

◇ 研究报告 ◇

有黏条件气泡声散射特性和衰减谱数值研究^{*}

杜 娜 苏明旭[†]

(上海理工大学能源与动力工程学院 上海 200093)

摘要 通过研究有黏条件下的气泡散射模型,数值分析水中单气泡声散射特性,进一步结合 Beer-Lambert 定律将其扩展到多气泡体系的声衰减预测。数值结果表明,随着谐波阶数递增,散射强度分布数值结果趋于稳定且前向散射增强。同时发现,无因次尺寸参量 $ka = 0.1$ 为过渡区与纯散射区的分界线,且在共振区间具有明显的吸收效应。对多气泡体系的声衰减预测也表明, $ka > 0.1$ 时,该文气泡散射模型声衰减计算与经典 ECAH 模型结果吻合,在低浓度条件下声衰减谱随着剪切黏度的增加呈增宽趋势,且与体积浓度成正比例递增。模型预测的声衰减随粒径、声波频率、体积浓度分布数值特征能够为颗粒两相体系粒径及浓度表征提供理论依据。

关键词 超声,黏性,衰减

中图法分类号: TB551

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2019)06-0980-06

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.06.010

Numerical investigation on acoustic scattering property and attenuation spectrum of air bubbles with viscosity

DU Na SU Mingxu

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract By investigating the scattering model of bubble incorporating the effect of viscosity, the scattering characteristic of a single bubble in water is analyzed numerically. And, the sound attenuation by multiple bubbles is predicted combining the law of Beer-Lambert, which depicts that with the harmonic number increasing, the distribution of scattering intensity stabilizes, and the forward scattering by a single bubble enhances correspondingly. The non-dimensional parameter $ka (=0.1)$ is an important indicator for distinguishing the scattering and absorption, and the latter plays a dominate role in the resonance area. In addition, the attenuation of sound by multiple bubbles in water is consistent with the result of the classical ECAH model when ka is above 0.1, which yields a variation trend proportional to the changes of concentration, and the attenuation spectrum tends to broaden with the increase of shear viscosity at low concentration. The numerical characteristics of acoustic attenuation predicted by this model with particle size, frequency and concentration can provide theoretical basis for the measurement and characterization of particle size and concentration in the two-phase system.

Key words Ultrasound, Viscosity, Attenuation

2019-01-28 收稿; 2019-05-07 定稿

^{*}国家自然科学基金项目 (51776129)

作者简介: 杜娜 (1994-), 女, 江苏沭阳人, 硕士研究生, 研究方向: 超声法颗粒测量。

[†]通讯作者 E-mail: sumx@usst.edu.cn

0 引言

多相流中的颗粒粒度和浓度的测量问题广泛应用于工业生产、环保工程、医学研究等方面。气泡的声波散射特性和粒径表征也一直受到学者们的高度关注。例如, Leighton等^[1]通过实验研究了单个气泡的频率及声压特性; Wu等^[2]采用多对不同频率探头分别延伸频率范围, 将其拓展至多分散气泡测量; 兰庆等^[3]将理论与实验结合研究了微泡型超声造影剂对声传播衰减的影响。相较于光散射和图像等方法, 声学法对于浓度较高条件下气泡特性研究具有明显的优势。

在声学法气泡散射理论方面, Minnaert^[4]发现了球形气泡的共振散射现象并给出了忽略气泡表面张力和介质的黏滞阻力影响时气泡共振频率公式; Azzi等^[5]研究了单个气泡的声散射特性, 并推导了散射截面的计算公式; Pauzin等^[6]利用有限元分析软件计算出水中微米级气泡的共振散射现象。

不过, 上述学者的理论模型中没有将黏滞阻力因素考虑在内, 也没有推演到多气泡衰减问题。在对多相流中的气泡颗粒浓度及粒度测量中, 需要对介质及颗粒的物理性质有较全面的考虑, 其中介质的黏滞阻力对气泡的声散射特性影响不可忽略。故本文首先从理论上分析平面声波入射条件下水中单个球形气泡的声散射及吸收特性, 充分考虑介质的黏性对声波衰减的影响; 进一步拓展至多气泡体系的声衰减预测, 分析影响多气泡体系声衰减的因素, 通过理论模型的研究为声衰减法气泡粒度甄别和表征提供理论依据。

1 气泡散射理论模型

单气泡声散射模型的建立, 需要着重考虑声波作用下气泡对声波的散射及吸收特性, 散射截面 σ_{scatt} 、吸收截面 σ_{abs} 通常由多阶散射常量级数求和给出, 而消声截面 σ_{ext} 则直接由前二者之和给出^[7]:

$$\sigma_{\text{scatt}} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{|S_l|^2}{(2l+1)}, \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{abs}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left[1 - \left| 1 + \frac{2(-i)^l S_l}{(2l+1)} \right|^2 \right], \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{ext}} = \sigma_{\text{scatt}} + \sigma_{\text{abs}}. \quad (3)$$

为便于计算及理论分析, 本文采用了无量纲的量——散射系数 Q_{scatt} , 其表达式为 $Q_{\text{scatt}} = \sigma_{\text{scatt}}/\pi a^2$ 。类似定义消声系数及吸收系数(a 为气泡半径, l 为谐波阶数, k 为声传播波数)。散射函数 S_l 则由边界压力项、速度项及温度场条件给出^[7]:

$$S_l = -(i)^l (2l+1) \frac{\omega \rho j_l(ka) + i \beta_l k j_l'(ka)}{\omega \rho h_l(ka) + i \beta_l k h_l'(ka)}, \quad (4)$$

其中, ρ 为介质密度, $j_l'(ka)$ 和 $h_l'(ka)$ 分别为 l 阶第一类贝塞尔函数和汉克尔函数的导数。 β_l 为包含压力、速度及黏度项在内的系数, 计算中尤需注意复函数计算中的数据溢出问题^[8]。

对于入射声强为 I_0 的平面声波, 在距离球坐标系原点足够远处($kr \gg 1$)的点 (r, θ) 处的声散射强度 I 表示为^[9]

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{k^2 r^2} \text{Re} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} i^{l-m} S_l^* \times S_m \times P_l(\cos \theta) P_m(\cos \theta), \quad (5)$$

其中, P_l 、 P_m 分别为 l 、 m 阶勒让德级数, θ 为散射角, 上角标*表示共轭复数。

对于体积浓度 C_v (如气泡在气-水两相体系中所占体积百分比)的多气泡两相体系中, 可以进一步结合Beer-Lambert定律^[10]计算声衰减系数 α , 经推导后由式(6)给出,

$$\alpha = \frac{3Q_{\text{ext}}}{8a} C_v. \quad (6)$$

此外, 本文将采用Minnaert给出气泡共振频率经典公式^[4], 用于共振频率的验证:

$$f_{\text{Minnaert}} = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{3\gamma P}{\rho}}, \quad (7)$$

式(7)中, P 表示静压; γ 为气体比热容比, 在绝热条件下取 $\gamma = 1.4$; ρ 即为气泡周围的介质密度。

2 结果和讨论

为研究水中气泡声学特性, 表1给出了数值计算算例中用到气液物性参数, 温度为20℃(温度影响介质及气泡的物性参数)。根据第1节介绍的计算方法在MATLAB环境下编写程序, 建立气泡的声散射计算模型。

表1 空气、水的物性参数 (20 °C)

Table 1 Parameters of the medium and particle used in the numerical calculation

	水	空气
密度/(kg·m ⁻³)	998	1.21
压缩波速/(m·s ⁻¹)	1481	334.3
剪切黏度/(N·s·m ⁻²)	0.001	1.81 × 10 ⁻⁵

2.1 单气泡声散射特性

由前述及, 气泡散射是由无数次谐波的贡献组成, 数值上也随谐波阶数增加逐渐收敛。为确定单气泡声散射随谐波阶数 l 的变化, 以无因次尺寸参量 $ka = 5$ 为例, 设置不同谐波阶数调试程序。图1给出具有不同谐波阶数的单气泡散射强度分布, 可以看出不同阶谐波对声散射的贡献度, 当谐波阶数依次递增时, 散射旁瓣数表现出先增加后减小的趋势, 散射强度分布逐步稳定并表现为较强的前向散射 (与选取的 ka 值有关)。当谐波阶数增加到5时, 结果已趋于稳定, 至阶数为8~10时基本重合, 为兼顾计算准确性及效率, 后文中按 $l = 10$ 计算。

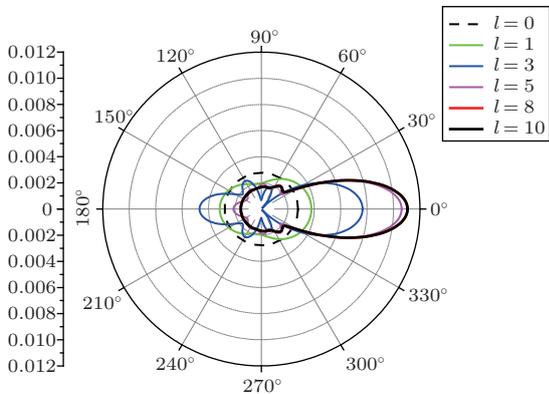


图1 单气泡散射强度分布随谐波阶数的变化
Fig. 1 Scattering intensity distributions with different orders l

进一步探究在有黏条件下单气泡的声散射特性, 讨论气泡散射系数及吸收系数随粒径的分布规律及不同静压力及频率下消声系数的变化趋势。图2为声波频率 $f = 5$ MHz, 气泡半径范围为 0.2~50 μm , 在不同的静压力 (0.1 MPa、0.6 MPa、1.5 MPa) 下, 散射系数及吸收系数随气泡半径的变化。可以看出, 在共振区, 吸收系数的数值明显大于散射系数, 原因在于共振引起了声能的剧烈耗散。

在非共振区如气泡粒径较大时, 吸收系数的量级与散射系数相比很小, 表明黏性阻尼项的影响减小, 而声波的弹性散射效应占了主导地位。

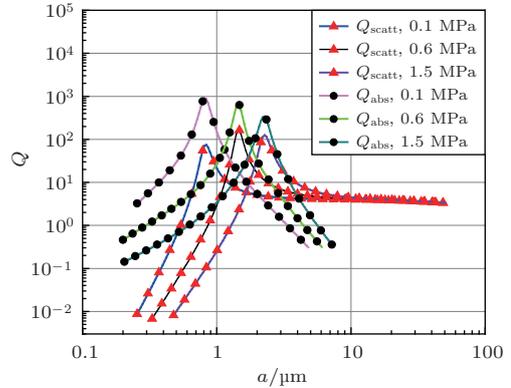


图2 散射系数及吸收系数随气泡半径变化
Fig. 2 Scattering and absorption coefficient as a function of bubble radius a

声波在介质中传播时, 其与颗粒、连续相介质产生相互作用, 从而强度随着传播距离的增加而逐渐减弱的现象称为声衰减 [11-12]。在不考虑声源本身的特性时, 声波传播过程中的衰减仅考虑吸收衰减和散射衰减 [13-15], 而消声系数可用于表征由散射和吸收效应引起的声衰减特性。图3给出了不同频率和压力条件下消声系数的变化趋势, 可以看出, 声波频率一定, 随静压力的增加, 共振区间右移且消声系数的峰值减小, 这表明声散射和吸收的总效应减弱 (结合图2), 即声波的衰减减小。在共振区右侧, 消声系数数值上呈递减趋势。从图3中还可以看出, 静压力一定 (0.1 MPa)、声频率 0.5 MHz 时消声系数的峰值较 5 MHz 时峰值大, 这表明此时共振区的衰减效应更明显。

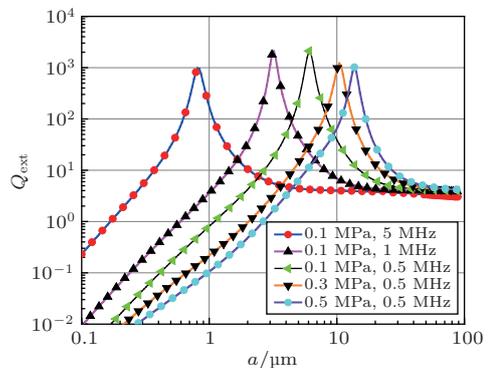


图3 不同压力及频率下消声系数随气泡半径变化
Fig. 3 Extinction coefficient as a function of a

为比较有黏条件与无黏条件下气泡声散射特性，图4给出了单气泡消声系数及散射系数随无量纲尺寸参量 ka 的变化曲线(均按静压力为0.1 MPa 计算)。从图4中可以看出，与有黏条件相比，无黏条件下消声系数表现为共振区更窄同时峰值更大。此外，在 $ka < 0.1$ 时(共振区)，吸收效应占比较强，散射相对较弱，为散射吸收过渡区。而在 $ka > 0.1$ 后，消声系数与散射系数曲线几乎重合，吸收效应几乎可以忽略， $ka = 0.1$ 为区分纯散射区与散射吸收过渡区的分界线。

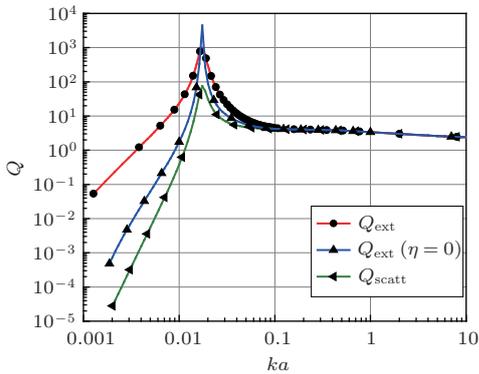


图4 消声系数随无量纲尺寸参量 ka 变化
Fig. 4 Extinction coefficient as a function of ka

2.2 多气泡体系声衰减

将单气泡的声散射特性推广至多气泡体系声衰减的预测，并与ECAH模型^[16-18]进行对比。ECAH模型首先由Epstein和Carhart提出，之后Allegra和Hawley发展了该模型，模型通过质量、动量和能量守恒定律，结合声学、热力学关系式获得在弹性、各向同性、导热颗粒和连续相介质中的波动方程，并在球坐标下按照Bessel函数和球谐函数的级数展开求解波动方程，在颗粒与介质界面运用边界条件，获得一个6阶的线性方程组，求解此方程组即可得到与声衰减有关的散射系数。如图5所示，对于气泡体积浓度 $C_v = 1\%$ ，超声频率为1 MHz、0.5 MHz及0.1 MHz，将本文气泡散射模型的计算结果与ECAH模型进行对比，可以发现，在气泡半径大于10 μm (即对应 $ka > 0.1$) 时，两种模型的计算结果吻合；反之，当 $ka < 0.1$ 时，即散射吸收过渡区，二者的计算结果存在一定偏差。原因在于ECAH模型建立的对象为液/固体颗粒声衰减预测，在过渡区对于吸收效应的考虑与本文气泡散射模型有所偏差。表2给出了不同共振频率时共振特征半径的计算结果。可以看出，对于三种不同超声

频率，ECAH模型计算得到的气泡共振特征半径最小，Minnaert经典公式的计算结果最大，本文计算值则介于二者之间。

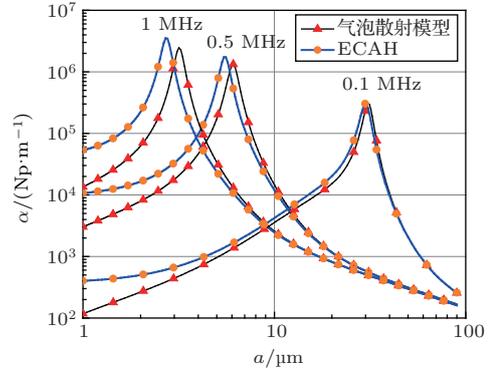


图5 声衰减在不同频率时随气泡半径的变化
Fig. 5 Attenuation as a function of bubble radius when frequency changes

表2 不同声波共振频率时气泡半径计算结果
Table 2 Value of bubble radius of different resonance frequency

	0.1 MHz	0.5 MHz	1 MHz
ECAH模型	29.99 μm	5.52 μm	2.72 μm
本文结果	30.95 μm	6.09 μm	3.18 μm
经典公式	32.83 μm	6.57 μm	3.28 μm

图6为气泡半径 $a = 20 \mu\text{m}$ ，气泡体积浓度 $C_v = 1\%$ 时的声衰减谱，当剪切黏度的数值增加时，共振频率保持不变，声衰减的峰值在不断的减小(20 $^\circ\text{C}$ 水中的剪切黏度的数值为0.001 $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$)，且声衰减谱逐渐展宽。结合图4中的分析可知，当无量纲尺寸参量 $ka > 0.1$ 时，剪切黏度对声衰减谱的影响逐渐减小，故表现为不同黏度时的声衰减谱曲线趋于一致。

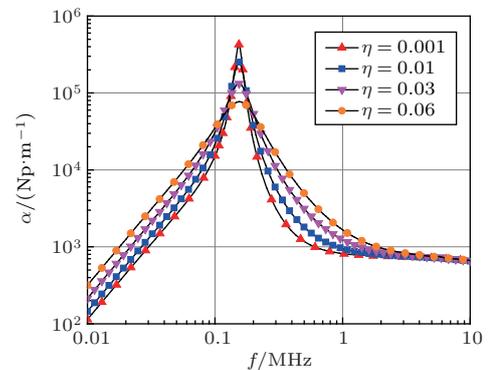


图6 不同剪切黏度下的声衰减谱
Fig. 6 Attenuation as a function of frequency

图7给出气泡体积浓度 $C_v = 1\%$, 半径 a 分别为 $30\ \mu\text{m}$ 、 $50\ \mu\text{m}$ 、 $80\ \mu\text{m}$ 的声衰减谱, 计算结果在数值及趋势上与ECAH模型保持一致。可以看出, 随着频率的增大, 或随着气泡半径增加, 声衰减呈减小的趋势(此时为非共振区)。同时, 图7中还给出了气泡半径 $a = 50\ \mu\text{m}$ 、体积浓度 $C_v = 2\%$ 时的声衰减谱, 可以看出, 随着体积浓度增加一倍, 声衰减呈正比例增加。

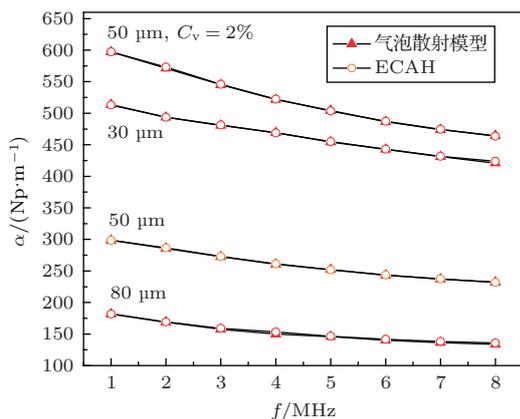


图7 声衰减随频率的变化

Fig. 7 Attenuation as a function of frequency

图8是声衰减随气泡体积浓度的变化, 气泡半径 $a = 50\ \mu\text{m}$, 频率 f 分别为 $1\ \text{MHz}$ 、 $3\ \text{MHz}$ 、 $5\ \text{MHz}$ 。从图8中可以看出, 随着体积浓度的增大, 声衰减增强, 且接近线性变化(适用体积浓度较低)。随声波频率增大, 声衰减呈减小的趋势, ECAH模型在选取声频段和气泡粒径范围内与其完全吻合, 不过相比较而言, 本文中气泡散射模型具有物理意义清晰、数值过程简单、易于拓展的优势, 并能在模型中直观反映黏性的影响。

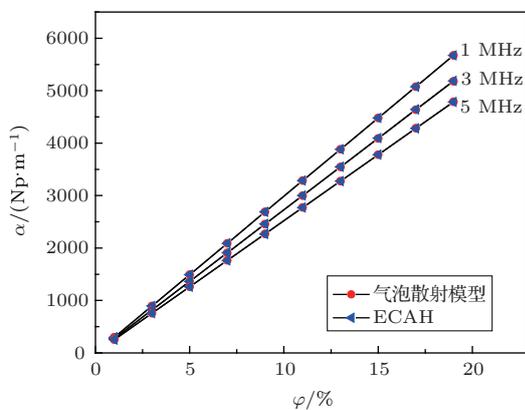


图8 声衰减随浓度的变化

Fig. 8 Attenuation as a function of concentration

3 结论

本文研究了有黏条件下单气泡的声散射特性及对多气泡的声衰减进行预测, 通过理论模型的建立以及计算, 得出以下结论:

(1) 通过对单气泡的声散射特性分析可得随着谐波阶数改变, 前向散射增加较为明显且散射旁瓣数先增加后减小。静压力增加时共振区偏移、声衰减减小; 频率较小时, 共振区的声衰减增强, $ka = 0.1$ 成为纯散射区与过渡区的分界线。

(2) 在对多气泡体系的声衰减进行预测中, 浓度一定时, 当 $ka > 0.1$ 时, 气泡散射模型的计算结果与ECAH模型吻合且剪切黏度影响声衰减谱共振峰的展宽和幅值。在非共振区, 声衰减随频率的增加而减小, 随体积浓度递增且在本文计算的浓度范围内呈线性分布。

本文的理论模型为气泡声衰减及气泡粒度表征提供理论依据。同时, 本文工作有助于后续将对多气泡的理论模型进行拓展以适用于更为复杂的混合颗粒两相流体系。

参 考 文 献

- [1] Leighton T G, Walton A J. An experimental study of the sound emitted from gas bubbles in a liquid[J]. European Journal of Physics, 1987, 8(2): 98-104.
- [2] Wu X J, Chahine G L. Development of an acoustic instrument for bubble size distribution measurement[J]. Journal of Hydrodynamics Ser B, 2010, 22(5): 330-336.
- [3] 兰庆, 王月兵, 曹永刚, 等. 超声造影剂衰减系数随时间变化特性研究[J]. 计量学报, 2018, 39(5): 702-707.
Lan Qing, Wang Yuebing, Cao Yonggang, et al. Study on the time-dependent change of attenuation coefficient of ultrasound contrast agent[J]. Acta Metrologica Sinica, 2018, 39(5): 702-707.
- [4] Minnaert M. XVI. On musical air-bubbles and the sounds of running water[J]. Philosophical Magazine, 1933, 16(104): 235-248.
- [5] Azzi V D, Celikkol B. Sound scattering from bubbles[J]. Journal of Sound & Vibration, 1971, 17(2): 143-148.
- [6] Pausin M C, Mensah S, Lefebvre J P. Finite element simulation of ultrasound contrast agent behavior[C]. The Proceedings of COMSOL Users Conference 2007 Grenoble, 2007.
- [7] Hsieh D Y, Plesset M S. Theory of the acoustic absorption by a gas bubble in a liquid[R]. California Institute of Technology, 1961.

- [8] Jia X, Shen J, Yu H. Calculation of generalized Lorenz-Mie theory based on the localized beam models[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2017, 195: 44–54.
- [9] Nishi R Y. The scattering and absorption of sound waves by a gas bubble in a viscous liquid[J]. *Acustica*, 1975, 33(2): 65–74.
- [10] Riebel U, Löffler F. The fundamentals of particle size analysis by means of ultrasonic spectrometry[J]. *Particle & Particle Systems Characterization*, 1989, 6(1–4): 135–143.
- [11] Richter A, Voigt T, Ripperger S. Ultrasonic attenuation spectroscopy of emulsions with droplet sizes greater than 10 μm [J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2007, 315(2): 482–492.
- [12] 袁月, 苗博雅, 安宇. 声波在含气泡液体中传播特性及产热效应[J]. *应用声学*, 2018, 37(5): 717–721.
Yuan Yue, Miao Boya, An Yu. Investigation on sound transmission and heat production in bubbly liquid[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2018, 37(5): 717–721.
- [13] McClements D J. Principles of ultrasonic droplet size determination in emulsions[J]. *Langmuir*, 1996, 12(14): 3454–3461.
- [14] 李运思, 苏明旭, 杨荟楠, 等. 混合弹性颗粒体系声衰减数值模拟[J]. *声学学报*, 2017, 42(5): 586–592.
Li Yungsi, Su Mingxu, Yang Huinan, et al. Simulation of ultrasonic attenuation in the elastic mixing particle system[J]. *Acta Acustica*, 2017, 42(5): 586–592.
- [15] Challis R E, Povey M J W, Mather M L, et al. Ultrasound techniques for characterizing colloidal dispersions[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2005, 68(7): 1541–1637.
- [16] Harker A H, Temple J A G. Velocity and attenuation of ultrasound in suspensions of particles in fluids[J]. *Journal of Physics D Applied Physics*, 2000, 21(11): 1576.
- [17] Hipp A K, Storti G, Morbidelli M. Acoustic characterization of concentrated suspensions and emulsions. 1. Model analysis[J]. *Langmuir*, 2002, 18(2): 391–404.
- [18] 苏明旭, 蔡小舒, 徐峰, 等. 超声衰减法测量悬浊液中颗粒粒度和浓度[J]. *声学学报*, 2004, 29(5): 440–444.
Su Mingxu, Cai Xiaoshu, Xu Feng, et al. The measurement of particle size and concentration in suspensions by ultrasonic attenuation[J]. *Acta Acustica*, 2004, 29(5): 440–444.