四分之一超导谐振腔的仿真对比

何吴冉,袁本政,刘福东,王立新,王卫龙[†],单征[†]

数学工程与先进计算国家重点实验室,郑州 450001 收稿日期:2022-10-25;接收日期:2023-01-30

【摘要】 超导量子电路已成为实现量子计算机的主流技术路线之一,其中四分之一波长超导谐振腔主要用于读取 量子比特的状态信息,是实现超导量子电路的关键器件.本文设计了四分之一波长超导谐振腔,利用两种电磁仿真 算法(有限元法以及矩量法),对超导谐振腔的传输特性进行建模仿真验证.制备出了设计的超导谐振腔样品,在 20±5 mK的低温环境下对其传输特性进行测量.通过仿真结果与设计值和实测值进行对比研究,发现基于矩量法 的 sonnet 软件在仿真准确性、仿真速率以及资源消耗等方面都优于基于有限元法的 HFSS 软件.同时研究了谐振 腔之间的串扰对仿真精度的影响,当谐振腔数目不多时,其相互之间串扰的影响几乎可以忽略.

关键词:共面波导谐振腔,超导量子比特,有限元法,串扰

PACS: 31. 30. J, 03. 67. Lx, 02. 70. Dh, 85. 25. Am

DOI: 10.13380/j.ltpl.2022.06.004

Simulation Comparison of Quarter-Wavelength Superconducting Resonators

HE Haoran, YUAN Benzheng, LIU Fudong, WANG Lixin, WANG Weilong[†], SHAN Zheng[†]

 $State\ Key\ Laboratory\ of\ Mathematical\ Engineering\ and\ Advanced\ Computing\ ,\ Zhengzhou\ 450001$

Received date: 2022-10-25; accepted date: 2023-01-30

(Abstract) Superconducting quantum circuits have become one of the mainstream technical routes to realize quantum computers, where quarter-wavelength superconducting resonators are mainly used to readout the information of qubit state and are the key devices for realizing superconducting quantum circuits. In this work, a quarter-wavelength superconducting resonator is designed. Two electromagnetic simulation algorithms (finite element method and moment method) are used to model and simulate the transmission characteristics of the superconducting resonator. The designed superconducting resonator sample was prepared and its transmission characteristics were measured at a low temperature of 20 ± 5 mK. By comparing the simulation results with the design values and measured values, it is found that the sonnet software based on the method of moments is superior to the HFSS software based on the finite element method in terms of simulation accuracy, simulation speed and resource consumption. At the same time, the influence of crosstalk between resonators on simulation accuracy is studied. When the number of resonators is small, the influence of crosstalk between resonators can be almost ignored.

Keywords: Superconducting resonators, Simulation, Electromagnetic simulation algorithms, Crosstalk

[†] zzzhengming@163. com; wlwang19888@163. com

PACS: 31. 30. J, 03. 67. Lx, 02. 70. Dh, 85. 25. Am

DOI: 10.13380/j.ltpl.2022.06.004

Reference method: HE Haoran, YUAN Benzheng, LIU Fudong, WANG Lixin, WANG Weilong, SHAN Zheng, Low. Temp. Phys. Lett. 44, 0409 (2022)

1 引 言

量子计算机因具有潜在的巨大计算能力而受到 广泛的重视与研究.由于与半导体技术的兼容性以 及可扩展性,超导量子计算近年来发展迅速,成为最 有希望构建实用量子计算机的方案之一[1-2]. 超导量 子电路是超导量子计算的核心,主要的器件包括共 面波导谐振腔和超导量子比特.共面波导谐振腔由 于设计自由度高、制备工艺灵活简单以及与量子比 特耦合方便、容易集成,同时可以避免一些不可控的 电容电感的偏离等特点,被广泛用于对超导量子比 特状态信息的色散读取[3-7],还可以用来研究量子比 特的退相干机制^[8-12]. 在远低于超导材料临界温度 的环境和近单光子的功率时,超导谐振腔的本征品 质因子越高,超导量子比特的相干时间越长[13].超 导谐振腔正常工作一般需要经过设计仿真、制备、封 装、低温测试四个过程.制备超导共面波导谐振腔的 工艺流程一般为:洗片、镀膜、涂胶、曝光、显影、刻 蚀、去胶七个环节.制备好的超导谐振腔样品封装好 后放入稀释制冷机中降温,借助矢量网络分析仪对 超导谐振腔的谐振频率进行测量.为使低温测试结 果与所设计的超导谐振腔的相关参数尽量保持一 致,这个过程需要经过多次优化迭代实验,每次迭代 的过程需要消耗较多的材料与时间.在制备环节之 前解决超导量子比特设备的最佳电路参数,设计和 仿真阶段至关重要.

本文首先介绍了两种电磁仿真算法的原理,结 合超导谐振腔的整体结构、制备工艺以及实际测试 设备,分别总结了一套谐振腔模型构建、边界以及激 励端口分配的方法,并应用两种软件对设计的谐振 腔版图进行了仿真实验,制备了谐振腔样品,在 20 mK 左右的低温环境下进行了实际测量. 根据从 公式计算的理论值,两种仿真软件的仿真值,以及样 品的实测值,评估了 HFSS 和 sonnet 两个电磁仿真 软件的准确性.结果表明, sonnet 仿真得到的谐振 频率与设计值相比,最大误差为3.3%,最小误差为 2.5%;与测试值相比,最大误差为1.86%,最小误 差为1.01%,无论从仿真的精确度还是仿真的速度 都优于 HFSS 仿真软件,并且没有多余的杂散电容 耦合情况. sonnet 对蓝宝石介电常数的赋值在不同 方向上是不一样的,更加切合蓝宝石各向异性的实 际特性,同时矩量法适合求解散射问题并且对谐振 腔模型的解析程度要比有限元法更加深入.最后研究谐振腔的数量对仿真精度的影响,对不同数量的谐振腔的模型仿真,两种仿真软件仿真谐振腔的腔频精确度的变化.从得到的数据可以看出 sonnet 仿真精确度浮动性相较于 HFSS 软件比较小, sonnet 仿真相较于 HFSS 软件仿真更加精确.

2 设计与仿真

2.1 参数设计

2.1.1 谐振腔的频率

设计的四分之一波长共面波导谐振腔版图如图 1 所示,谐振腔的一端对地平面短路并且有一段电 容耦合到传输线上,谐振腔的另一端通过电容耦合 到量子比特上.为了避免驱动信号的反射,传输线的 特性阻抗 Z。设计为 50 欧姆.对于单层电介质,特 征阻抗可以由如下公式计算^[14-15]

$$Z_{0} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{e,t}}} \frac{K(k')}{K(k)} \tag{1}$$

其中 $\varepsilon_{e,t}$ 是矫正薄膜厚度 t 后的有效介电常数, $K(k) = \int_{0}^{\pi/2} d\theta / \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}$ 是模量为k 的完全椭 圆积分.参数 k 和k'由谐振腔的几何参数决定即中 心导体的宽度 w,中心导体与地平面之间的槽宽度 s,金属膜厚度 t 和蓝宝石衬底的厚度h.

四分之一波长共面波导谐振腔的设计首先要确 定谐振腔的谐振频率 f₀,并据此计算出谐振腔的长 度 l.谐振腔的谐振频率 f₀由谐振长度 l,自由空间 里微波的速率 c 和衬底的介电常数 ε_r 共同决定.其 关系式为^[16]:

$$f_{0} = \frac{c}{4l} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_{r} + 1}} \tag{2}$$

本文实验以蓝宝石为衬底 $\epsilon_r = 10.0$,微波在自 由空间内的速率 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$,设计了如图 1 所示 的版图.

图 1 中八个谐振频率各不同的谐振腔耦合在一条共面波导传输线上,左起第一个谐振腔的谐振频率是 6.31 GHz,从左至右谐振频率依次递增 30 MHz,即频率依次为 6.31 GHz、6.34 GHz、6.37 GHz、6.40 GHz、6.43 GHz、6.46 GHz、6.49 GHz、6.52 GHz.在几百微米厚的蓝宝石衬底上镀 100 纳米左右厚的金属铝膜,根据衬底材料为蓝宝石,设计 共面波导中心导体 s 与两侧沟道宽度 w 的尺寸使



图 1 比特谐振腔版图 Fig. 1 8-qubit resonator layout

其输入阻抗满足 50 ohm,与外部测试设备保持一致.棕色部分是超导铝膜,蓝色部分是金属铝被刻蚀 掉后露出的蓝宝石衬底.

2.1.2 品质因子

品质因子 Q 是微波谐振腔的一个重要参数,它 表征一个微波谐振腔的频率选择性的优劣以及谐振 腔的储能与损耗之间的关系^[13]

$$Q_i = \frac{2\pi f_0 W}{P} \tag{3}$$

其中 W 是谐振腔一个谐振周期时间内存储的总能量, P 是谐振腔一个谐振周期时间内的能量耗散功率. 传输线与谐振腔之间的耦合强度、薄膜的介电损耗以及辐射损耗, 都可能会影响超导谐振腔的品质因子 Q. 在极低温环境下 ($T \ll T_c$, 对于铝, $T_c =$ 1.196 K)时, 负载品质因子 Q_i 主要由与耦合电容相关的品质因子 Q_c 决定

$$\frac{1}{Q_i} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \tag{4}$$

其中 Q_i 是考虑所有其他损失造成的能量泄露的内部品质因子,Q_e 是耦合部分的品质因子.图1设计的谐振腔器件的耦合区域是一个耦合电容器:谐振腔的一部分是平行的,并接近传输线.虽然 Q_e 不能通过耦合强度解析计算,但数值模拟表明,弱耦合会导致高品质因子.因此,所设计的 Q_e 的值可以通过改变平行于传输线的谐振腔的长度或它们之间的距离来调整.当然,耦合强度不应该设置得非常小;否则,谐振腔将不会被激发,无法对量子比特的状态进 .0412. 行观察.

- 2.2 模拟仿真
- 2.2.1 HFSS 仿真

HFSS软件对谐振腔建模的过程如图 2 所示, 将设计的谐振腔 GDS 文件导入 HFSS 中创建设计 工程,设置求解类型,根据实际的蓝宝石衬底的相关 参数(厚度,介电常数等),在 HFSS 中建立相应的 衬底模型;在传输线的两端添加激励端口,为了模拟 实际测试时的矢量网格分析仪的端口,为其分配 50 ohm 的集总端口;分配边界条件,由于谐振腔工 作在极低温超导环境下,所有金属都是超导体,所以 边界条件设置为 perfectE;最后是扫频范围的设置 和数据后处理,扫频范围应包含所设计的谐振腔频 率,最后运行仿真得到该谐振腔的 S₂₁ 曲线.



Fig. 2 The process of HFSS modeling

采用上述的建模方法,对八比特谐振腔版图进行建模,并仿真得到其 S₂₁ 曲线结果如图 3 所示.

图 3(a)中,中间蓝色部分为蓝宝石衬底,被真 空层包裹,传输线左边为1端口,右边为2端口,微



图 3 (a)谐振腔 HFSS 模型;(b)仿真结果 S₂₁ 曲线

Fig. 3 (a) Resonator cavity HFSS model; (b) S₂₁ curve of simulation results

波信号从1端口进入,从2端口出;从图3(b)中的 仿真结果来看,8个谐振腔的谐振频率依次是:5.26 GHz,5.72 GHz,6.07 GHz,6.93 GHz,7.03 GHz, 7.25 GHz,7.41 GHz,7.6 GHz.最右端有杂散电容 的影响.

2.2.2 sonnet 仿真

sonnet 是基于矩量法的电磁仿真软件, sonnet 中是对层状结构进行划分,将整个谐振腔模型分为 三层,最上层和最下层为 420 微米的真空层,中间一 层为 430 微米的蓝宝石衬底. 建模仿真流程如图 4 所示,导入设计的谐振腔 GDS 文件,将该部分金属 结构设置为 lossless 型,然后对蓝宝石衬底以及真 空结构的尺寸,材料进行设置,与 HFSS 不同的是, 在 sonnet 中,蓝宝石衬底的介电常数根据蓝宝石各 向异性的特性,在不同方向上的介电常数不同,在 x和 y 方向上介电常数为 9.3,在 z 方向上介电常数 为 11.5. 在传输线的两侧各添加 50 ohm 的端口,最 后设置扫频范围进行谐振腔模型的仿真以及数据后 处理得到谐振腔模型的 S_{21} 曲线.

采用上述的建模方法,对设计的谐振腔版图进行建模,并仿真得到其 S₂₁ 曲线结果如图 5 所示.





图 5(a)中的红色部分是包含传输线以及谐振 腔结构的超导金属层,从图 5(b)中的仿真结果来 看,8个谐振腔的谐振频率依次是:6.154 GHz, 6.165 GHz,6.178 GHz,6.204 GHz,6.228 GHz, 6.253 GHz,6.277 GHz,6.302 GHz.



图 5 (a) sonnet 谐振腔模型;(b) sonnet 仿真谐振腔得到的 S_{21} 曲线 Fig. 5 (a) sonnet resonator model; (b) S_{21} curve obtained by sonnet simulation resonator

3 制备及测试

为了验证设计的八比特谐振腔版图各个谐振腔 的谐振频率是否跟设计的谐振频率一致,以及验证 两种仿真软件的仿真准确性,将设计的谐振腔版图 加工制备,最后测试其传输特性.

3.1 制备

首先将蓝宝石衬底分别用丙酮、异丙醇、水超声 清洗,没有进行退火的处理,烘干之后用超真空镀膜 机在衬底表面镀一层 100 纳米厚的金属铝膜,接下 来在样品表面上旋涂,烘烤光刻胶,涂完胶以后对样 品进行激光直写的光刻处理,光刻后采用干法刻蚀 将不需要的薄膜刻蚀掉,刻蚀后进行去胶操作得到 设计的图案.制备流程如图 6 所示.



Fig. 6 Photolithography and etching process of the resonator

3.2 低温测试

将制备好的谐振腔样品放入稀释制冷机中,当 温度达到 20 mK 左右时,用矢量网络分析仪测试谐 振腔的 S₂₁ 曲线.制作的谐振腔样品芯片在显微镜 下的图片以及测试结果如图 7 所示.





测得的 8 个谐振腔的谐振频率分别为 6.217 GHz,6.247 GHz,6.294 GHz,6.321 GHz,6.34 GHz,6.368 GHz,6.395 GHz,6.421 GHz.制备的 谐振腔基本满足设计时相邻谐振腔之间相差 30 MHz的要求.

的差异.

两种仿真软件在同一台设备上仿真所消耗的内存,运行的仿真时间如下表.

表1 仿真结果对比

Table 1 Comparison of simulation results

仿真软件	消耗内存	分块数	仿真时间
HFSS	5.51 GB	320369	5h4min27sec
sonnet	3.363 GB	28414	1h42min48sec

仿真相同的谐振腔模型结构, sonnet 仿真消耗的内存要比 HFSS 少, 分块数少于 HFSS, 仿真时间比 HFSS 快. 有限元分析法对 Maxwell 方程的微分形式在频域条件下进行求解, 将待仿真的模型结构

4 理论、仿真和实验结果的对比

在进行对比时,应尽可能保证除了仿真软件所 用的电磁场仿真算法之外,其他的因素例如谐振腔 模型结构、尺寸大小、材料属性、频率扫描范围等相 同.图8是分别用 HFSS和 sonnet 仿真软件对相同 设计的谐振腔进行建模仿真,并设置相同的扫频范 围4~8 GHz,扫频点数为1001. 从得到的仿真结果 中得出两个仿真软件在仿真的精度与仿真的速度上 划分网格,其求解的未知量是每一个小网格的电场 与磁场.通常在待仿真的金属结构和模型结构变化 比较复杂的部分,网格划分的更密.从原理上,有限 元分析法可以对任意形状的结构进行求解,类似于 暴力求解算法,对要仿真的模型结构的要求限制少, 但是是以消耗的仿真资源为代价,消耗的仿真资源 大,仿真速度慢.矩量法是对 Maxwell 方程的积分 形式在频域条件下求解,求解的是金属的表层电流 分布.矩量法是将提前将整个无限大的模型结构的 背景信息已经包含在了格林函数之中,在进行仿真 计算时,它仅对带仿真求解的金属模型结构划分网



格,而不需对介质层划分网格,因此对同一谐振腔模型划分的网格数目会小于有限元分析方法.因此对 于该谐振腔模型结构,矩量法求解速度快、消耗计算 资源少.

设计、测试、仿真得到的谐振腔频率结果如图 9.

sonnet 仿真品质因子是用的软件的内置函数 计算得到的, HFSS 以及实测的品质因子值是数据 公式拟合得到的. 仿真, 实测得到的品质因子结果如 图 10 所示, sonnet 得到的品质因子值相较于 HFSS 以及实测拟合的值相差较大.



图 8 (a)sonnet 谐振腔模型;(b)HFSS 谐振腔模型 Fig. 8 (a) sonnet resonator model; (b) HFSS resonator model



从图 3(b)和图 5(b)中的仿真结果发现 sonnet 仿真得到的曲线均匀分布,并且只有八个极值点,符 合谐振腔的数目,HFSS 仿真得到的曲线上面极值 点数目明显多余谐振腔数目,杂散电容的影响比较





Fig. 10 The error results are compared with the resonator quality factor obtained by test and simulation

多,并且曲线呈现不规则的特点;表 2 中误差 ST 表示 sonnet 仿真结果与实测值之间的误差;误差 HT 表示 HFSS 仿真结果与实测值之间的误差;误差 ST 表示 sonnet 仿真结果与设计值之间的误差;误

差 HT 表示 HFSS 仿真结果与设计值之间的误差. sonnet 仿真得到的谐振频率与设计值相比,最大误 差为 3.3%,最小误差为 2.5%;与测试值相比,最大 误差为 1.86%,最小误差为 1.01%. HFSS 仿真得 到的谐振频率与设计值相比,最大误差为 16.6%, 最小误差为 4.7%;与测试值相比,最大误差为 18.4%,最小误差为 3.56%.从以上误差数据可以 看出 sonnet 仿真精确度浮动性相较于 HFSS 软件 比较小.sonnet 仿真相较于 HFSS 软件仿真更加精 确.衬底材料介电常数的准确性对仿真精确值产生 了很大的影响.

:	表 2	误差结	果	对比	
Table 2	Com	parison	of	error	results

误差类型	误差值/%							
误差 ST	1.01	1.31	1.84	1.85	1.77	1.81	1.86	1.85
误差 HT	15.4	8.43	3.56	9.63	10.9	13.9	15.9	18.4
误差 SD	2.5	2.8	3	3	3.1	3.2	3.3	3.3
误差 HD	16.6	9.8	4.7	8.2	9.3	12.2	12.4	16.6

5 谐振腔之间的串扰与仿真精度的关系

随着比特规模逐渐增大,谐振腔之间的串扰对 仿真的影响也愈加明显.为了仿真谐振腔之间的串 扰,用 sonnet 对八比特谐振腔用上述建模方法建立 谐振腔模型,仿真结果如图 11 所示.对于谐振腔 1-4,谐振腔与谐振腔之间的间隔是 48 微米,对于谐 振腔 5-8,谐振腔与谐振腔之间的间隔是 148 微米.



从图中的数据可以看出,增大两个谐振腔之间 的间距,串扰带来的影响在 5 MHz 以内,证明八比 特谐振腔的间距设计合理,相邻之间的串扰较小,同 时反映出 sonnet 仿真精确度浮动性比较小,不同模 型之间的仿真误差在几 MHz 以内.

6 讨论部分

从两个软件对谐振腔模型的解析程度来看,有 限元法要小于矩量法.有限元法可以用有限的、相互 关联的单元模拟无限的复杂体,无论多么复杂的几 何体都能用相应的单元简化,从而建模分析计算出 结果.使复杂的、感觉无处下手的工程问题简单化, 从表 2 的数据看,相较于 sonnet 的仿真结果,HFSS 仿真的精确度浮动性比较大.可能是由于单元插值 造成的大变形问题中的网格畸变.

虽然有限元法跟矩量法本质上都是把问题离散 化,将微积分方程转化为线性方程.但是有限元法基 函数的定义域限于本单元,其余区域为0,因此所建 立的矩阵方程中,矩阵元素大多数是0,即为稀疏矩 阵;矩量法求解时所建立的矩阵方程是满阵,所以矩 量法适合求解散射问题,散射参数(S参数)是反映 共面波导谐振器特性的一个重要参数,也是矢量网 络分析仪测量的主要性能指标之一. 矩量法用于无 源电路分析.蓝宝石衬底在晶体格子构造中,除对称 原因外,往往不同方向质点的排列是不一样的,呈现 出各向异性,因此介电常数在不同方向上的数值通 常都是不一样的. HFSS 材料库中对于蓝宝石的介 电常数赋值为10.0,而在 sonnet 中考虑到了蓝宝石 各向异性的特性,设置的介电常数在 x 和 y 方向上 为 9.3, z 方向上为 11.5. 综上, sonnet 仿真谐振腔 的准确性要优于 HFSS.

7 结 论

本研究基于两种不同的电磁仿真算法对同一谐

• 0416 •

振腔设计进行建模仿真其传输特性,通过镀膜刻蚀 工艺制作了该设计,最后低温测试了其传输特性.根 据三个来源的结果,评估了 HFSS 和 sonnet 仿真谐 振腔的准确性. HFSS 和 sonnet 对同一八比特谐振 腔模型仿真得到的谐振腔谐振频率的平均误差率分 别为 9.92%和 6.275%.衬底材料介电常数的准确 性对仿真精确值产生了很大的影响.sonnet 仿真谐 振腔的谐振频率比 HFSS 更加准确,同时 sonnet 应 用矩量法将整个谐振腔的模型等信息已经包含在了 格林函数之中,在进行仿真计算时,仅需对待求解的 金属结构划分网格,而不需对介质层划分网格,所以 仿真消耗的内存少,仿真得速率快.最后用 sonnet 仿真验证了八比特谐振腔在串扰方面设计的合理 性.sonnet 仿真的优势极大的缩短了优化设计的周 期,增大了设计的谐振腔版图的准确性与可行性.为 解决大规模超导量子比特芯片设计时会出现的频率 拥挤以及频率的容错性减小问题提供了思路,同时 对大规模超导量子电路的设计仿真做铺垫.

参考文献

- [1] P. Krantz, M. Kjaergaard, F. Yan, T. P. Orlando, W. D. Oliver, Phys. Rev. Lett., 6(2019), 021318
- [2] S. Kwon, A. Tomonaga, G. L. Bhai, S. J. Devitt, J. S. Tsai, J. Appl. Phys., 129 (2020), 041102
- [3] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, R. J. Schoelkopf, Nature, 431 (2004), 0
- [4] P. J. Leek, M. Baur, J. M. Fink, R. Bianchetti, L. Steffen,
 S. Filipp, A. Wallraff, *Phys. Rev. Lett.*, **104** (2010), 10
- [5] L. DiCarlo, M. D. Reed, L. Sun, B. R. Johnson, J. M. Chow, J. M. Gambetta, L. Frunzio, S. M. Girvin, M. H. Devoret, R. J. Schoelkopf, *Nature*, 467 (2010), 7315
- [6] M. Mariantoni, H. Wang, R. C. Bialczak, M. Lenander, E. Lucero, M. Neeley, A. D. O'Connell, D. Sank, M. Weides, J. Wenner, T. Yamamoto, Y. Yin, J. Zhao, J. M. Martinis, A. N. Cleland, *Nat. Phys.*, 7 (2011), 4
- [7] P. K. Day, H. G. Leduc, B. A. Mazin, A. Vayonakis, J. Zmuidzinas, Nature, 425 (2003), 12

- [8] C. E. Murray, J. M. Gambetta, D. M. Mcclure, M. Steffen, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., (2017), 99
- [9] G. Calusine, A. Melville, W. Woods, R. Das, C. Stull, V. Bolkhovsky, Appl. Phys. Lett., 112 (2017), 6
- [10] C. Wang, C. Axline, Y. Y. Gao, T. Brecht, Y. Chu, L. Frunzio, Appl. Phys. Lett., 9 (2015), 16
- [11] J. Wenner, R. Barends, R. C. Bialczak, Appl. Phys. Lett., 99 (2011), 11
- [12] W. Qiu, K. Makise, H. Terai, Y. Nakamura, Z. Wang, J. Phys. Conf. Ser., 507 (2014), 4
- [13] L. Z. Zheng, B. J. Zhu, B. Wu, Y. D. Huang, J. Chen, R. Huang, *IEEE J. Quantum Electron.*, 38(2021), 4
- [14] K. C. Gupta, R. Gargand I. J. Bahl, *Microstrip Lines and-Slotlines*, 2nd ed, Norwood MA: Artech House, (1996)
- [15] R. N. Simons, Coplanar Waveguide Circuits, Components, and Systems, New York, (2001), 203-217
- [16] 张倍红. 低温超导状态下微波共面波导谐振器的研究[D]. 西 南交通大学,(2014)