

孕周的超声无损估计 *

刘 斌 汪源源 王威琪 马 翔

(复旦大学电子工程系 上海 200433)

常 才 张珏华

(上海医科大学附属妇产科医院 上海 200011)

1998 年 10 月 23 日收到

摘要 本文讨论了孕周的超声无损估计方法。传统上,对孕周的估计是通过 B 型超声测量胎儿器官的有关参数,辅以经验公式而得到。但是由于经验公式无统一形式,且参数皆单独使用,估计结果离散度大,难以实用化。本文对 B 型超声测量所得胎儿参数应用数量化理论,建立孕周自动估计的方法。由于在实际应用中,应用数量化理论所得的相应正规方程,难以满足通常求解方法的前提条件,本文引入广义逆矩阵理论求解正规方程。另外,本文进一步讨论了应用数量化理论中的项目选取和类目划分问题,并分析比较了不同的项目、类目划分方法。通过上述工作建立的孕周超声无损估计方法,运算时间短,精度高,有一定的实用性。

关键词 医学超声,孕周估计,数量化理论,正规方程,广义逆矩阵

Non-invasive estimation of the gestational week using data from the medical ultrasound

Liu Bin Wang Yuanyuan Wang Weiqi Ma Xiang

(Department of Electrical Engineering, Fudan University, Shanghai 200433)

Chang Cai Zhang Juehua

(Affiliated Obstetrics and Gynecology Hospital of Shanghai Medical University, Shanghai 200011)

Abstract Several methods of non-invasive estimation of the gestational week using data from the medical ultrasound are discussed in this paper. Generally, the gestational week is estimated by an empirical formula using the related parameters of fetal organs measured by B-mode medical ultrasound. Due to the disunity of the empirical formulas and separate usage of parameters, the results of estimation are highly dispersed and cannot be used in practice. The quantification theory is used in this paper to quantify the measured fetal parameters, and to design an automatic estimation method for the gestational week. In practical application, the corresponding regular equations obtained from the quantification theory are difficult to meet the requirement of the premise of

* 教育部优秀青年教师基金和上海市青年科技启明星计划资助

the common solution method, so a generalized inverse matrix theory is proposed in this paper. In addition, the selection of items and the segmentation of categories in the application of the quantification theory are thoroughly discussed, while results of various segmentation methods of items and categories are compared. The non-invasive estimation method of the gestational week established through the present work seems to have shorter computation time, higher estimation resolution, and be more practical in the clinic application.

Key words Medical ultrasound, Gestational week estimation, Quantification theory, Regular equation, Generalized inverse matrix.

1 引言

在临床上,对孕妇进行产前监护是一个重要的措施。孕妇和胎儿的监护,可以为临床医护人员诊断治疗,提供主要的参考信息^[1]。目前,由于B型超声具有直观方便的特点,且只要在低于安全声强和时间限制的前提下,超声照射对于孕妇胎儿都没有伤害,故在临床上运用较为普遍。本文的主要研究内容就是通过B型超声测量到的胎儿有关数据,来无损估计尽可能高精度的孕周。

传统上,对孕周的估计是通过B型超声测量胎儿器官的有关参数,辅以经验公式而得到。但这种方法有以下不足:估计孕周的传统参数一般为双顶径、腹径和股骨长,但它们在不同的阶段,对孕周变化的敏感程度不同,因而影响了估计的精度;经验公式无统一形式,且参数皆单独使用,估计结果离散度大。本文的主要工作是:在孕周估计中,利用数量化理论,但所得相应正规方程难以满足通常求解方法的前提条件^[2],所以引入了广义逆矩阵用于求解该正规方程。另外,为了提高估计的精

度,在应用数量化理论时,本文还分析比较了如何进行项目的选取和类目的划分。

通过上述方法建立的孕周无损估计方法,具有运算时间短,精度高等优点,易于在临床推广应用。

2 原理和方法

2.1 数量化理论的引入

与传统经验公式方法不同,本文引入数量化理论^[3]对定量变量到定量变量进行非线性映射,以适应各参数在不同阶段敏感程度的变化。

具体做法是:参照数量化理论中将定性变量(称作项目, item)的不同取值划分为类目(category)的方法,将估计用的参数作为项目,等间隔地划分成不同的类目。考虑有 m 个项目 $x_1, x_2, \dots, x_m$ (在本文中即为估计所用参数)对定量的基准变量(criterion variable) y (在本文中即为孕周)进行估计: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 。设第 j 个项目 x_j 有 r_j 个类目,总共有 $\sum_{j=1}^m r_j = p$ 个类目。假定观测了 n 个样本,则如下矩阵 X 称为反应矩阵:

$$X = \begin{pmatrix} \delta_1(1,1) \cdots \delta_1(1,r_1) & \delta_1(2,1) \cdots \delta_1(2,r_2) \cdots \delta_1(m,1) \cdots \delta_1(m,r_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_i(1,1) \cdots \delta_i(1,r_1) & \delta_i(2,1) \cdots \delta_i(2,r_2) \cdots \delta_i(m,1) \cdots \delta_i(m,r_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_n(1,1) \cdots \delta_n(1,r_1) & \delta_n(2,1) \cdots \delta_n(2,r_2) \cdots \delta_n(m,1) \cdots \delta_n(m,r_m) \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, $\delta_i(j, k)$ 称为第 i 样本的第 j 项目第 k 类目的反应:

$$\delta_i(j, k) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x_j \text{ 属于类目 } k \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

则可以建立下列模型:

$$y_i = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{r_j} \delta_i(j, k) b_{j,k} + \varepsilon_i \quad (3)$$

其中, $i=1, 2, \dots, n$, 为样本数, ε_i 为误差项, $b_{j,k}$ 是当第 i 个样本的第 j 个项目属于第 k 个类目时对应的系数。反应有一个重要的特性, 即对每一个固定的 i 和 j 有:

$$\sum_{k=1}^{r_j} \delta_i(j, k) = 1 \quad (4)$$

也就是对任一个样本在每个项目中只有一个类目的反应为 1, 其余皆为 0。这个约束条件为今后方程求解提供了方便。

将 (3) 式以矩阵形式表示:

$$Y = X \cdot b + E \quad (5)$$

其中, X 即为反应矩阵, 其元素为 $\delta_i(j, k)$, Y 为样本矢量, 其元素即为 y_i , b 为系数矩阵, 其元素为 $b_{j,k}$, E 为误差矩阵, 其元素为 ε_i 。误差 $q = E^T \cdot E = (Y - X \cdot b)^T \cdot (Y - X \cdot b)$, 为使 q 达到最小值, 必要条件是 $\frac{\partial q}{\partial b} = -2X^T \cdot (Y - X \cdot b) = 0$ 。

因此所求的最小二乘估计 $\hat{b}$ 应满足

$$X^T \cdot X \cdot \hat{b} = X^T \cdot Y \quad (6)$$

称为正规方程, 则

$$\hat{b} = [X^T \cdot X]^{-1} \cdot X^T \cdot Y \quad (7)$$

如果 $\hat{b}$ 已知, 则可建立因变量估计值 $\hat{Y}$ 的表示式为:

$$\hat{Y} = X \cdot \hat{b} \quad (8)$$

2.2 数量化所得正规方程的求解

由 (4) 式的约束条件可知, 每一个项目中

都有一项反应不是独立的。由此推知, 正规方程中最多有 $\sum_{j=1}^m r_j - m + 1$ 个方程线性无关, 其系数阵 $X^T \cdot X$ 的秩最多是 $\sum_{j=1}^m r_j - m + 1$, 因此方程的解是无穷多的。但是可以证明^[3], 它的任意一组解都使 q 达到最小, 而且在估计上是等效的。所以通常正规方程的求解是删除一些方程来使它达到满秩并唯一地解出 $\hat{b}$, 这样去解正规方程不失一般性 (本文称之为删除法)。

表 1 项目中类目的划分 (1)

项目	最小值 (mm)	最大值 (mm)	间隔 (mm)	类目数
眼球纵径	4.0	16.4	1.0	15
眼球横径	4.8	16.8	1.0	14
耳廓长	9.5	34.0	1.5	19
双顶径	34.0	96.0	3.0	23
腹径	30.0	98.0	3.0	25
股骨长	16.0	76.0	3.0	22
总计				118

表 2 项目中类目的划分 (2)

项目	最小值 (mm)	最大值 (mm)	间隔 (mm)	类目数
眼球纵径	4.0	16.4	0.5	27
眼球横径	4.8	16.8	0.5	26
耳廓长	9.5	34.0	1.0	27
双顶径	34.0	96.0	1.0	64
腹径	30.0	98.0	1.0	70
股骨长	16.0	76.0	1.0	62
总计				276

但是, 由于利用删除法求解正规方程 (6) 的前提是假定其秩 $R(X^T X) = \sum_{j=1}^m r_j - m + 1$, 而在本文估计孕周的实际应用中, 难以满足该条件。例如, 在取参数 $m=6$ 的多参数方法中, 如果采取等间隔的类目划分方法 (参见表 1), 满足条件的秩为 $R(X^T X) = \sum_{j=1}^m r_j - m + 1 = 113$, 而收集到的样本往往不能达到该要求, 例如, 本文收集到的 390 例样本所得 $R(X^T X) = 109$, 不能满足利用删除法求解该正规方程的条件。其主要原因是: 在本文的实际应用中, 项目数 m 太小, 而类目划分数太大, 尤其在采用单一

参数估计孕周时,项目数取 $m=1$,则要求矩阵 $X^T X$ 为一满秩矩阵,实际应用中是无法达到的。如果进一步加大类目数(参见表2),而项目数 m 不变,则要求矩阵 $X^T X$ 十分接近满秩条件,方能应用删除法求解正规方程。这在本文的实际应用中是较难满足的。

为了解决上述问题,本文引入广义逆矩阵^[4]来求解正规方程(6),定义如下。

设 A 是 $m \times n$ 阵,如果存在 $n \times m$ 阵 X ,使满足

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & AXA = A, \\ \text{(II)} \quad & XAX = X, \\ \text{(III)} \quad & (AX)^* = AX, \\ \text{(IV)} \quad & (XA)^* = XA, \end{aligned}$$

则称 X 是 A 的广义逆矩阵。由于任何秩为 r 的 $m \times n$ 阵 A 的广义逆矩阵存在且唯一,故记 $x=A^+$ 。显然,当 A 是非奇异阵时,取 $X=A^{-1}$ 。

由此,利用广义逆矩阵的概念求解方程 $X \cdot \hat{b} = X^T \cdot Y$,得

$$\hat{b} = [X^T \cdot X]^+ \cdot X^T \cdot Y \quad (9)$$

在本文中,利用奇异值分解法^[4]求解 $m \times n$ 矩阵 A 的广义逆矩阵 A^+ 。

对于 $m \times n$ 矩阵 A 有奇异值分解,

$$A = V \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} U^* \quad (10)$$

其中, V 和 U 分别是 m 和 n 阶酉矩阵, $\begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ 是 $m \times n$ 矩阵, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ 是 $n \times n$ 对角矩阵,那么,

$$A^+ = U(\Sigma^+ \quad 0)V^* \quad (11)$$

其中, $\Sigma^+ = \text{diag}(\sigma_1^+, \dots, \sigma_n^+)$,

$$\sigma_i^+ = \begin{cases} 1/\sigma_i & \text{if } \sigma_i > 0 \\ 0 & \text{if } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (12)$$

应用声学

由此可见,求出矩阵 A 的奇异值分解,便可得到其广义逆矩阵 A^+ 。本文分两阶段计算 A 的奇异值分解,即第一阶段利用 Householder 变换把矩阵 A 化为双对角矩阵形式;第二阶段利用 Givens 反射变换的 QR 算法求双对角矩阵的奇异值。

和满秩分解方法一样,在利用奇异值分解计算广义逆的过程中,要确定矩阵的秩,把小于等于某个容限 ε 的小奇异值即时处理,因为它们反映了计算数据中的误差。令

$$\sigma_i^+ = \begin{cases} 1/\sigma & \text{if } \sigma_i > \varepsilon \\ 0 & \text{if } \sigma_i \leq \varepsilon \end{cases} \quad (13)$$

这样,由式(11)得到广义逆 A^+ 的元素为

$$a_{ij}^+ = \sum_{\substack{k=1 \\ \sigma_k > \varepsilon}}^n \frac{U_{ik} V_{jk}}{\sigma_k}, i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, m \quad (14)$$

3 临床数据实验结果

为了建立孕周的估计公式,本文采集了大量临床数据,且进行了预处理,以便样本数据能尽可能正确、全面地反映总体的情况。本文收集了390例样本作为胎儿孕周估计的原始数据,采用的参数除了传统的双顶径、腹径和股骨长之外,还选用了可能对孕周变化敏感的胎儿眼球纵径、眼球横径^[5]和耳廓长这3个参数。本文把这6个参数作为6个项目进行划分。

至于各个项目的类目划分,参考有关文献、资料^[6],结合本文采集到的临床数据,我们进行了如表2的项目及类目划分。以眼球纵径为例,最小值4.0mm,最大值16.4mm,分类间隔0.5mm,小于最小值和大于最大值的分别为一类,总共分成27类。其它5项依此类推,总类目数达到276。这样的类目划分是依据采集到的临床数据的最小间隔而定的,已经达到了等间隔划分的极限。

为了验证本文根据数量化理论建立的估计方法优于以往类似方法及线性回归估计法, 本文使用另外 60 多例临床数据对孕周估计公式进行了检验, 并将该方法与以往类似方法及线

性回归法等其他几种方法作了比较, 有关数据见表 3。其中数量化方法 I 是采用删除法求解正规方程, 数量化方法 II 是采用本文中的广义逆矩阵法求解。

表 3 各种孕周估计方法的比较

方法	胎儿发育阶段 (周)	参数个数 (个)	例数 (个)	绝对误差平均值 (周)	标准差 (周)
数量化方法 II	14-40	6 参数	63	0.6479	1.033
数量化方法 I	14-40	6 参数	63	0.9862	1.347
线性回归	14 - 40	6 参数	63	1.154	1.510
线性回归	14 - 40	双顶径	63	1.582	2.037
线性回归	14 - 40	股骨长	63	1.474	1.830
线性回归	14 - 40	腹径	63	1.402	1.791
经验公式	14 - 40	双顶径	63	2.969	2.704
经验公式	14 - 40	股骨长	63	2.222	2.486

表 4 数量化方法 I 各项目对估计的贡献和复相关系数

项目	偏相关系数	方差比	对应系数的范围
眼球纵径	0.855	1.68	99.3
眼球横径	0.846	2.37	95.8
耳廓长	0.574	0.120	34.2
双顶径	0.553	0.0382	5.34
腹径	0.682	0.0473	4.72
股骨长	0.870	0.380	50.9

复相关系数 0.989

表 5 数量化方法 II 各项目对估计的贡献和复相关系数

项目	偏相关系数	方差比	对应系数的范围
眼球纵径	0.787	0.0597	7.88
眼球横径	0.861	0.0655	10.5
耳廓长	0.835	0.0393	8.13
双顶径	0.905	0.0654	13.0
腹径	0.935	0.138	15.7
股骨长	0.950	0.219	20.9

复相关系数 0.994

通过比较可以发现, 本文改进后的采用 6 参数的数量化方法效果最好, 优于以往的类似方法。采用 6 参数线性回归方法的估计效果也不如本文方法, 但是比分别单独使用双顶径和股骨长的线性回归估计的误差小。由此可以得出结论, 多参数的方法优于单一参数的方法;

数量化方法的误差明显较小, 是这一领域中效果比较好的算法。相信随着样本数据和验证数据的增多, 可以更加明显地体现出这一点。

通过对采用经验公式的估计结果观察发现, 目前仍被使用的一些经验公式确实存在误差大、适用阶段参差不齐等缺点, 其效果远不如本文所述的数量化方法, 也明显逊色于线性回归方法。

与线性回归算法相类似, 可以计算出数量化理论估计方法的有关参数以评价估计质量。本文选取复相关系数作为评价标准。另外, 根据数量化理论, 本文通过计算偏相关系数、方差比和对应系数的范围^[7]来判定各个项目对估计结果的贡献, 如表 4 和表 5 所示。通过表 4 和表 5 可以看出本文改进的数量化方法也明显优于以往的数量化方法。

4 结论

本文主要讨论孕周的超声无损估计方法。通过引入广义逆矩阵求解正规方程, 很好地解决了应用数量化理论对孕周进行估计的前提条件。大量的临床实验结果表明, 本文所述方法明显优于传统方法及以往的数量化方法, 是临床上应用医学超声无损估计孕周的实用方法。

(下转第 25 页)

4 结论

由于声传播的特殊情况,受到传播媒质以及测量系统的影响很大。因此,如不对图像进行恢复处理,所作的种种定量分析实际上并不一定能反映所测目标的真正情况。上述纹理参数 CON、ASM、ENT 及 IDM 的数值在已恢复的图像与未恢复的图像中差别很大,且当增益与 TGC 变化时它们的数值也变化较大,这些说明了这一点。而极大极小值法 MM 的数值因为是反映了一定大小的区域内极大值与极小值的数目,所以所受的影响相对就较小。只是因为判定极大值或极小值的阈值是预定的,因此当增益或 TGC 改变过大时,其数值也会受到一些影响。

参 考 文 献

- 1 Zhou K Y, Zhang D F, Lin C, et al. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1992 **92**(5): 2532-2538.
- 2 Zhou K Y, Lee D L, Wang M, et al, A restoration method of ultrasonic medical tomogram, *Acoustical Imaging*, Vol. 20. New York and London, Plenum Press, 1993, 511-517.
- 3 张道法, 周康源, 林 川等. 声学学报, 1993, **18**(6): 415-419.
- 4 Haralick R M. *Proc. IEEE*. 1979 **67**(5): 786-803.
- 5 Richard W R. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1980, **2**(3): 252-256.
- 6 Owen R S. *IEEE Trans. Computers*, 1977 **8**(4): 310-321.

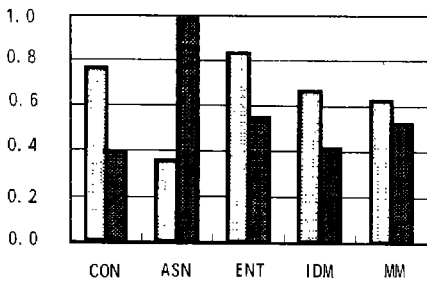


图 5 未经恢复的图像的纹理参数值
 $G=20$, $N=12$, $F=45$

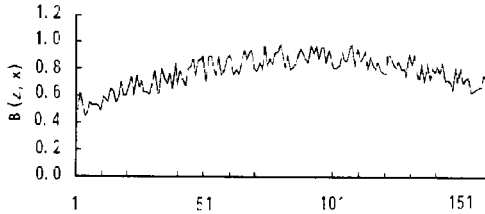


图 6 未经恢复的 B 超图像输出某一扫线
 $G=40$, $N=6$, $F=20$

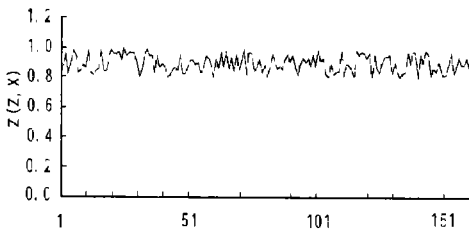


图 7 经恢复后的 $Z(z, x)$ 某一扫线的波形图

(上接第 10 页)

参 考 文 献

- 1 谷运华. 中国人胚胎发育时序和畸形预防. 上海: 上海医科大学出版社, 1993, 16-20.
- 2 Wang W Q, Wang Y Y, Liu B, et al. *Chinese J. Biomed. Eng.*, 1998, **7**(4): 180-183.
- 3 夏立显, 周光亚. 数量化理论及其应用. 吉林: 吉林大学出版社, 1985, 1-75.

- 4 何旭初, 孙文瑜. 广义逆矩阵引论. 江苏: 江苏科学技术出版社, 1991, 28-47.
- 5 孙立宾, 朴京诺, 孙凡树. 中国医学影像技术, 1993, **19**(2): 24-26.
- 6 王纯正. 超声学. 北京: 人民卫生出版社, 1993, 20-226.
- 7 沙定国. 实用误差理论与数据处理. 北京: 北京理工大学出版社, 1993, 8-56.