

回热器功产生的临界温度梯度研究^{*}

凌 虹¹ 罗二仓¹ 吴剑峰¹ 杨 梅² 李晓明²

(¹ 中国科学院理化技术研究所 北京 100080)

(² 浙江大学制冷与低温工程研究所 杭州 310027)

2001 年 11 月 13 日收到

摘要 热声机械作为一种能量转化装置,能够不通过运动部件将热量转变成压力波输出,实现这一功能的关键部件就是回热器。本文讨论了丝网型回热器能在纯行波状态下起振的临界温度梯度与结构参数及运行参数的关系。

关键词 热声发动机,回热器,临界功产生温度梯度,声导率

Study on the critical onset temperature gradient of a regenerator under different parameters

LING Hong¹ LUO Ercang¹ WU Jianfeng¹ YANG Mei² LI Xiaoming²

(¹ Technical Institute of Physics and Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(² Cryogenic Lab, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract A thermoacoustic engine is the machine that can convert heat into mechanical work in the form of oscillating pressure. This paper analyses the critical temperature gradient of a regenerator under a simplifying assumption for different structure and operating parameters.

Key words Thermoacoustic engine, Regenerator, Critical onset temperature gradient, Specific acoustic admittance

1 引言

热声发动机是一种与常规发动机完全不同的新型发动机,它依靠气体的热致声效应(thermoacoustic effect)来产生压力波动。由于没有机械运动部件,所以其运行稳定、可靠,用在制冷及低温工程中作为压力波发生器,那将是一种非常有潜力的新型的压缩机。我们所说的热声效应,就是固体介质(也称第二介质)与流

体介质(也称第一介质)之间相互作用,使得流体自激振荡,并能稳定产生声场,在距离固体壁面一定范围内沿着(或逆着)声传播方向产生时均热流,并在这个区域内发生产生或者吸收声功的现象。由此可见,固体介质构成的整体—回热器是产生声功的场所,是发动机的关键部件,它的设计将是整台发动机设计的一个重点。本文通过对临界功产生温度梯度的计算分析,为设计回热器的结构参数与运行参数提供

^{*} 国家自然科学基金资助项目(批准号: 59976044)。

了一定的指导原则。

2 模型

设在流体中存在一个稳定的纵向传播 (x 向) 的小振幅简谐平面波, 将这个小振幅声波的声场变量速度、密度、压力、温度用复指数形式表达出来有 (其实部有意义):

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_0(x) + u_1(x, t) \\ &= u_0(x) + \tilde{u}(x) \exp(j\omega t) \\ \rho(x, t) &= \rho_0(x) + \rho_1(x, t) \\ &= \rho_0(x) + \tilde{\rho}(x) \exp(j\omega t) \\ p(x, t) &= p_0(x) + p_1(x, t) \\ &= p_0(x) + \tilde{p}(x) \exp(j\omega t) \\ T(x, t) &= T_0(x) + T_1(x, t) \\ &= T_0(x) + \tilde{T}(x) \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中下标 0、1 代表平均值和一阶量, 上标 $\sim$ 代表波动力, 即振幅, ω 是角频率。对速度进行截面积分, 得体积速度

$$\tilde{U} = \int_{A_f} \tilde{u}(x) dA_f \quad (2)$$

式 A_f 中是流通面积。通过截面的纵向时均功流为:

$$\begin{aligned} W_x &= \frac{1}{\tau} \int_{A_f} \int_0^\tau \operatorname{Re}[p_1] \operatorname{Re}[u_1] dt dA_f \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\tilde{U} \tilde{p}^*] \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\tau = 2\pi/\omega$, Re 表示取实部, 上标 $*$ 表示取共轭。则单位纵向长度时均功产生率为 $\frac{dW_x}{dx}$, 用 Σ'_W 表示。根据对绝热声效应的一般理论推导^[1,2], 可以得到:

$$\begin{aligned} \Sigma'_W &= \frac{dW_x}{dx} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\tilde{U} \tilde{p}^* f_{WT}] \beta_0 \frac{dT_0}{dx} \\ &\quad - \frac{(\gamma-1)A_f}{2\rho_0 a_0^2} \omega |\tilde{p}|^2 g_{wk} - \frac{\rho_0}{2A_f} \omega |\tilde{U}|^2 g_{w\mu} \end{aligned} \quad (4)$$

应用声学

上式右边第一项是由于温度梯度的存在而产生的正功, 第二项和第三项则分别是由工作介质的有限传热和粘滞性而产生的负功, 即功的耗散, 系数 f_{WT} , g_{wk} , $g_{w\mu}$ 分别是功产生因子、有限传热功耗散因子和粘性功耗散因子。 $\beta_0 = -(\partial\rho/\partial T)_p/\rho_0$ 为流体的热膨胀系数, $a_0 = \sqrt{(\partial p/\partial\rho)_s}$ 为流体绝热声速, $\gamma = C_{p0}/C_{v0}$ 是流体比热比, 对单原子气体, $\gamma = 5/3$ 。以上四个公式适用于任意形状的流道。文献 [3] 对无穷大平行流道模型作了一些讨论, 但在实际情况下, 由于符合设计要求的平行流道难以加工, 所以很少采用, 应用广泛的是多孔介质 (丝网) 回热器。以下我们所讨论的都是针对一维流动的丝网型回热器, 那么

$$f_{WT} = \frac{(1-\Phi)\Omega_H}{j\omega\Phi(1-\Phi) + \Omega_H} \quad (5)$$

$$g_{wk} = \operatorname{Re}[j f_{WT}] \quad (6)$$

$$g_{w\mu} = \frac{\alpha\mu_0}{\rho_0\omega} \quad (7)$$

其中 $\Phi = A_f \rho_0 C_{p0} / (A_f \rho_0 C_{p0} + A_S \rho_{S0} C_{S0})$ 是比热比, $\Omega_H = h A_{HT} / (A_f \rho_0 C_{p0} + A_S \rho_{S0} C_{S0})$ 是特征换热角频率。 A_{HT} 是回热器单位长度固流换热面积。下标 S 代表固体, 与流体下标 f 对应。 $\alpha = \frac{32}{D_h^2} \sqrt{1 + \left(\frac{D_h}{2\delta_\mu}\right)^2}$ 为多孔介质粘性阻力因子, $\delta_\mu = \sqrt{\frac{2\mu_0}{\rho_0\omega}}$ 是流体粘性穿透深度。 μ_0 是流体动力粘度。 h 是换热系数, 估算可用 $h = 4.36 K_0 / D_h$, K_0 是流体导热系数, $D_h = D_{\text{wire}} \psi / (1 - \psi)$ 是丝网当量直径。 D_{wire} 是丝径, $\psi = 1 - \pi n D_{\text{wire}} / 4$ 是孔隙度, n 是目数, 即 1 英寸所含的丝线根数。

由式 (4) 可见, 声功的产生取决于当地的温度梯度 $\frac{dT_0}{dx}$, 存在一个功产生的临界温度梯度 $\left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W$, 使得 $\Sigma'_W = 0$,

$$\left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W = \frac{\gamma-1}{a_0\beta_0} \omega \frac{g_{wk} + \frac{1}{\gamma-1} |Y_a|^2 g_{w\mu}}{\operatorname{Re}[Y_a f_{WT}]} \quad (8)$$

其中 $Y_a = \frac{\rho_0 a_0 \hat{U}}{A_f \bar{p}}$, 是声导率。利用 (8) 式可将式 (4) 改写为:

$$\Sigma'_W = \frac{1}{2} \text{Re}[\tilde{U} \tilde{p}^* f_{WT}] \beta_0 \frac{dT_0}{dx} \frac{\Gamma_W - 1}{\Gamma_W} \quad (9)$$

式中 $\Gamma_W = \left(\frac{dT_0}{dx}\right) / \left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W$ 为实际温度梯度与临界温度梯度之比。

由式 (9) 显然有 (a) 当 $\Gamma_W < 1$, $\Sigma'_W < 0$, 流体吸收声功; (b) 当 $\Gamma_W = 1$, $\Sigma'_W = 0$, 流体既不吸收也不产生声功; (c) 当 $\Gamma_W > 1$, $\Sigma'_W > 0$, 流体产生声功。因此, 我们应使 $\left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W$ 尽量小, 让实际的温度梯度大于它, 才能有声功产生; 否则, 实际加在回热器上的温度梯度必须很大, 那样在温差不变的条件下, 势必缩短回热器长度, 而这样做会引起其他不利的工作因素, 首先产生功的场所就小了。

以下将对不同结构参数和运行参数的丝网回热器进行计算分析。由于工质的物性参数是随着温度而改变的, 所以必须作一个假定处理。我们先求出功产生临界温度梯度随温度的分布, 然后按温度沿回热器线性变化来求这个温度范围内的平均值, 即

$$\overline{\left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W} = \frac{\int_0^L \left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W dx}{L} \quad (10)$$

以后如果没有作特别说明与温度有关, 都是指这样得到的平均。式中 L 是回热器长度。

3 分析

在同样压力波动和速度波动的情况下, 纯驻波传输的声功是零, 纯行波传输的声功是最大值, 因此在计算中令 $\tilde{p}$, $\tilde{U}$ 同相, 即声导率比 Y_a 是一个实数。这是一个理想化的近似, 后面结论中将会对实际情况有所讨论。我们取 Y_a 为 0.0005–0.5, 温度范围 300 K–1000 K, 采用不锈钢丝网和氦气工质。运行参数分别取平均压力 p_0 10、15、20、25、30 bar, 频率 $f (= \omega/2\pi)$

25、50、75、100、200 Hz, 丝网目数 60、80、100、120、160 目, 得到功产生临界温度梯度随声导率的分布, 如图 1–图 7 所示。从图上可以看到这样一些规律:

3.1 随着 Y_a 的增大, 临界功产生温度梯度总是先减小, 然后增大, 存在一个最优的 Y_a , 使 $\left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{cr}^W$ 最小。这是因为式 (8) 表明, 当 Y_a 量级小时, 约 10^{-3} – 10^{-4} , 粘性项可忽略, 临界温度梯度与 Y_a 成反比, 此时有限热传导的影响起决定作用; 当 Y_a 量级大时, 约 10^{-1} – 10^{-2} , 热传导项可忽略, 临界温度梯度与 Y_a 成正比, 此时粘性的影响起决定作用。所以, 在设计当中, 应当把 Y_a 控制在图中的极值点附近, 使得临界功产生温度梯度能处在一个比较小的水平。我们还看到, 在相同的环境条件下, 最优的 Y_a 随着丝网目数的增加而在向左平移, 目数改变的仅仅是极值点的横坐标, 极值的大小

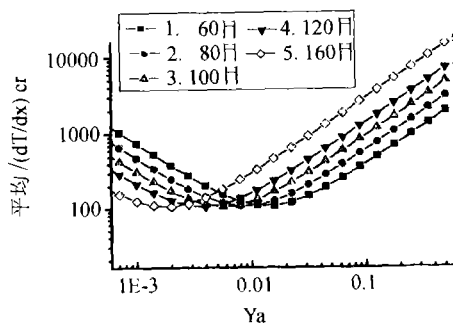


图 1 平均临界温度梯度随声导率的变化 ($p_0 = 15$ bar, $f = 25$ Hz)

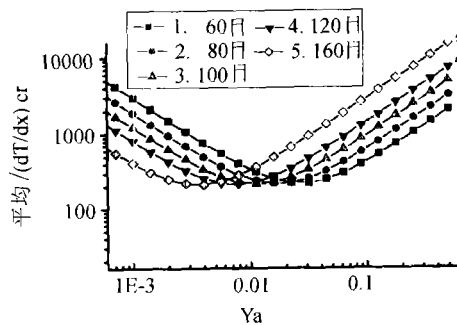


图 2 平均临界温度梯度随声导率的变化 ($p_0 = 15$ bar, $f = 50$ Hz)

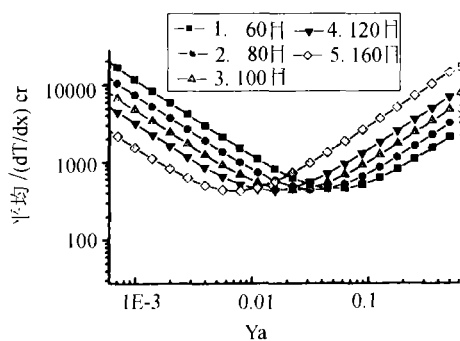


图3 平均临界温度梯度随声导率的变化
($p_0 = 15 \text{ bar}$, $f = 100 \text{ Hz}$)

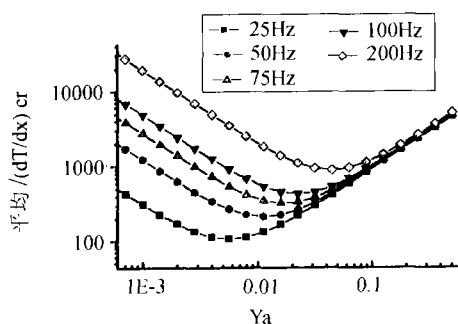


图4 平均临界温度梯度随声导率的变化
($p_0 = 15 \text{ bar}$, $n = 100$)

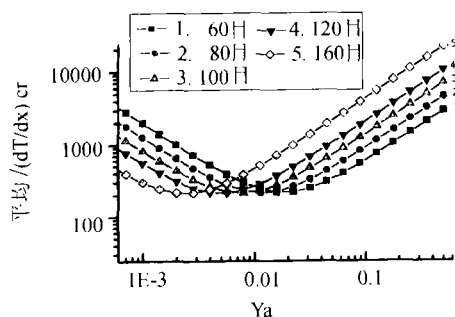


图5 平均临界温度梯度随声导率的变化
($p_0 = 10 \text{ bar}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

与目数几乎无关。目数增大以后,阻力也增大,要达到极值,必须减小 Y_a 。

3.2 图4是由图1、2、3中各抽出目数为100的曲线以及另外两条不同频率条件下的曲线构成的,从此图上可看到,频率的升高会导致临

界功产生温度梯度的提高,尤其当 Y_a 处于极值左边的时候,所以频率的降低有利于功的产生;图7是由图2、5、6中各抽出目数为100的曲线以及另外两条不同压力条件下的曲线构成的,压力的增加仅使极值点向右平移,大小改变很小,在工程设计中,可认为与压力无关。这一点很重要,因为提高平均压力,不仅可以增大振幅,而且极值不升高,所以提高压力非常有利,但这要受材料的制约。综上所述,临界梯度的极值仅仅由频率来决定。

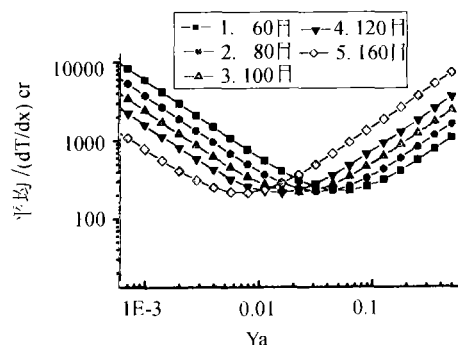


图6 平均临界温度梯度随声导率的变化
($p_0 = 30 \text{ bar}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

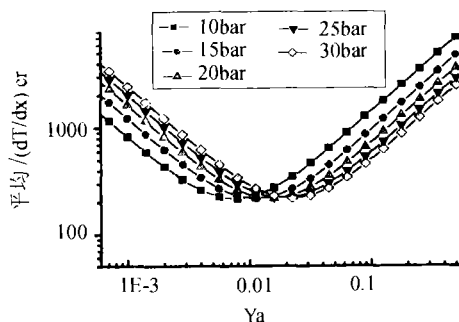


图7 平均临界温度梯度随声导率的变化
($f = 50 \text{ Hz}$, $n = 100$)

3.3 前文说过,由于气体工质的导热系数和粘性系数是随着温度而变化,从而使临界功产生温度梯度表现为与温度有关系。从图8可以看到,曲线1、2随温度升高而增大,曲线3、4正好相反,说明临界功产生温度梯度随温度的变化趋势是由 Y_a 决定的。这是因为在高 Y_a 区段

内, 临界功产生温度梯度受粘性影响大, 而气体的粘性系数是随温度升高而增大的; 相反在低 Y_a 区段内, 粘性影响可以忽略, 随着温度的升高, 虽然纵向导热变大了, 但是横向换热也得到了加强, 综合的结果是临界功产生温度梯度随温度升高而减小。在设计当中, 因为高温端的热量能级高, 我们希望它尽可能地转变为功, 所以临界功产生温度梯度随温度升高而减小是有利的, 即要求 Y_a 处于低值区段内, 一般地, Y_a 不大于最优的 Y_a 值就可以了, 这也同时有助于降低损耗。

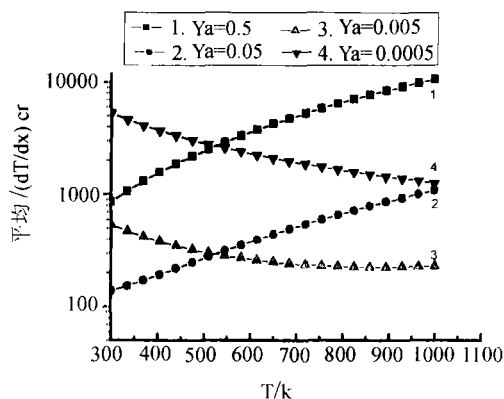


图 8 临界温度梯度随温度的分布
($p_0 = 15 \text{ bar}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $n = 100$)

表 1 平均临界功产生温度梯度
(驻波, 300 K–1000 K, 15 bar, 50 Hz)

Y_a	目 数				
	40	60	80	100	120
0.5	15155	98139	239464	569226	1.29582E6
0.05	3288	11586	25719	58695	131354
0.005	18054	18884	20297	23594	30860
5E-4	179055	179138	179279	179609	180335

3.4 我们也计算了驻波 (即 Y_a 为一纯虚数) 的情形, 结果见表 1, 在相同的条件下, 驻波的功产生临界温度梯度要大两个量级。这说明要使纯驻波发动机产生功, 必须改变结构和运行参数才有可能, 比如减小目数。

4 结论

从上面的分析中, 我们可以得出以下结论:

(1) 平均功产生临界温度梯度存在最小值, 它的大小在压力不太高、频率不太大的情况下, 仅受频率的影响, 与平均压力及目数无关, 但该最小值对应的声导率 Y_a 不同。

(2) 本文对功产生临界温度梯度的计算得到的一些结果, 虽然是建立在纯行波基础之上, 但对一般回热器设计有理论指导和使用价值。在具体设计当中, 虽然有调相装置, 但纯行波的理想情况往往不可能实现, 声感、声容的存在导致 $\tilde{U}$ 与 $\tilde{p}$ 之间有相位差, 往往能达到 20 度以上, 所以必须采用一定的方法, 比如通过声电类比建立流体网络^[4]来获得 $\tilde{U}$ 与 $\tilde{p}$ 的比值, 从而可计算出实际的临界温度梯度。

参 考 文 献

- 1 Swift G W. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1988, **84**(4): 1145–1180.
- 2 Xiao J H. *Part I: Fundamentals, Cryogenics*, 1992, **32**(10): 895–901.
- 3 刘海东, 罗二仓, 梁惊涛等. *工程热物理学报*, 2000, **21**(5): 545–547.
- 4 Backhaus S, Swift G W. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2000, **107**(6): 3148–3166.