流形的双连通和分解*

干丹岩
(浙江大学数学系)

所论流形均假设为无边微分或PL紧致流形．设M_1和M_2为两个n维流形，从M_1，M_2各挖去两个不相交的n维闭胞腔之内部，而得$\check{M}_1$，$\check{M}_2$．然后将$\check{M}_1$的边缘与$\check{M}_2$的边缘用一个同胚来粘合，而得一新的n维流形，称为M_1和M_2的双连通和，记作$M_1 \S M_2$．一个流形若可表示为两个连通流形的双连通和，则称为可约化的；否则称为不可约化的．

定理　设M为连通n维流形，则M可分解为一些连通的不可约化的n维流形的双连通和

$$M = M_1 \S \cdots \S M_q,$$

并且

$$q \le \frac{1}{2}\operatorname{rank} H_{n-1}(M) + 1, \quad 当 n = 2,$$
$$q \le \operatorname{rank} H_{n-1}(M) + 1, \quad 当 n \neq 2,$$

其中$H_{n-1}(M)$之系数取自$\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$．

对合的分解**

干丹岩
(浙江大学数学系)

利用流形的双连通和概念可以定义两个n维流形上的对合(T_1, M_1)和(T_2, M_2)的双连通和，记作$(T_1, M_1) \S (T_2, M_2)$，它是定义在M_1与M_2的双连通和$M_1 \S M_2$上的一个对合$T_1 \S T_2$．一个对合称为可约化的，若它可以表为两个连通流形上的对合之双连通和．

定理　设M为连通的n维流形，则任一对合(T, M)必有连通的不可约化对合的双连通和分解

$$(T, M) = (T_1, M_1) \S \cdots \S (T_q, M_q),$$

其中

$$q \le \frac{1}{2}\operatorname{rank} H_{n-1}(M) + 1, \quad 当 n = 2,$$
$$q \le \operatorname{rank} H_{n-1}(M) + 1, \quad 当 n \neq 2,$$

其中$H_{n-1}(M)$之系数取自$\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$．

* 1987年1月26日收到．

** 1987年1月26日收到．