

基于线性规划的高温超导磁体线圈设计方法

杨亦霖^{1,2†}

1. 中国电子科技集团公司第十六研究所, 合肥 230088;

2. 中电博微电子科技有限公司, 合肥 230088

收稿日期: 2019-12-05; 接收日期: 2020-02-28

【摘要】 电子真空回旋器件是一种对磁场精度要求较高的微波源装置, 一般采用超导磁体提供磁场环境. 超导磁体的应用中, 磁场分布的实现是超导磁体设计的核心问题. 提供回旋器件磁场的高温超导磁体包含较复杂的磁体绕组, 为了解决此类设计计算问题, 本文提出了一种包含设计区域约束的线性优化方法进行回旋器件高温超导绕组的设计优化, 通过分步的约束和线性优化计算, 可得到同时满足设计要求和绕组可实现的设计磁场电流分布设计. 计算实例的结果给出了一个提供磁场强度 1.3 Tesla, 长度 285 mm 的均匀磁场区域, 同时满足多位置的磁场要求, 设计结果与要求一致度较好, 精度满足应用需求. 该计算方法是一种可适用于较复杂磁场要求和超导绕组结构的设计优化方法.

关键词: 回旋管, 线性规划, 高温超导, 磁体设计

PACS: 7460, 7490, 0290

DOI: 10.13380/j.ltpl.2020.01.007

Design Method of High Temperature Superconducting Magnet Coil Based on Linear Programming

YANG Yilin^{1,2}

1. *The 16th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Hefei 230088;*

2. *China Bowei Electronics Technology Co. LTD, Hefei 230088*

Received date: 2019-12-05; accepted date: 2020-02-28

【Abstract】 Gyrotron is a kind of millimeter-wave source device which requires precise high field that usually generated by superconducting magnet. Here, we concern about winding design of High-temperature superconducting magnets which constructed by double-pancakes, appeared more complex when providing precise magnetic field. In order to solve the problem of this kind, this paper proposes a linear programming optimization method with constrained values for the HTS winding design. By imposing constraints on values by steps, optimization result can be obtained which meet both the winding requirements and the current distribution in conductor. The result of the programming example needs providing a uniform magnetic field region with magnetic field strength of 1.3 Tesla and length of 285 mm, and also specific multiple positions at the same time. The design results are in good agreement with the requirements, and also the accuracy. This design optimization method can be applied to complex magnetic field requirements and superconducting winding structure as well.

Keywords: Gyrotron, Linear programming, High-temperature superconductivity, Winding design

[†] keybridge@yeah.net

PACS: 7460,7490,0290

DOI: 10.13380/j.ltpl.2020.01.007

Reference method: YANG Yilin, Low. Temp. Phys. Lett. **42**, 0052 (2020)

1 引言

电子回旋管高功率微波器件通常需要满足设计应用要求的磁场引导和约束. 用于产生引导磁场的组件一般是永磁体或超导磁体^{[1]-[3]}. 高温超导磁体具备更高的临界性能, 可以实现 40 K 以上温区的高场下载流, 其应用可以进一步提高系统的可移动性和小型化程度.

磁场系统在回旋管类电子真空微波放大器件中, 提供回旋电子束的引导和稳定回旋半径的波束相互作用, 因此, 对磁场精度和磁场分布要求较高, 尤其是在波注相互作用区, 一般在较长的电子束路径上有较高的均匀度和精度要求. 高精度超导磁体的设计是研制该类型磁体的基础, 通常一般是采用数值方法设计和优化. 数值优化的基本方法均是在给定设计区域内进行线圈排布的寻优, 其应用的数学方法非常多样, 包括遗传算法、模拟退火算法, 以及线性优化算法, 非线性优化算法等. 非线性变量的遗传算法及模拟退火算法等可以进行直接的寻优计算, 但是计算量较大, 有时无法得到理想的计算结果; 线性优化算法的优化计算效率高, 但是得到的结果通常需要进一步工程化, 以得到可实现绕制的磁体线圈. 这些设计方法各有优势, 同时可以交替使用, 以达到理想的计算效率和结果精度^[4].

线性规划方法应用于核磁共振成像背场磁体的设计已有一些相关的研究^[5], 实现超导股线绕组在球形区域内的均匀磁场设计. 采用第二代高温超导带材的高温超导磁体, 超导磁体绕组一般为双饼结构(Double-Pancake)^[6], 磁体为多个双饼线圈的组合, 考虑导热及结构强度的要求, 双饼间具有一定的间距, 这与股线型绕制的超导磁体有很大不同. 同时, 要实现较长轴线上的均匀分布, 一般需要较多组双饼线圈的组合形式实现, 这给线圈的设计工作带来了较大的困难.

本文考虑一种改进的线性优化方法, 以实现磁体线圈的计算及设计. 对设计计算变量进行约束, 以使线性优化的计算结果可通过线圈绕组实现. 应用改进线性优化的方法, 一方面, 能够充分发挥线性计算优化方法效率高的优势, 另一方面, 可以避免在线圈尺寸规范化和工程化过程中的误差.

2 设计计算方法的理论说明

超导磁体的磁场产生遵循电流的磁效应原理, 因此其磁场设计属于电流分布的设计问题, 同时也是超导线圈分布的问题. 电流的磁效应可以进行线性累加的特征决定了其可以利用线性规划的优化方法进行计算, 同时, 这与超导线圈绕组电流的叠加方式完全类似. 另外, 超导导体的应用设计需要充分考虑载流条件的限制. 从设计的角度, 结合数学的优化方法, 一般性基本思想可以构造一个网格化的电流分布设计区域, 建立设计目标磁场与设计区域离散网格的关系, 通过优化计算, 得到最优化的设计结果.

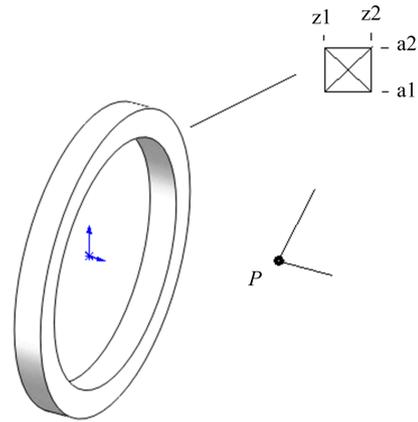


图 1 单元电流环在空间任意点上产生的磁场表达

在电流分布的设计区域中, 每个网格均可视为一个单独的电流环, 其对设计目标点的磁场贡献值可以应用解析表达式表示. 考虑螺线管型线圈的对称性特征, 在柱坐标下建立数学模型, 依据载流导体产生磁场的规律, 环形载流线圈在任一点 $P(\rho', \varphi', z')$ 上产生的轴向磁场在柱坐标下可以表示为:

$$B_\rho = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_{a_1}^{a_2} d\rho' \int_{z_1}^{z_2} \frac{-Z'(\rho' \cos\theta)}{r^3} dz'$$

$$B_z = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_{a_1}^{a_2} d\rho' \int_{z_1}^{z_2} \frac{-Z'(\rho' - \rho \cos\theta)}{r^3} dz'$$

积分区域 $-\Pi$ 到 Π $B_\varphi = 0$ (1)

其中, 载流微元到 P 点的距离 $r = (\rho'^2 + \rho^2 - 2\rho'\rho \cos\theta + z'^2)^{0.5}$; 载流微元到 P 点的夹角 $\theta = \varphi' - \varphi$. 这里的载流微元具有定义的尺寸, 表示实际的电流环. 通过式(1)可以计算载流电流环对任意点磁场的贡献.

常规的线圈设计区域中, 载流微元实际存在三

种可能情况,即无载流,正向载流,逆向载流.分别表达无线圈位置空间,正绕线圈和反绕线圈.设计计算转化为线性优化问题,考虑最优效率及成本因素,一般以线圈用量为优化目标函数,同时,引入一个表示线圈载流状态的特征函数 g ,以自变量 x 表示载流比例,即 $I = J * x$,可以表示为,

目标函数:

$$V = \sum_{i=1}^m V_i = 2\pi \sum_{i=1}^m r_i s_i g(x_i) = 2\pi s \sum_{i=1}^m r_i g(x_i) \quad x_i = [-1, 1]$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x_i \in (0, 1] \\ 0, & x_i = 0 \\ -1, & x_i \in [-1, 0) \end{cases} \quad (2)$$

约束条件:

$$\frac{|\sum_{i=1}^m B_i(p) - B_{\text{def}}(p)|}{B_{\text{def}}(p)} \leq \epsilon(p)$$

$$p = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中, ϵ 为预设精度偏差, B_{def} 为目标点磁场设计值, m 为离散网格数, N 为目标点数量.选取的目标点数量和目标点表达的磁场,应当能够描述磁场设计需求.

线性优化计算的目标函数最小化求解使计算结果趋向 $-1, 0$ 或 1 的取值.但是网格化的结果是自由分布的,设计结果与可实现的线圈分布无法对应,考虑进一步处理和计算.

对于高温超导磁体双饼线圈结构,采用对计算结果约束的方法实现设计计算.具体可以通过约束设计区域特殊位置的零值区域和非零值区域,实现对双饼线圈需求间隔和导冷结构空间进行预设,从而使设计结果满足要求.

对预设线圈间隔和导冷空间的约束可表示为,

$$x_i = 0, i \in \text{零值区域} \quad (4)$$

对指定线圈位置的约束可表示为,

$$x_i = 1, i \in \text{正向线圈区域}$$

$$\text{或 } x_i = -1, i \in \text{负向线圈区域} \quad (5)$$

预设后的线性计算结果在预设空间以外自由分布,通过反复调整预设空间,使计算结果最终满足设计要求,并且尺寸布局同时可以实际实现.

3 实例应用和方法讨论

应用上述方法,对一种回旋管高温超导磁体进

行设计计算.回旋管属于电子真空器件,电子束从电子枪发射到收集极较长的行程路径对磁场均有一定的要求,尤其在波注作用区对磁场的稳定度有较高的要求.拟设计一种回旋管高温超导磁体,在 50 K 实现磁体的超导工况,轴线上位于稳定磁场区域的最高轴向磁场强度为 1.3 Tesla,磁场区域范围为 290 mm,磁体两端位置轴向磁场的归一化强度为 0.26,设计精度拟达到归一化偏差小于 ± 0.005 .

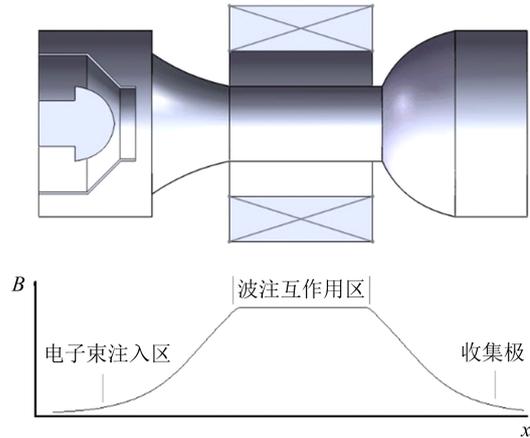


图 2 回旋管的磁场要求区域示意图

超导导体采用二代高温带材,绝缘后的带材截面宽为 4.15 mm,载流部分为超导薄膜,计算以截面电流均匀分布的假设.导体特性如表 1.

表 1 设计应用的绕组导体特性

超导体类型	导体截面尺寸 (绝缘后)/mm	临界特性	最小弯曲半径/mm
YBCO 带材	4.15 * 0.21	$I_{cB\perp}$ (1.5 T, 50 K): >160 A $I_{cB\parallel}$ (1.5 T, 50 K): >265 A	<20

依据磁场要求和线圈设计区域限制进行约束条件的建立,以及设计区域的网格化离散区域表达.应用较密集的目标位置点确定约束的磁场区域,在二维轴对称的平面内设置一系列的目标场点,同时,在符合布局空间位置的区域内设置匝数等分数或整倍数的网格表达拟设计的线圈分布.每个网格单元的径向尺寸为 1.05 mm,轴向尺寸为 0.83 mm,具有较高的分辨率,也可以完整的表达线圈尺寸.线圈的区域限制包括内径大小及轴向长度等.

应用自由的线性规划方法进行设计优化,设置

精度要求为 0.002, 计算加载电流为 67 A 时的自由分布最优解, 载流特征自变量的计算结果为轴对称截面的不规则边缘的电流分布的表达. 由计算结果

可以得到, 满足设计需求的为对称聚集的分布, 仅包含了非负电流的取值. 自变量的可视化网格表达可以较清晰的描述电流分布或磁体结构分布.

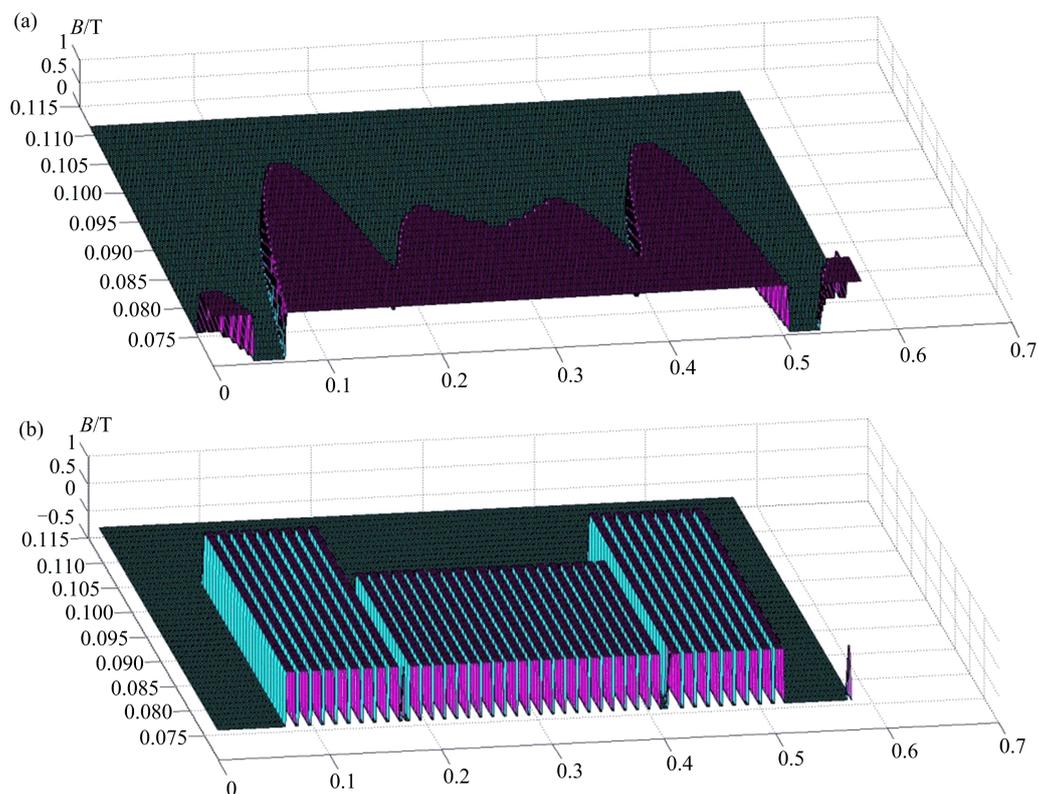


图3 设计结果的网格表达:(a)自由的线性规划的计算结果,(b)分步约束后的线性规划计算结果

依据工艺实现要求,在设计时,采用并列排布的双饼线圈,同时尽可能的采用相近的匝数以利于接头焊接和整体安装.考虑高温超导带材双饼线圈的实际结构,为了使设计可以实现,约束条件通过约束自变量 x 的值的方式实现.以单个双饼线圈的结构为例,在拟确定为线圈位置的网格区域约束为电流密度为工况条件的值,即 $x=1$;而在拟确定为间隔区域的网格区域约束为电流零值,即 $x=0$;依据需要还和在线圈部分设置为反向电流,即 $x=-1$.在整个设计区域加入适当约束使设计区域满足可实现的磁体结构.同时,对自变量的约束,除了要求约束的区域以外,设计区域内的其余表达电流分布的网格仍然是自由取值的.

逐步调整加入双饼线圈的几何结构约束,使满足要求的电流分布逐步接近于可实现的双饼线圈结构分布.通过自变量约束,复合的双饼线圈结构符合多线圈堆叠的结构形式,同时在磁体的双饼间留有间隙,符合导热的结构要求.最终调整约束后可得到

如图 3(b)所示的计算结果(网格与实际尺寸非等比例对应).图中约束部分以外的自由计算结果未出现较大面积的不规则自由分布区域,仅在中间线圈间隔处和边缘位置(约 $x=0.18$ 和 $x=0.57$)有点状不规则电流分布取值.由于计算精度预设值较高,且网格单元的精细程度有限,无法通过进一步调整并消除全部不规则区域.

由于匝数采用了整数倍网格划分,设计线圈在完成约束调整的同时,其双饼线圈的匝数也随之完全确定,调整约束并计算直接得到的线圈设计参数如表 2 所示.

通过有限元分析对设计参数的磁体线圈工作磁场进行分析,计算的磁场结果表明,磁体实现的磁场区域与设计参数一致度较好.两端点磁场归一化偏差分别为 0.00038 和 -0.00215 (0.3385 T 和 0.3352 T),均匀区域范围内最大偏差不超过 ± 0.004 ,由于线性计算结果中存在无法消除的点状不规则电流分布区域,偏差略大于计算预设值精度 0.002,但仍小于设

计偏差量要求 ± 0.005 ,满足设计需要.

表 2 绕组线圈设计结果参数

DP 线圈编号	起始径向位置/mm	轴向位置范围/mm	径向层数	电流方向
1~9	70	61.42~162.68	140	+
10~30	70	172.64~396.74	95	+
31~39	70	406.7~507.96	140	+

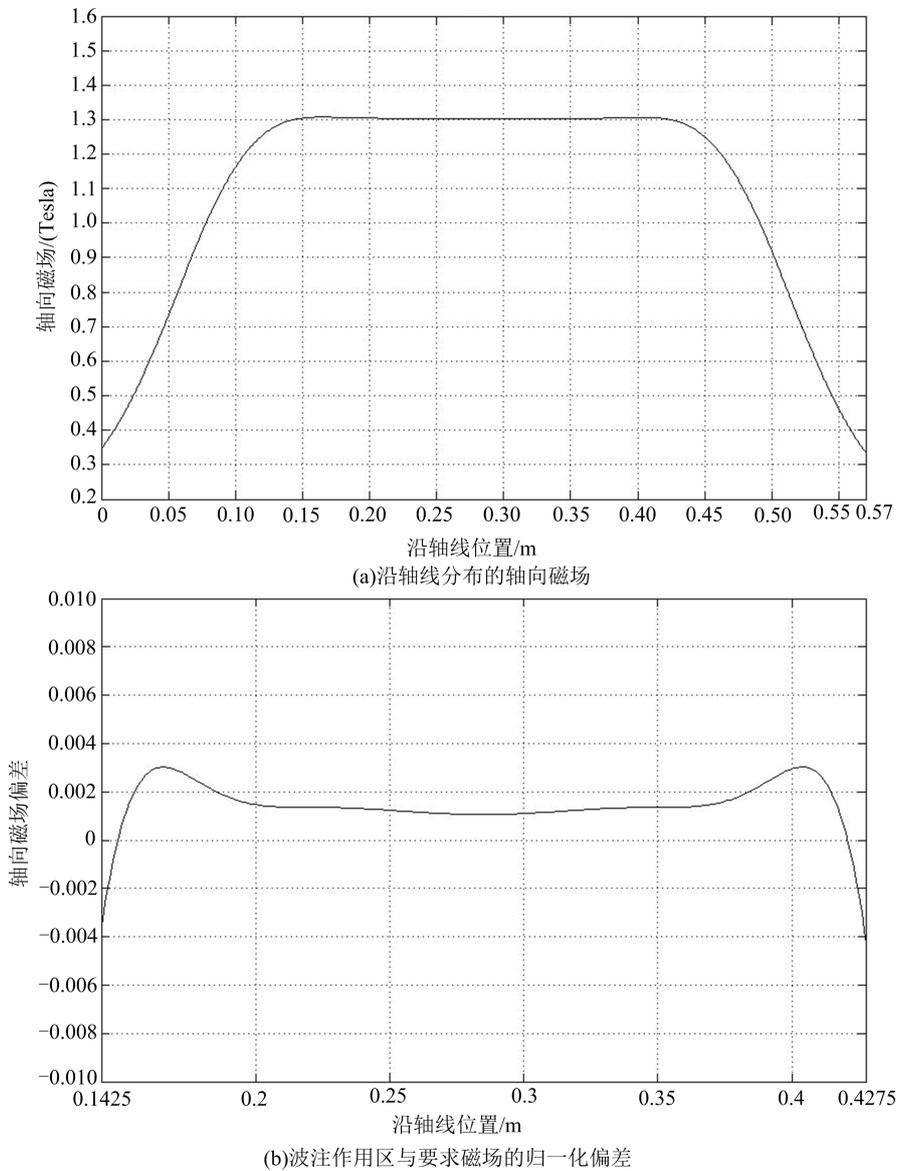


图 4 设计绕组实现的仿真结果

使用有限元软件对设计线圈分布的磁感应强度分布进行验证,以确认超导带材载流能力设计假设的有效性.对设计线圈尺寸的轴对称二维模型进行有限元分析,得到轴向磁场及径向磁场的分布,结果表明,导体位置的轴向最大磁场和径向最大磁感应

强度分别为 1.422 T 和 0.743 T,位于线圈近内壁位置和上下端部位置,但均未超过假设临界值,设计的载流分别小于相应的临界值并留有充分的设计裕度,可认定是有效的超导磁体线圈设计分布.

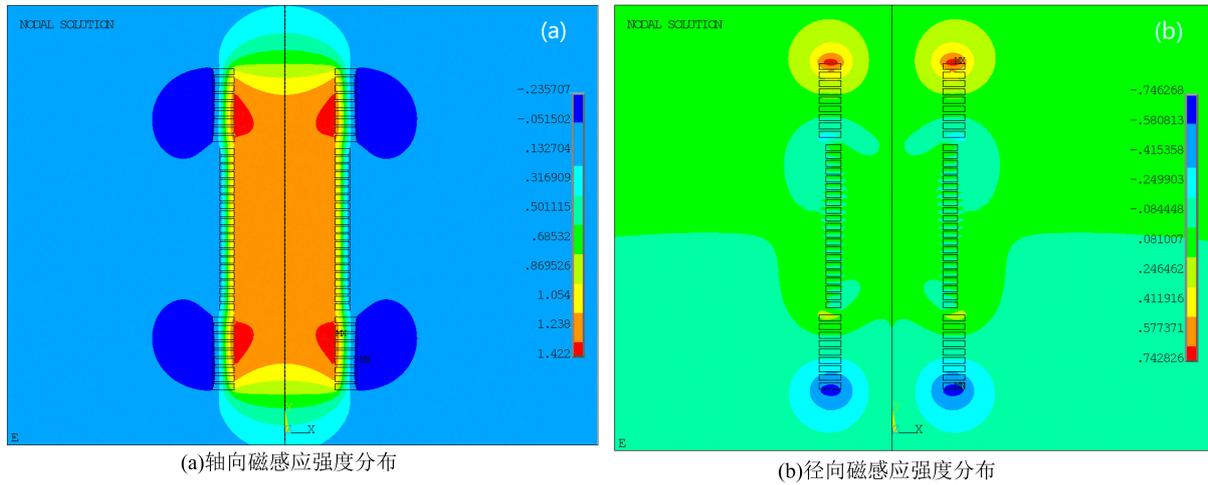


图5 轴对称二维模型有限元分析的磁感应强度

4 结 论

本文采用包含目标函数约束的线性规划方法进行了回旋管高温超导磁体的磁场绕组设计. 应用基于基本的电流磁效应的函数关系, 建立计算模型, 通过线性规划方法在设计区域计算电流分布的网格区域取值, 并将工程化约束分步加入计算, 使得最终得

到的满足设计目标的结果同时可工程化实现. 磁体设计算例的结果符合设计要求.

采用所述的设计计算方法可以自由的设置目标磁场的位置和数值取值, 满足多种磁场需求的螺线管形超导磁体绕组设计要求. 同时, 线性计算方法相比非线性方法效率更高, 可以满足较复杂的磁体绕组设计.

参 考 文 献

- [1] 高粱. 紧凑型 P 波段同轴相对论返波振荡器研究[D]. 国防科学技术大学, 2012.
- [2] 葛行军, 杜广星, 朱俊, 钟辉煌, 钱宝良. L 波段同轴相对论返波振荡器导引磁场设计[J]. 强激光与粒子束, 2010, 22(1): 109-113.
- [3] 杨晓亮, 朱磊, 罗光耀, 金晖. RKA 引导磁场设计研究[J]. 微波学报, 2014, 30(S1): 461-463.
- [4] 王超, 王秋良. 基于混合算法的传导冷却高温超导磁体的优化设计[J]. 低温物理学报, 2005(S1): 989-994.
- [5] 倪志鹏, 王秋良, 严陆光. 短腔、自屏蔽磁共振成像超导磁体系统的混合优化设计方法[J]. 物理学报, 2013, 62(2): 179-185.
- [6] 瞿青云, 刘华军, 陈敬林, 陈环宇, 武玉, 陈治友, 潘皖江. HTS 双饼线圈的加工工艺及实验研究[J]. 低温与超导, 2013, 41(9): 42-46.