

电容器能量的3种求法*

郑世燕

(泉州师范学院物理与信息工程学院 福建 泉州 362000;

淡江大学物理系 台湾 新北 25137)

(收稿日期:2016-07-13)

摘要:分别利用电容器的能量公式、电场的能量公式以及电荷系的静电能公式求出一般电容器所储存的能量.

关键词:电容器能量 电场能量 静电能

电容器是一种容纳电荷的器件.任何两个彼此绝缘且相隔很近的导体(包括导线)间都构成一个电容器,对一个孤立导体也可以认为它和无限远处的另一导体组成一个电容器^[1,2].电容器带电时具有能量,文献[1]和[2]中给出电容器的能量是它充电时由电源供给的,进而得到电容器的能量公式为

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 \quad (1)$$

式中 W, Q, U 及 C 分别表示电容器的能量、所带的电荷量、相应的电压及电容.

以平行板电容器为例,电容器的能量也可认为是储存在电容器内的电场之中,即电场的能量

$$W = \int_V w_e dV = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV = \int_V \frac{1}{2} \epsilon E^2 dV = \int_V \frac{1}{2} DE dV \quad (2)$$

式中 $w_e, V, \epsilon_0, \epsilon_r, \epsilon, D$ 及 E 分别表示电场的能量体密度、电容器的体积、真空中的电容率、相对电容率、电容率、电位移矢量及电场强度.

本文在平行板电容器的基础上将进一步把上述公式应用到一般电容器,如:球形电容器、圆柱形电容器及孤立导体电容器等.文中还将从电荷系的静电能公式^[1]

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq \quad (3)$$

给出求解一般电容器能量的第三种方法.上式中 q 及 φ 分别表示电容器所带的电荷量及两极板各自的电势.

1 平行板电容器

如图1所示,该平行板电容器的正对面积为 S ,两极板间距为 d ,板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的电介质,所带电荷量为 Q .

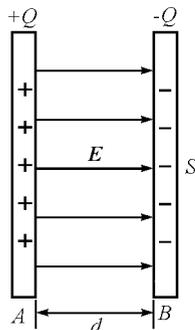


图1 平行板电容器

根据电容的定义式 $C = \frac{Q}{U}$ 可得出平行板电容器的电容及板间的电场强度分别为

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} \quad (4)$$

及

$$E = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad (5)$$

则由公式(1)及(4)可得出平行板电容器的能量为

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad (6)$$

由公式(2)及(5)也可得到平行板电容器的能量为

$$W = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 Sd = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad (7)$$

最后由公式(3),同样可得到平行板电容器的能

* 泉州师范学院青年人才基金资助的课题. 课题批准号:201604

作者简介:郑世燕(1979-),女,硕士,副教授,主要从事热力学统计物理方面的研究.

量为

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq = \frac{1}{2} \int_0^Q \varphi_A dq + \frac{1}{2} \int_0^{-Q} \varphi_B dq = \frac{1}{2} Q \varphi_{AB} = \frac{1}{2} QE d = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad (8)$$

显然,3种方法得到的结果是一致的.

2 球形电容器

一球形电容器如图2所示,其内外球的半径分别为 R_1 和 R_2 ,两球间充满相对介电常量为 ϵ_r 的电介质.

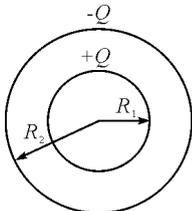


图2 球形电容器

其电容为

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (9)$$

当电容器带有电荷量 Q 时,根据高斯定律可得两板间的电场强度为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \quad (10)$$

两极板间的电势差为

$$\varphi_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (11)$$

此时,可用与上面类似的方法求出带有电荷量 Q 的球形电容器所储存的能量分别为

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (12)$$

$$W = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV =$$

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_r r^4} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (13)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq = \frac{1}{2} \int_0^Q \varphi_1 dq + \frac{1}{2} \int_0^{-Q} \varphi_2 dq = \frac{1}{2} \varphi_{12} Q = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (14)$$

3 圆柱形电容器

一高度为 l 的同轴圆柱形电容器半径分别为 R_1 和 R_2 ,如图3所示,两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的电介质.

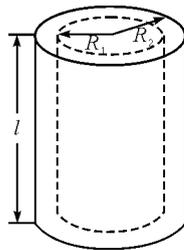


图3 圆柱形电容器

其电容为

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (15)$$

当电容器带有电荷量 Q 时,两板间的电场强度为

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r l} \quad (16)$$

两极板间的电势差为

$$\varphi_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l} \quad (17)$$

同理可求出带有电荷量 Q 的圆柱形电容器所储存的能量分别为

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 \ln \frac{R_2}{R_1}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l} \quad (18)$$

$$W = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV =$$

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2}{8\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_r r^2 l^2} \cdot 2\pi r l dr = \frac{Q^2 \ln \frac{R_2}{R_1}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l} \quad (19)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq = \frac{1}{2} \int_0^Q \varphi_1 dq + \frac{1}{2} \int_0^{-Q} \varphi_2 dq = \frac{1}{2} \varphi_{12} Q = \frac{Q^2 \ln \frac{R_2}{R_1}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l} \quad (20)$$

4 孤立导体电容器

以一个在充满相对介电常量为 ϵ_r 的电介质空间中的半径为 R 的孤立导体球面(带电荷量为 Q)为例,其电容为

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\int_R^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}} =$$

$$\frac{Q}{\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} dr} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R \quad (21)$$

周围空间的电场强度为

(下转第33页)

懂的地方可以重复和调控的演示,这样学生就能深刻理解机械波是振动在介质中的传播,并不是介质的传播,提高课堂教学质量。其次能增加课堂学的信息量,有效地提高教学进度。当介绍人体血液循环时,制作出血液循环方框流程图课件,会节省课堂画图的时间,从而减少课时与内容间的矛盾,为课堂学内容的拓展提供可能性。

但是多媒体教学给学生思考问题的时间短,有些学生感觉到节奏太快,会导致物理教学质量下降。所以要正确处理多媒体教学和传统教学手段的关系,对重要物理定律的推导,例题、习题的讲解和分析用粉笔在黑板上书写会更清楚,让学生和教师一起思考,从而有利于学生更深刻的理解并掌握。总之,多媒体教学要以教学目的为指导,与传统教学手段相结合,才能达到事半功倍的效果。

3 结束语

综上所述,在新形势下,医用物理学教学体系的改革势在必行,依据现代教育人才培养目标应摒除

(上接第30页)

$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} & r \geq R \end{cases} \quad (22)$$

电量所在处的电势为

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R} \quad (23)$$

同理根据公式(1)~(3)及公式(21)~(23)可分别求出孤立带电球面电容器的能量如下

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r R} \quad (24)$$

$$W = \int_0^R \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV + \int_R^\infty \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r R} \quad (25)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq = \frac{1}{2} \int_0^Q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R} dq = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r R} \quad (26)$$

陈旧的教学内容,缺乏实用性的教学模式和枯燥乏味的教学方法,不断加强物理理论与医学应用有机结合,使教学内容实用化,教学方法多样化,教学方式现代化。医用物理学课程教学改革是一项艰巨的系统工程,教学改革要处理好经典与现代、理论与应用、知识与素质、教与学等诸种复杂关系,才能提高医用物理学课程的教学质量,激发学生学习兴趣,培养具有综合素质和创新能力的医学人才。

参考文献

- 1 袁祖望. 高校教师需要转变哪些教学观念. 中国大学教学, 2004(8): 22 ~ 25
- 2 杨华哲, 赵里昂, 洪洋. 中国医科大学物理课教学改革的思考与实践. 物理与工程, 2016, 26(1): 83 ~ 87
- 3 颜红金. 医学物理学与医学课程相结合的研究. 中国医学物理学杂志, 2014, 31(1): 4718 ~ 4722
- 4 崔明敏, 陈亚梅. PBL 教学模式在护理学中的研究进展. 全科护理, 2011, 9(1): 165 ~ 167
- 5 张青. 浅谈多媒体技术在医学物理学中的应用. 大众科技, 2011(4): 162 ~ 163

5 结束语

通过以上推导,可以清晰看到公式(1)~(3)分别以电容、电场强度及电势为主要物理量求出一般电容器所储存能量的3种求法。在解题中可根据具体已知条件而运用相应的公式求解,这对于提高学生解题能力是有益的。

参考文献

- 1 张三慧. 大学基础物理学(第二版 下册). 北京: 清华大学出版社, 2007
- 2 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学(第二版 上册). 北京: 高等教育出版社, 1998

Three Methods for Calculating the Capacitor Energy

Zheng Shiyan

[College of Physics and Information Engineering, Quanzhou Normal University, Quanzhou, Fujian 362000; Department of Physics, Tamkang University, New Taipei City 25137, Taiwan (R. O. C.)]

Abstract: By using the energy formula of capacitor, the energy formula of electric field and the electrostatic energy formula of charge system, the energy stored in the capacitor is calculated.

Key words: capacitor energy; electric field energy; electrostatic energy