(\Delta x) = E(C_1 \Delta \lambda_1 + C_2 \Delta \lambda_2 + C_3 \Delta \lambda_3)$$

$$= 2C_1(s'_2 \cdot E(\Delta s_2) + E^2(\Delta s_2) - s'_1 \cdot E(\Delta s_1)$$

$$- E^2(\Delta s_1)) + 2C_2(s'_3 \cdot E(\Delta s_3) + E^2(\Delta s_3)$$

$$- s'_2 \cdot E(\Delta s_2) - E^2(\Delta s_2)) + 2C_3(s'_4 \cdot E(\Delta s_4)$$

$$+ E^2(\Delta s_4) - s'_3 \cdot E(\Delta s_3) - E^2(\Delta s_3)). \tag{13}$$

化简为

$$E(\Delta x) = 2 \frac{\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)c^2 - c \cdot c'}{\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)} \omega, \qquad (14)$$

其中,

$$\omega = \left[C_1(t_2^2 - t_1^2) + C_2(t_3^2 - t_2^2) + C_3(t_4^2 - t_3^2) \right].$$

根据以上分析可以看出,若选取的某一子阵其各阵元与目标的时延 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 相差过大,即标准差过大,则运算结果将给最终定位结果代入较大误差,影响最终定位结果精度。因此,若将各子阵定位结果平均融合,则最终定位坐标X的误差 ΔX 将趋于其数学期望值,即

$$\Delta X \to E(\Delta X) = 2 \frac{\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)c^2 - c \cdot c'}{\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)} \bar{\omega}, \quad (15)$$

其中,

$$\bar{\omega} = \frac{1}{C_N^4} \sum_{\text{num}=1}^{C_N^4} \omega_{\text{num}}.$$

根据以上分析可以看出,如式(15)所示,各子阵定位误差与声源和各接收阵元间的距离相关。因

此,筛除 ω' 使得

$$\left|\frac{\sum\limits_{\mathrm{num} \ = \ 1}^{C_N^4} \omega_{\mathrm{num}}}{C_N^4}\right| > \left|\left(\sum\limits_{\mathrm{num} \ = \ 1}^{C_N^4} \omega_{\mathrm{num}}\right) - \omega'}{C_N^4 - 1}\right|,$$

即可达到减小误差的目的。

当多元阵短基线定位系统对某目标点进行定位时,部分子阵的阵元与目标点之间的 ω 与 $\bar{\omega}$ 同向且标准差过大(即判定为奇异值),则应将此子阵的定位结果筛除,避免其将较大误差代入最终结果。同时,筛除定位误差较大的子阵,可减小解算最终定位结果的运算量,提高系统运行效率。但考虑到定位空间范围内的声源定位结果并非均为奇异值,即筛除 ω 的个数门限 η 过多将会损失有效样本,导致定位精度减小。 η 的选取为经验参数,其值决定着参与融合的有效坐标值个数。

根据上面所述数据处理过程,可将本文方法实现过程分为如下步骤:

步骤1 按式(8)所示,将短基线水声定位系统N个阵元接收数据进行分组,得到 C_N^4 组数据组(即 C_N^4 个子阵);

步骤 2 解算各组 ω 值,并计算 $\bar{\omega}$;

步骤3 设置筛选门限 η ;

步骤 4 判定 $\bar{\omega}$ 正负, 若为正, 筛除使得 $\omega - \bar{\omega}$ 最大的 ω , 若为负, 则筛除使得 $\omega - \bar{\omega}$ 最小的 ω ;

步骤 5 筛除 ω 个数大于 η , 转至步骤 6, 否则转至步骤 4;

步骤6 进行定位解算,得到各子阵的定位结果 并融合,得到最终定位坐标。

3 数据处理分析

3.1 数值仿真分析

建模仿真分析过程采用MATLAB编程实现。考虑按照图2进行阵型布置,定位空间范围为如图所示一个球形空间,在球形空间边缘布置6个接收换能器,该6个换能器分别位于内接于球的立方体的某一顶角。在同一水平面上沿周向布置的A、B、C共计3个接收换能器,分别位于第1、第2、第3象限,在其铅垂方向同一水平面上沿周向布置的a、b、c共计3个接收换能器,分别位于第5、第7、第8象限。一航行器在定位球形空间内运动,发射信号。

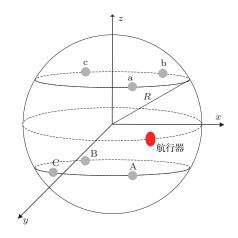


图 2 立方体阵示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cubic array

R为球形半径,r为阵元所在平面截面圆半径,阵元坐标分别为 (x_A, y_A, z_A) 、 (x_B, y_B, z_B) 、 (x_C, y_C, z_C) 、 (x_a, y_a, z_a) 、 (x_b, y_b, z_b) 、 (x_c, y_c, z_c) ,航行器的真实位置坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,解算位置坐标为 (x, y, z)。

设球形半径 R=200 m,接收信号功率均大于检测门限,检测门限大于噪声功率,取球体覆盖空间内最大声速误差为0.2 m/s,时延误差 $\Delta t_i \sim U(0,0.006t_i')$,同一声源坐标下测距100次取平均值,取筛选门限 $\eta=3$,即每次定位从15个定位数据中筛除3个定位数据。

根据第2节所述,方法流程如图3所示。

选取航行器高度为100 m, 遍历此高度整个圆形范围, 仿真结果如图4所示。

对比图4(a)和图4(b)可以看出,与传统方法相

比,本文提出的MSC方法可有效提高边缘区域定位 精度;同时,在传统方法定位精度较优的区域,本文 优化方法亦可保持较高精度,可见优化筛选并不会 筛除有效数据。

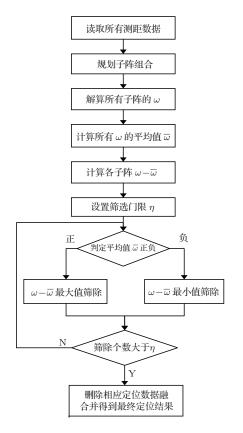
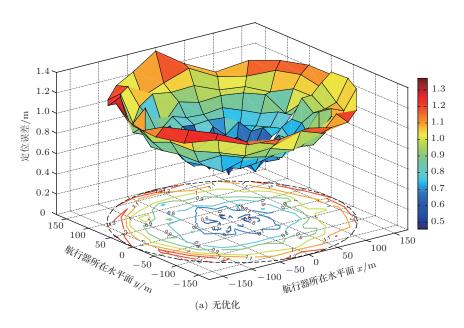


图 3 MSC 短基线定位优化方法流程图 Fig. 3 Flow chart of optimization algorithm of MSC short baseline positioning



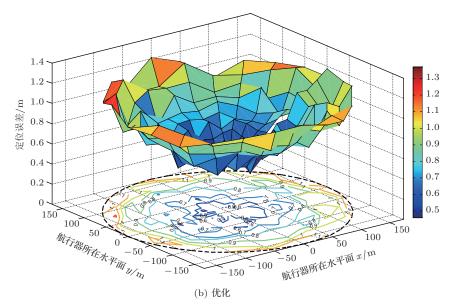


图 4 固定平面平均定位误差对比图 (颜色标尺物理量: 定位误差,单位 m)

Fig. 4 Comparison diagram of average positioning error of fixed plane

为进一步验证 MSC 方法的可行性,设计调节 航行器所处高度 z,使航行器坐标遍历整个球形覆盖 z 轴区域的各个圆形范围,仿真结果如图 5 所示。

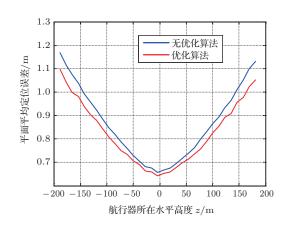


图 5 各平面平均定位误差对比图 Fig. 5 Comparison diagram of average positioning errors of each plane

从图 5 可以看出,随着水平高度 z 的变化,平面平均误差由高到低再到高,这是因为随着水平高度 z 的升高,航行器会逐渐远离阵元,后再靠近阵元,远离阵元时航行器与各阵元的时延 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 、 t_5 、 t_6 的标准差比靠近阵元时的标准差普遍要大,从而造成定位误差较大,这与上文分析结论一致。与无数据优化的定位方法相比,在其平均定位误差较小的平面内,数据优化的定位方法亦可保持相同的精度,图 5 中 z=0 附近可看到 MSC 方法定位误差基本与传统无优化方法的定位误差持平,这是因为在

z = 0的圆形范围, 航行器与各阵元的真实距离的标准差均较小, 而MSC方法筛选后的定位数据对总体定位精度影响微小; 而在传统无优化方法定位误差精度较差的平面内, 数据优化后可使其平均误差大幅降低。

3.2 实测数据处理分析

实验采用六阵元空间接收阵接收声源信号,布 阵形状与图2所示近似。实验接收阵及声源的布放 形式如图6所示,布阵采用硬连接方式张开,位于较 高水平面的阵元通过硬杆垂直固定,位于较低水平 面的阵元通过绳索并悬挂重物的方式保持垂直,通 过以上方式保持阵元坐标精度。长杆上标有刻度, 发射换能器依据杆上刻度和绳索悬挂重物入水,从 而保持声源坐标精度。



图 6 实验现场图 Fig. 6 Scene of test

应用声学

本次实验发射声源发射信号为 $f=100~\mathrm{kHz}$ 的 CW 波,计数器时钟频率为 $f_{\mathrm{CLK}}=2~\mathrm{MHz}$ 。同一声源坐标下测距 10 次取平均值。

接收阵元坐标如表1所示。声源坐标如表2 所示。

表 1 接收阵元坐标 Table 1 Coordinate of receiving sensors

阵元编号	X/mm	Y/mm	Z/mm
上层a	2451.05	0	-585
上层 b	0	-2452.35	-586
上层 c	0	2459.85	-600
下层 A	-2608.75	0	-4513
下层B	0	-2608.15	-4748
下层C	0	2618.15	-4711

表 2 声源坐标

Table 2 Coordinate of acoustic source

声源编号	X/mm	Y/mm	Z/mm
1	378.05	0	-2271
2	628.05	0	-2271
3	878.05	0	-1578
4	878.05	0	-2266
5	1128.05	0	-1578
6	1128.05	0	-2266
7	1378.05	0	-1578
8	1378.05	0	-2266
9	1628.05	0	-1578
10	1628.05	0	-2266
11	1878.05	0	-1578
12	1878.05	0	-2266
13	378.05	0	-2271
14	628.05	0	-2271
15	878.05	0	-1578
16	878.05	0	-2266

定位结果如图7所示。

由图7可知,相比无数据优化方法,采用本文方 法对数据进行优化可以得到较优定位精度,图7中 不同声源坐标处的定位误差均有所下降。实验中由 于实际场地和硬件条件限制,声源与阵元距离较近, 定位范围较小,环境干净,信噪比较好,时延误差与 声速误差的影响很小,使得定位误差较低,因此优化 算法对定位精度的优化程度有限,但确有提高,能够验证优化算法可以提高精度这一结论。

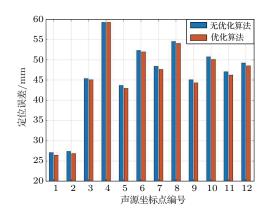


图 7 定位误差对比图

Fig. 7 Comparison diagram of positioning error

4 结论

本文提出了一种基于多子阵组合 (MSC) 的短基线声学定位数据优化方法,该方法利用空间阵的子阵中各阵元相对于目标的空间关系,对子阵进行筛选,即舍弃部分冗余数据,实现了整体声源定位精度的提高,使定位误差减小。利用计算机仿真和实际测试数据对 MSC 定位优化方法进行了验证和分析,表明本文提出的 MSC 定位优化方法可以实现定位精度的提高,同时与传统定位方法相比可有效减小运算量,提高整体定位系统的性能,便于适应基于短基线阵的高精度实时定位场景。

参考文献

- [1] Qin Z. Research for passive location system based on direction-finding of short baseline and time differences of long baseline[C]. Radar Conference, 2009 IET International, 2009.
- [2] Zhai Y Y, Gong Z B, Wang L, et al. Study of underwater positioning based on short baseline sonar system[C]. Artificial Intelligence and Computational Intelligence, 2009. AICI '09. International Conference on, 2009.
- [3] Smith S M, Kronen D. Experimental results of an inexpensive short baseline acoustic positioning system for AUV navigation[C]. OCEANS '97. MTS/IEEE Conference Proceedings, 1997.
- [4] 李守军,包更生,吴水根. 水声定位技术的发展现状与展望 [J]. 海洋技术, 2005, 24(1): 130-135.
 LI Shoujun, Bao Gengsheng, Wu Shuigen. A practical overview and prospect of acoustic positioning technology [J]. Ocean Technology, 2005, 24(1): 130-135.

- [5] 田坦. 水下定位与导航技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 12-13.
- [6] Milne P H, Underwater acoustic positioning systems[M]. Houston: Gulf Publishing Company, 1983.
- [7] 杨贵海, 李兵, 马锦垠. 短基线水声定位精度仿真研究 [J]. 海洋测绘, 2010, 30(3): 34-36.
 - Yang Guihai, LI Bing, MA Jinyin. Research on precision simulation of short baseline acoustic positioning system[J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2010, 30(3): 34–36.
- [8] Bayat M, Crasta N, Aguiar A P, et al. Range-based underwater vehicle localization in the presence of unknown ocean currents: theory and experiments[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(1): 122–139.
- [9] Ramezani H, Fazel F, Stojanovic M, et al. Collision tolerant and collision free packet scheduling for underwater acoustic localization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(5): 2584–2595.
- [10] 汝小虎, 柳征, 姜文利, 等. 带虚警抑制的基于归一化残差的野值检测方法 [J]. 电子与信息学报, 2015, 37(12): 2898-2905. Ru Xiaohu, Liu Zheng, Jiang Wenli, et al. Normalized residual-based outlier detection with false-alarm probability controlling [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(12): 2898-2905.

- [11] 庞菲菲,张群飞,史文涛,等. 基于 Parzen 窗的水下无线传感器网络目标定位方法 [J]. 电子与信息学报,2017,39(1):45-50.
 - Pang Feifei, Zhang Qunfei, Shi Wentao, et al. Target localization method based on Parzen window in underwater wireless sensor network[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(1): 45–50.
- [12] 李壮, 乔钢, 孙宗鑫. 基于短基线的 ROV 实时高精度定位系统 [J]. 高技术通讯, 2013, 23(12): 1230–1235.

 Li Zhuang, Qiao Gang, Sun Zongxin. A short baseline-based real-time, high-precision ROV position system [J]. Chinese High Technology Letters, 2013, 23(12): 1230–1235.
- [13] 付江楠. 短基线定位系统中通用宽带应答器的设计与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
- [14] 邢志刚, 封金星, 刘伯胜. 水声测距数学模型研究 [J]. 哈尔滨 工程大学学报, 2000, 21(3): 24-28. Xing Zhigang, Feng Jinxing, Liu Bosheng. Study of range mathematical model by underwater acoustics[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2000, 21(3): 24-28.
- [15] 张宇, 季晓燕, 张丹. 短基线水下定位原理及误差分析 [J]. 舰船电子工程, 2017, 37(7): 41–45.

 Zhang Yu, Ji Xiaoyan, Zhang Dan. Short baseline underwater positioning principle and error analysis[J]. Ship Electronic Engineering, 2017, 37(7): 41–45.