

用超声背向散射谱定征柱状固体的 弹性常数^{*}

刘胜兴 王铁海 王耀俊

(南京大学近代声学国家重点实验室 南京 210093)

1998 年 12 月 11 日收到

摘要 根据流体中圆柱固体对超声波的背向散射谱与固体弹性参数的密切关系,本文提出了材料弹性参数测量的一种新方法——超声背向散射谱法;测量了铜合金杆和铝合金杆的超声背向散射谱,并反演得到了它们的杨氏模量和泊松比。和传统的静力学方法相比,超声背向散射法测得的数据较精确,且对被测材料不会造成任何损伤。

关键词 超声背向散射, 振幅谱, 弹性参数反演

Determination of elastic constants of cylindrical solids using backscattering amplitude spectrum

Liu Shengxing Wang Tiehai Wang Yaojun

(The State Key Lab of Modern Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract Based on the relations between the ultrasonic backscattering amplitude spectrum and elastic constants of a cylindrical solid rod immersed in water, this paper introduces a new method to inversely deduce the elastic parameters by ultrasonic measurements. The ultrasonic backscattering amplitude spectrums of copper and aluminum rods are measured and their Young's modulus and Poisson's ratio are reconstructed. The presented method is nondestructive and more precise and repeatable compared with the traditional static technique.

Key words Ultrasonic backscattering, Amplitude spectrum, Elastic constants reconstruction

1 引言

测定材料弹性参数通常采用拉伸、扭曲等静力学的方法,这些方法简单和直观,但可能给

被测材料造成一定的损伤,且测试精度和重复性较差。目前,通过测量超声在材料中的传播速度反演材料参数的无损检测技术,因其精度高和测试方便而日益受到重视。对于尺寸较小的

^{*} 江苏省自然科学基金和国家自然科学基金资助项目

板状样品或必须考虑界面层影响的复合材料,人们则通过测定超声波的共振特性、漏 Lamb 波的色散曲线或超声谱反射特性,依靠一定的物理模型,反演得到材料的力学参数^[1-4]。但对于实际中经常遇到的圆柱状材料,当其径向尺寸与波长可比拟时,用上述超声技术确定其力学参数往往比较困难。

超声波入射到圆柱固体时会引起散射,其散射场的分布及各方向上的散射谱特性与固体的弹性参数密切相关^[5-7]。基于这样的原理,本文提出了测量圆柱状材料参数的超声背向散射方法。本文将给出圆柱状固体超声背向散射谱的理论表达式,描述测定超声背向散射谱的实验技术,以及根据实验数据反演材料弹性参数的数学方法。作为例子,我们分别对铜合金杆和铝合金杆的超声背向散射谱进行了测量,反演出它们的杨氏模量和泊松比,并与静力学方法测得的数据进行了比较。

2 超声背向散射谱

假设角频率为 ω 的平面简谐声波从流体中垂直入射到半径为 a 的弹性圆柱固体(其密度、杨氏模量和泊松比分别为 ρ 、 E 和 σ)上,声波的部分能量将被散射,如图 1 所示。单位振幅的入射声波位移势函数 ϕ_i 在柱坐标中用本征模式可展开为:

$$\phi_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(k_f r) \exp(jn\theta) \quad (1)$$

式中 $J_n(\cdot)$ 为 n 阶柱贝塞耳函数, $k_f = \omega/\nu_f$ 为流体中声波波数, ν_f 为流体中声波速度, r 为场点离圆柱轴线的距离 ($r \geq a$), θ 为 r 与 x 轴的夹角, $j = \sqrt{-1}$ 。同样,流体中散射声波势函数可表示为:

$$\phi_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_n(k_f r) \exp(jn\theta) \quad (2)$$

式中 $H_n(\cdot)$ 为第一类 n 阶柱汉克函数, A_n 为待定散射系数。

应用声学

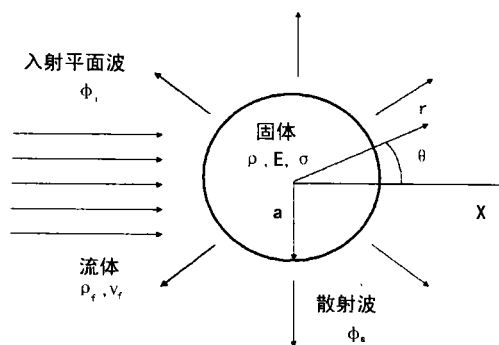


图 1 柱状固体对垂直入射超声波散射的横截面示意图

入射声波还将在弹性圆柱固体中激发声波(纵波和横波),它们的势函数也可以用本征模式展开:

$$\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n J_n(k_l r) \exp(jn\theta) \quad (3)$$

$$\psi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n J_n(k_t r) \exp(jn\theta) \quad (4)$$

式中 $J_n(\cdot)$ 为贝塞耳函数, B_n 和 C_n 为待定系数 ($r \leq a$), k_l 和 k_t 分别为固体中纵波和横波波数,它们决定于声波频率、固体的密度和弹性常数(杨氏模量和泊松比):

$$k_l = \frac{\omega}{E(1-\sigma)} \sqrt{\rho E(1-\sigma^2)(1-2\sigma)} \quad (5)$$

$$k_t = \frac{\omega}{E} \sqrt{2\rho E(1+\sigma)} \quad (6)$$

通过界面处 $r=a$ 的边界条件(法向应力和位移分别连续,切向应力消失),可求得待定系数 A_n 、 B_n 和 C_n ,由 A_n 可确定散射场^[8]。显然,散射场的分布及各方向上的散射谱特性与固体的弹性常数密切相关。

将 A_n 代入(2)式,可得远场条件下散射势函数的表达式:

$$\begin{aligned} \phi_s(\theta) &= \frac{1-j}{\sqrt{\pi k_f r}} \exp(jk_f r) \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} A_n \exp(jn\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

以归一化因子 $\sqrt{2r/a}$ 乘 (7) 式, 然后取模, 使得固体圆柱体的超声散射谱 [7]。定义 $\theta=\pi$ 时的散射谱为背向散射谱, 其表达式为:

$$F(\pi)=\frac{2}{\sqrt{\pi k_f \alpha}}\left|\sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n A_n\right| \tag{8}$$

实验上, 背向散射谱是容易测定的。

3 背向散射谱的测量

3.1 实验原理

为了测定固体圆柱体的超声背向散射谱, 我们使用了如图 2 所示的实验系统, 其中由计算机控制的脉冲源产生脉冲信号来激励超声换能器 (实验中换能器的中心频率为 1.1MHz, 有效频率范围为 0.5~1.5MHz)。计算机控制步进马达带动样品旋转 (精度为 0.36°), 以改变超声波至圆柱样品的入射角 θ_i (垂直入射时 $\theta_i=0$) ,

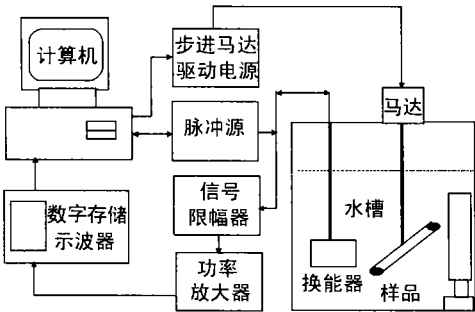


图 2 超声散射谱测量实验系统示意图

用同一换能器接收散射声信号。接收到的信号经限幅、放大、滤波后送至存储示波器, 采样后的离散信号送计算机分析和处理。换能器和样品均放在一小型水槽中, 其中还放置了一个与入射波声束相垂直的铜质反射体, 用以测量实验系统的频率响应。实验中必须仔细调节换能器、样品及反射体的相对位置, 使系统接收到的散射信号、反射信号以及脉冲源的直达信号能有效分开。将散射信号谱除以系统的频率响应, 使得圆柱样品的背向散射谱。

3.2 测量结果

根据上面的实验原理和方法, 我们测量了均匀铜合金杆和铝合金杆的超声背向散射谱。实验结果见图 3 和图 4 中的点线。实验样品的一些物理参数见表 1, 其中半径和杆长分别用游标卡尺和直尺测得, 密度由样品质量和体积的比值求得。

表 1 铝合金杆、铜合金杆的物理参数

	半径 (mm)	密度 (kg/m ³)	杆长 (mm)
铜合金杆	2.94	8730	291
铝合金杆	2.93	2917	289

从图 3 和图 4 可以看出: (1) 对不同的材料, 如铜和铝, 背向散射谱有很大的差别, 因此, 采取一定的方法, 我们有可能反演得到不同材料的弹性参数; (2) 背向散射谱不是一条平滑的曲线, 而包含许多极值, 它们与声波作用在固体圆柱体时激发的共振模式有关。

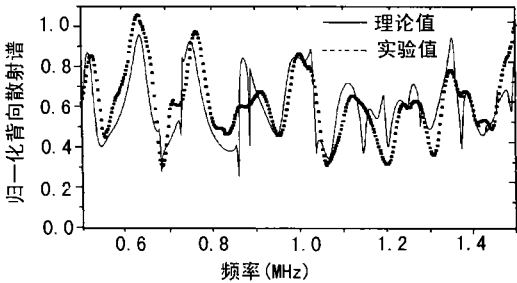


图 3 声波垂直入射时铜合金杆的背向散射谱

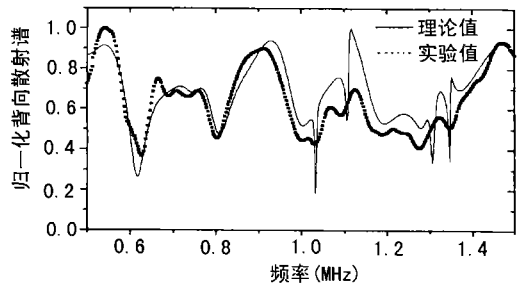


图 4 声波垂直入射时铝合金杆的背向散射谱

4 材料参数的确定

由超声背向散射谱的实验结果可以反演材

料的杨氏模量 E 和泊松比 σ 。所用方法：在杨氏模量和泊松比组成的两维空间中找到一组数，使得超声背向散射谱的实验测量值和由这组数代入 (8) 式算得的理论模拟值之间的误差最小。超声背向散射谱的实验测量值和理论模拟值之间的误差用最小平方和的形式可表示为：

$$S(E, \sigma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [F_e(f_i) - F_c(f_i, E, \sigma)]^2 \quad (9)$$

式中 f_i 是换能器有效频率范围内选取的频率值， N 是选取的频率总点数 (本文 N 取 400)， F_e 是超声背向散射谱的实验值， F_c 是利用公式 (8) 计算的超声背向散射谱的理论模拟值。计算背向散射谱时，(8) 式中所取的项数必须足够多以满足以下精度：

$$\frac{|A_{M+1}|^2}{\sum_{n=-M}^M |A_n|^2} < 10^{-10} \quad (10)$$

式中 M 为选取的项数。不断改变试选的杨氏模量和泊松比，使 S 达最小值，这时对应的杨氏模量和泊松比即为所求。对每种杆状材料做了 4 次实验，由实验数据反演得到的杨氏模量和泊松比的相对偏差不超过 1%。为了验证方法的正确性，把反演得到的杨氏模量和泊松比的数值代入 (8) 式算出背向散射谱的理论值，典型结果如两图 (图 3、图 4) 中实线所示。由图可知，理论曲线与实验曲线符合得相当好。表 2 中括号里的数值是用静力学方法测得的，它们是 5 次测量的平均值，但其最大偏差在 7%~9% 左右^{**}。用静力学方法测得铜杆的杨氏模量与用超声背向散射谱法反演得到的数值有较大的误差，其原因待进一步研究。

表 2 反演得到的杨氏模量和泊松比

		杨氏模量 ($\times 10^{10} \text{N/m}^2$)	泊松比
铜	杆	9.91(8.91)	0.350(0.340)
铝	杆	7.57(7.88)	0.345(0.332)

^{**} 数据由东南大学力学研究所提供

4 结语

背向散射谱与材料的特性密切相关，由此可以反演得到杆状材料的杨氏模量和泊松比。本文描述的弹性常数测量的超声背向散射谱法精度高、可重复性好，因此有一定的应用前景。对于复合结构圆柱体的参数反演及界面检测问题，尽管理论和实验比较复杂^[9,10]，但我们认为本文提出的方法同样适用。

参 考 文 献

1 Xu P C, Mal A K, Bar-Cohen Y. *Int.J.Eng. Sci.* 1990, **28**: 331-345.
2 Iyer V, Kinra V K. *Review of Progress in QNDE*, 1992, (11): 1571-1577.
3 Nagy P B, Kent R M. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1995, **98**: 2694-2701.
4 许明翔, 王耀俊. 应用声学, 1996, **15**: 1-4.
5 Faran J J. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1951, **23**: 405-418.
6 White R M. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1958, **30**: 771-785.
7 Huang W, Wang Y J, Rokhlin S I. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1996, **99**: 2742-2475.
8 朱为勇, 王耀俊. 声学学报, 1998, **23**: 305-315.
9 Rokhlin S I, Wang Y J. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1991, **89**: 503-515.
10 Huang W, Rokhlin S I, Wang Y J. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1996, **101**: 2031-2042.