

可控磁性量子点杂质引起的单电子自旋过滤器^{*}

崔海虎¹, 张梦梦², 赖文喜^{3†}

1. 内蒙古交通职业技术学院建筑工程系, 赤峰 024005;

2. 北京科技大学材料科学与工程学院, 北京 100083;

3. 北京信息科技大学理学院, 北京 100192

收稿日期: 2020-08-25; 接收日期: 2021-09-24

【摘要】 本文提出一种基于电子-电子自旋交换相互作用获得自旋极化电流的模型. 该方案中, 需要两个距离相近的量子点. 其中一个为开放系统, 另一个为封闭系统. 开放系统能完成单电子输运, 封闭系统产生比较强的局域磁场, 两个系统之间有电子-电子自旋交换相互作用. 该相互作用会影响电子输运, 从而可以对电子输运产生自旋过滤效应. 我们用量子主方程描述开放系统的演化, 在有效哈密顿量的基础上, 可以得到解析结果. 结果显示, 在低温条件下, 交换相互作用足够强的时候, 系统给出的自旋过滤效率接近 1.

关键词: 信息处理, 量子点, 单电子, 自旋过

PACS: 73.63.Kv, 73.23.Hk, 72.25.Hg, 75.76.+j

DOI: 10.13380/j.ltpl.2021.03.004

Single Electron Spin Filter Caused by a Controllable Magnetic Quantum Dot Impurity

CUI Haihu¹, ZHANG Mengmeng², LAI Wenxi^{3†}

1. *Department of Building Engineering, Inner Mongolia Vocational and Technical College of Communications, Chifeng 024005, China;*

2. *School of Materials Science and Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;*

3. *School of Applied Science, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China*

Received date: 2020-08-25; accepted date: 2021-09-24

【Abstract】 A spin-polarized current model based on electron-electron spin exchange interaction is proposed. In this scheme, two quantum dots with near distance are needed. One is an open system and the other is a closed system. The open system can complete the single electron transport, the closed system produces a strong local magnetic field, and there is an electron-electron spin exchange interaction between the two systems. This interaction will affect the electron transport and thus can produce a spin-filtering effect. We use quantum master equations to describe the evolution of the system. Based on the effective Hamiltonian, analytical results can be obtained. The results show that the spin-filtering efficiency of the system is close to 1 when the exchange interaction is strong enough at low temperature.

Keywords: Information processing, quantum dot, single electron, spin filtering

PACS: 7460, 7490, 0290

^{*} 北京信息科技大学学校科研基金项目(批准号: 1925029)资助的课题.

[†] wxlai@pku.edu.cn

DOI: 10.13380/j.ltpl.2021.03.004

Reference method: CUI Haihu, ZHANG Mengmeng, LAI Wenxi, Low. Temp. Phys. Lett. **43**, 0164 (2021)

1 引言

局域磁相互作用可以用于实现未来量子计算的量子位和逻辑门. 对于这样的量子系统, 最自然的一个选择是固体中的电子. 电子自旋量子数是 $1/2$, 对应两个固有的自旋量子态^[1]. 所以, 过去一段时间人们研究了许多有关电子自旋态与信息处理的问题, 例如自旋探测器^[2], 自旋态量子计算^[3], 自旋调控^[4,5]等. 自旋过滤器是一种过滤特定自旋的功能材料, 也可以看作一种自旋阀门, 在电子的控制, 测量, 以及信息处理中的应用至关重要. 过去人们采用几种有趣的方法研究过自旋过滤效应. 这些方法分别利用了固态异质结构中的自旋相关势垒^[6-9], 石墨-金属合金表面费米能级附近的自旋相关量子态^[10], 光泵浦引起的角动量传输^[11], 夹在金属之间的有机铁磁体^[12], 量子点中的自旋态^[13-15]等.

类似于光学中用偏振片产生偏振光, 用自旋过滤器获得确定自旋态的电流也是一项很重要的物理过程^[4,16]. 在纳米量级的半导体器件中, 产生电子自旋过滤效应的最直接的方法是把磁场加在电子输运系统中, 利用电子自旋的塞曼效应 (Zeeman effect) 获得依赖电子自旋态的隧穿结. 用来控制电子自旋的磁场, 一般是某种局域的磁场, 例如直接用铁磁材料作用在双量子点中制作自旋阀门^[17], Mg_2Si 材料中 Fe 原子杂质引起的电子自旋极化^[18], 在双量子点中用铁磁条产生磁场获得共振电子自旋态^[19]. 在当前这项工作中, 我们基于半导体双量子点之间的电子自旋交换相互作用提出一种电子自旋过滤效应. 我们的模型和以往的相关研究相比, 不同的地方在于把一个束缚电子的磁矩通过电子-电子自旋交换相互作用传播到另一个输运电子当中. 尽管这篇文章中我们只考虑了相互作用的平均效应, 如同把外磁场直接加在量子点上, 但该方案打开了一个用电子-电子自旋交换相互作用控制输运电子态的方向.

在实验室里, 可以用表面门电压 (surface gate) 定义的二维电子气体 (two-dimensional electron gas) 验证本文中提出的双量子点自旋过滤系统. 这样的量子点中, 由于电子磁矩比较弱, 电子自旋态能有很长的寿命, 从 μs 到 ms 的数量级^[20,21]. 低温强磁场条件下, 平衡态量子点也是可以实现的^[16].

接下来, 本文介绍系统结构以及描述该系统的

哈密顿量. 通过哈密顿量的简化, 我们获得有效哈密顿量. 然后, 推导出描述电子运动的量子主方程. 对于电子隧穿来讲, 该方程有解析结果. 文章后半部分, 根据方程的结果, 分析电子自旋过滤效果及其物理机制. 在低温条件下, 交换相互作用足够强的时候, 自旋电流的极化率接近 1. 而温度比较高, 同时交换相互作用比较弱的时候, 极化率就会降低, 也就是自旋过滤效应会变弱.

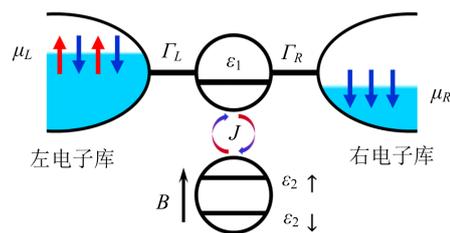


图 1 电子自旋过滤器模型示意图. 量子点 1 分别和左右电子库之间产生电子隧穿, 和量子点 2 通过自旋交换相互作用耦合.

Fig. 1 Schematic illustration of the electron spin filter model. Quantum dot 1 is coupled to the left and right electronic leads by electron tunneling, respectively, and coupled with quantum dot 2 through spin-exchange interactions.

2 电子自旋过滤器理论模型

2.1 哈密顿量

双量子点分别称作量子点 1 和量子点 2. 量子点 1 是一个开放系统, 它和左边及右边电子库之间以隧穿的方式交换电子 (如图 1 所示). 量子点 1 被假定只有一个能级, 它的哈密顿量可写成 $H_1 = \sum_{\sigma} \epsilon_1 a_{1\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma}$, 其中, $a_{1\sigma}$ ($a_{1\sigma}^{\dagger}$) 是量子点 1 中能级 ϵ_1 上的电子湮灭 (产生) 算符, 其下角标 σ 分别代表电子自旋量子数态, 即 $\sigma = \uparrow, \downarrow$. 电子库中的电子可看作是自由电子, 用哈密顿量 $H_B = \sum_{\alpha, k, \sigma} \epsilon_{\alpha k} b_{\alpha k \sigma}^{\dagger} b_{\alpha k \sigma}$ 表示它们, 其中, $\alpha = L, R$ 分别表示左边和右边. $b_{\alpha k \sigma}$ ($b_{\alpha k \sigma}^{\dagger}$) 是 α 电子库中占据能级 $\epsilon_{\alpha k}$ 的电子湮灭 (产生) 算符, k 和 σ 分别表示电子的动量和自旋. 量子点 1 和两个电子库之间存在比较弱的隧穿过程. 隧穿哈密顿量由以下形式给出 $H_T = \sum_{\alpha, k, \sigma} (t_{\alpha} b_{\alpha k \sigma}^{\dagger} a_{1\sigma} + t_{\alpha}^* a_{1\sigma}^{\dagger} b_{\alpha k \sigma})$, 其中, t_{α} 是隧穿系数.

量子点 2 中也只考虑一个能级, 记为 ϵ_2 , 并且假定它受到一个 z 方向上的磁场 \mathbf{B} (粗体表示矢

量). 量子点 2 中电子的哈密顿量可以表示为 $H_2 = \sum_{\sigma} \epsilon_{2\sigma} a_{2\sigma}^{\dagger} a_{2\sigma} - \boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{B}$, 其中, $a_{2\sigma}$ ($a_{2\sigma}^{\dagger}$) 是量子点 2 中电子的湮灭(产生)算符. $-\boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{B}$ 是量子点 2 中塞曼效应引起的电子磁能^[22]. 本文定义磁场的方向与直角坐标系的 z 轴平行, 并且正方为向上. 而磁矩 $\boldsymbol{\mu}_2 = g_e \frac{-e}{2m_e} \mathbf{S}_2$, 其中, g_e 是电子的朗德因子, $-e$ 是电子电荷, m_e 是电子质量, \mathbf{S}_2 是量子点 2 中电子的自旋. 量子点 1 和量子点 2 中的电子之间存在自旋交换相互作用. 该相互作用能由哈密顿量 $H_{ex} = -J \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$ 表示^[23,24], 其中 $-J$ 是相互作用系数. 可见, 该模型总的哈密顿量 H 由五个部分组成, 即

$$H = H_1 + H_2 + H_{ex} + H_B + H_T. \quad (1)$$

量子点 2 被假定是一个热力学的封闭系统, 和外界没有质量交换, 只有能量交换. 其中的电子和它的环境处于热力学平衡态, 电子的量子态满足正则分布 $\rho_2 = \frac{e^{-H_2/k_B T}}{\text{Tr}_2 \{e^{-H_2/k_B T}\}}$, 这里 Tr_2 表示对量子点 2 的电子态 $\{|1_{2\downarrow}\rangle, |1_{2\uparrow}\rangle\}$ 取迹. 这里, $|1_{i\downarrow}\rangle$ 和 $|1_{i\uparrow}\rangle$ 被定义为量子点 I ($=1, 2$) 中电子在粒子数表象中的本征态, 分别对应自旋向下和向上.

处于热力学平衡态的量子点 2 的状态是混合态. 下面我们基于正则分布 ρ_2 , 把总哈密顿量 H 对量子点 2 的量子态取平均值, 即

$$\text{Tr}_2 \{H \rho_2\} = H^{eff} + \langle H_2 \rangle_2. \quad (2)$$

等式右边第一项是有效哈密顿量,

$$H^{eff} = \sum_{\sigma} \epsilon_{1\sigma} a_{1\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma} + \sum_{a,k,\sigma} \epsilon_{ak} b_{ak\sigma}^{\dagger} b_{ak\sigma} + \sum_{a,k,\sigma} (t_a b_{ak\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma} + H.c.), \quad (3)$$

其中, 原来量子点 2 的作用都体现在量子点 1 中电子的能级 $\epsilon_{1\sigma}$ 上. 对自旋向上和向下的电子态我们分别有 $\epsilon_{1\uparrow} = \epsilon_1 + \Delta_{B,J}$ 和 $\epsilon_{1\downarrow} = \epsilon_1 - \Delta_{B,J}$, 其中,

$$\Delta_{B,J} = -\frac{J}{4} \frac{e^{\frac{\epsilon_2 + \mu_B B}{k_B T}} - e^{\frac{\epsilon_2 - \mu_B B}{k_B T}}}{e^{\frac{\epsilon_2 + \mu_B B}{k_B T}} + e^{\frac{\epsilon_2 - \mu_B B}{k_B T}}}. \quad (4)$$

这是量子点 1 中电子的能级由于量子点 2 的影响而产生修正. 方程(2)右边第二项是,

$$\langle H_2 \rangle_2 = \frac{\epsilon_{2\uparrow} e^{\frac{\epsilon_{2\uparrow}}{k_B T}} + \epsilon_{2\downarrow} e^{\frac{\epsilon_{2\downarrow}}{k_B T}}}{e^{\frac{\epsilon_{2\uparrow}}{k_B T}} + e^{\frac{\epsilon_{2\downarrow}}{k_B T}}}, \quad (5)$$

其中, $\epsilon_{2\uparrow} = \epsilon_2 + g_e \mu_B B/2$, $\epsilon_{2\downarrow} = \epsilon_2 - g_e \mu_B B/2$. 上面推导中用电子的产生湮灭算符表示了自旋算符, 即

$$S_{ix} = \frac{1}{2} (a_{i\downarrow}^{\dagger} a_{i\uparrow} + a_{i\uparrow}^{\dagger} a_{i\downarrow}), S_{iy} =$$

$$\frac{i}{2} (a_{i\downarrow}^{\dagger} a_{i\uparrow} - a_{i\uparrow}^{\dagger} a_{i\downarrow}), S_{iz} = \frac{1}{2} (a_{i\uparrow}^{\dagger} a_{i\uparrow} - a_{i\downarrow}^{\dagger} a_{i\downarrow}).$$

同时, 本文取了 $\hbar = 1$, 所以, 在这里频率都等同于能量. $\langle H_2 \rangle_2$ 是一个实数, 在本系统的运动方程中没有贡献.

2.2 运动方程

整个装置的量子态用密度矩阵 ρ_T 表示, 它满足量子 Liouville 方程 $\frac{\partial}{\partial t} \rho_T = -i [H^{eff}, \rho_T]$. 而量子点 1 中电子的约化密度矩阵是 $\rho = \text{Tr}_B \{ \rho_T \}$, 其中, Tr_B 表示在电子库的所有量子态上取迹. 初始时刻, 电子库和量子点之间还没有关联, 这时总密度矩阵被写成 $\rho_T(0) = \rho(0) \otimes \rho_B$, 其中 ρ_B 是电子库的密度矩阵算符. 假定电子库始终处于热平衡状态, 所以 ρ_B 不随时间变化. 基于玻恩-马尔卡夫近似和有效哈密顿量 H^{eff} , 我们可以得到量子点 1 中电子的量子主方程(quantum master equation)^[25,26],

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \left[\sum_{\sigma} \epsilon_{1\sigma} a_{1\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma}, \rho \right] + L_L \rho + L_R \rho, \quad (6)$$

在这运动方程中, Lindblad 超算符 L_L 和 L_R 作用在密度矩阵 ρ 上表示量子点和电子库之间的耦合. 它们具体表达式为 $L_{a\rho} = \frac{\Gamma_a}{2} \sum_{\sigma} [f_{a,\sigma} (a_{1\sigma}^{\dagger} \rho a_{1\sigma} - a_{1\sigma} a_{1\sigma}^{\dagger} \rho) + (1 - f_{a,\sigma}) (a_{1\sigma} \rho a_{1\sigma}^{\dagger} - a_{1\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma} \rho) + H.c.]$, 其中, $\sigma = \uparrow, \downarrow$. Γ_L 和 Γ_R 是隧穿频率, 它们可以写成 $\Gamma_L = 2\pi |t_L|^2 D_L$ 及 $\Gamma_R = 2\pi |t_R|^2 D_R$, 其中 D_L 和 D_R 分别是左右电子库的态密度. $f_{a,\sigma}$ 是电子库中电子的费米-狄拉克统计分布函数, 由以下公式给出 $f_{a,\sigma} = \frac{1}{e^{(\epsilon_{1\sigma} - \mu_a)/k_B T} + 1}$, 其中, μ_L 和 μ_R 分别表示左右电子库的化学势, T 是电子库的温度. k_B 是波尔茨曼常数.

假定量子点只能被一个电子占据. 量子点 1 的量子态有 $\{|0\rangle, |1_{1\downarrow}\rangle, |1_{1\uparrow}\rangle\}$. 把方程(6)投影在这三个基矢波函数上, 我们得到一组完备的微分方程组. 它们分别是,

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = -(A_{21} + A_{31}) \rho_{11} + A_{12} \rho_{22} + A_{13} \rho_{33}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = A_{21} \rho_{11} - A_{12} \rho_{22}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = A_{31} \rho_{11} - A_{13} \rho_{33}, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_{21} &= \Gamma_L f_{L\downarrow} + \Gamma_R f_{R\downarrow}, \\ A_{12} &= \Gamma_L (1 - f_{L\downarrow}) + \Gamma_R (1 - f_{R\downarrow}), \\ A_{13} &= \Gamma_L (1 - f_{L\uparrow}) + \Gamma_R (1 - f_{R\uparrow}), \\ A_{31} &= \Gamma_L f_{L\uparrow} + \Gamma_R f_{R\uparrow}. \end{aligned}$$

在这里, 矩阵元 $\rho_{11} = \langle 0 | \rho | 0 \rangle$, $\rho_{22} = \langle 1_{1\downarrow} | \rho | 1_{1\downarrow} \rangle$, 以及 $\rho_{33} = \langle 1_{1\uparrow} | \rho | 1_{1\uparrow} \rangle$. 为了研究系统稳态特征, 我们取 $\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = 0$, $\frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = 0$, $\frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = 0$, 并结合量子态归一化条件 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$, 求得方程组 (7)、(8)、(9) 的稳态解,

$$\rho_{11} = \frac{A_{13} A_{12}}{A_{21} A_{13} + A_{12} A_{31} + A_{12} A_{13}}, \quad (10)$$

$$\rho_{22} = \frac{A_{21} A_{13}}{A_{21} A_{13} + A_{12} A_{31} + A_{12} A_{13}}, \quad (11)$$

$$\rho_{33} = \frac{A_{31} A_{12}}{A_{21} A_{13} + A_{12} A_{31} + A_{12} A_{13}}. \quad (12)$$

自旋过滤器, 在实验上可以通过电流直接测量.

下面我们根据电子数守恒的关系式

$$\frac{d}{dt} \sum_{\sigma} \langle a_{1\sigma}^{\dagger} a_{1\sigma} \rangle = \frac{1}{e} (I_{L\uparrow} + I_{L\downarrow} - I_{R\uparrow} - I_{R\downarrow}), \quad (13)$$

推导出电流公式. 这里, 符号 $\langle \rangle$ 表示对量子点的所有电子态进行统计平均. e 是电子电荷绝对值. $I_{L\uparrow}$, $I_{L\downarrow}$, $I_{R\uparrow}$ 和 $I_{R\downarrow}$ 分别代表量子点左边自旋向上、向下, 及右边自旋向上、向下的电流. 根据方程 (13), 我们可以得到

$$I_{L\downarrow} = e\Gamma_L (f_{L\downarrow} \rho_{11} - (1 - f_{L\downarrow}) \rho_{22}), \quad (14)$$

$$I_{R\downarrow} = -e\Gamma_R (f_{R\downarrow} \rho_{11} - (1 - f_{R\downarrow}) \rho_{22}), \quad (15)$$

$$I_{L\uparrow} = e\Gamma_L (f_{L\uparrow} \rho_{11} - (1 - f_{L\uparrow}) \rho_{33}), \quad (16)$$

$$I_{R\uparrow} = -e\Gamma_R (f_{R\uparrow} \rho_{11} - (1 - f_{R\uparrow}) \rho_{33}). \quad (17)$$

通过方程 (14)、(15)、(16)、(17) 可以立即得到自旋向下电流 $I_{\downarrow} = (I_{L\downarrow} + I_{R\downarrow})/2$, 和自旋向上电流 $I_{\uparrow} = (I_{L\uparrow} + I_{R\uparrow})/2$.

3 计算结果

图 1 所示的模型中, 电子的隧穿通道由量子点 1 中的电子能级决定. 由于量子点 1 和量子点 2 之间交换相互作用的影响, 量子点 1 中的电子能级 ϵ_1 被劈裂成 $\epsilon_{1\uparrow}$ 和 $\epsilon_{1\downarrow}$ 等两个能级, 分别对应自旋向上和向下的电子. 该能级的变化如图 2 所示. 图 2 (a) 显示量子点 1 中的束缚能级 $\epsilon_{1\sigma}$ 对于量子点 2 上作用的磁感应强度 B 非常敏感. 这主要是因为正则

分布 ρ_2 是以指数变化的函数. 该能级 $\epsilon_{1\sigma}$ 和交换相互作用强度 J 之间是线性关系, 如图 2(b) 所示. 这个关系也可以直接从方程 (4) 看到. 在本文中, 量子点和电子库之间的隧穿频率取一个比较典型的数量级 $\Gamma_L^{-1} \sim 1ns$. 同时, 为方便起见, 记作 $\Gamma_L = \Gamma$, 并将其他能量都以 Γ 为单位. 电子朗德因子取为 $g_e \approx 2$. 图 2 中的其他参数 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$, $k_B T = 0.5\Gamma$.

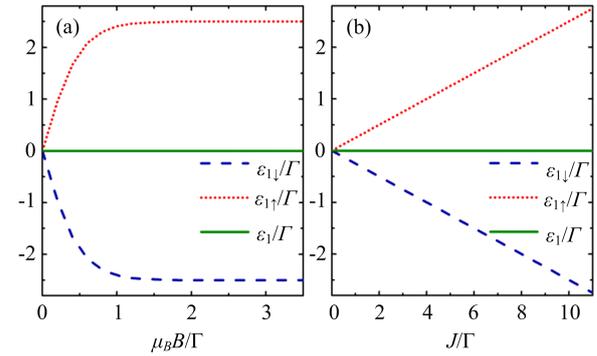


图 2 能级分裂图 (a) 能级随磁感应强度的变化, $J = 10\Gamma$. (b) 能级随交换相互作用强度变化, $\mu_B B = 3\Gamma$.

Fig. 2 Energy level splitting (1) Energy level versus magnetic induction intensity, $J = 10\Gamma$. (2) The energy level changes with the intensity of exchange interaction, $\mu_B B = 3\Gamma$.

由于量子点 1 中产生的能级劈裂与量子点 2 中的电子自旋态有关, 所以, 量子点 1 中的电子隧穿也和量子点 2 中的电子自旋态有关. 图 3 中给出自旋向下电流 I_{\downarrow} 和自旋向上电流 I_{\uparrow} 随门电压 ϵ_1 变化的规律. 在图 3(a) 中, 磁场方向取为向上 ($B > 0$), 下面分四个区域描述. (1) 当门电压 ϵ_1 被调到输运窗口 (transport window) 的时候, $2.5\Gamma < \epsilon_1 < 22.5\Gamma$, 系统中产生电流. (2) 两个能级 $\epsilon_{1\uparrow}$ 和 $\epsilon_{1\downarrow}$ 同时在输运窗口中的时候, 自旋向上电流 I_{\uparrow} 和自旋向下电流 I_{\downarrow} 的振幅相等. (3) 只有能级 $\epsilon_{1\uparrow}$ 在输运窗口中的时候, 几乎没有电流. (4) 而只有能级 $\epsilon_{1\downarrow}$ 在输运窗口中的时候, 自旋向上电流 I_{\uparrow} 趋于零, 自旋向下电流增大 (如带方块的黑线所示), 从而电流成为纯自旋向下电子的隧穿过程. 该自旋向下电流的结果符合低温下单量子点隧穿的电流值^[27]. 在图 3(b) 中, 磁场方向取为向下 ($B < 0$), 可以得到自旋向上的电流 (带圆点的红线所示). 图 3(c) 是左右隧穿频率不同时候的情况, 即 $\Gamma_L < \Gamma_R$ 或者 $\Gamma_L > \Gamma_R$. 该条件并不会本质上改变自旋过滤效应. 这里的基本参数: $k_B T = 0.5\Gamma$, $J = 10\Gamma$, $\mu_B B = 3\Gamma$, $\mu_L = 20\Gamma$, $\mu_R = 0$.

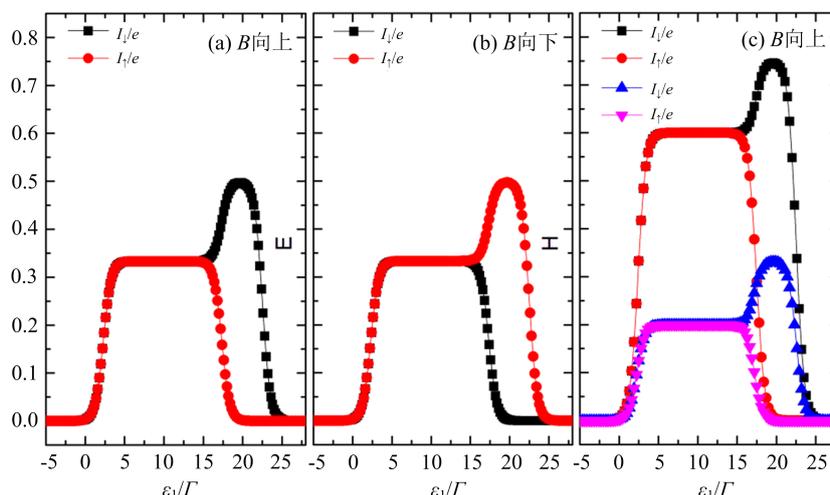


图 3 电流曲线。(a) 磁场向上,可以得到自旋向下极化的电流, $\Gamma_R = \Gamma$ 。(b) 磁场向下,可以得到自旋向上极化的电流, $\Gamma_R = \Gamma$ 。(c) 方块和圆形标记的曲线中, $\Gamma_R = 3\Gamma$; 三角形标记的曲线中, $\Gamma_R = 0.5\Gamma$ 。

Fig. 3 spin up and down current curves. (a) When the magnetic field is upward, the current of spin-down polarization can be obtained, $\Gamma_R = \Gamma$. (b) When the magnetic field is downward, the current of spin-up polarization can be obtained, $\Gamma_R = \Gamma$. (c) curves marked by squares and circles are corresponding to $\Gamma_R = 3\Gamma$; curves marked by triangles are corresponding to $\Gamma_R = 0.5\Gamma$.

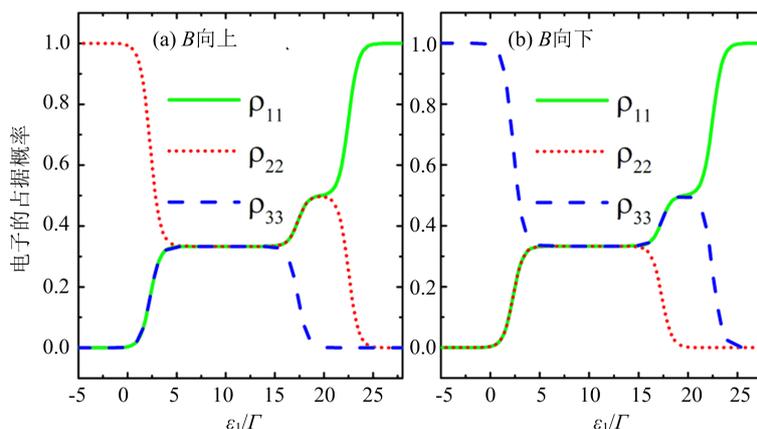


图 4 量子点 1 中电子占据概率。(a) 磁场向上的情况。(b) 磁场向下的情况。

Fig. 4 Electron occupation probability in quantum dot 1. (a) The situation of upward magnetic field. (b) The situation of downward magnetic field.

众所周知,固体的导电性和它内部电子的能级占据态具有紧密关系^[28].对量子点来说也一样.当量子点的能级是空的或者完全被占据了,它会显示出绝缘体的特征,不会导电.如图 4 所示,量子点 1 的门电压 ϵ_1 小于 2.5Γ 的时候,量子点能级 $\epsilon_{1\downarrow}$ 被占满了,而由于库伦阻塞效应,能级 $\epsilon_{1\uparrow}$ 是完全空的,这种情况下不导电的(如图 3(a)).门电压 ϵ_1 大于 22.5Γ 的时候,量子点能级都是空的,所以也不导电.当门电压在 2.5Γ 和 22.5Γ 之间的时候,量子

点能级占据态是半满的,这时候,系统输出电流.图 4(a)和(b)不同的地方是磁场方向相反,从而导致能级 $\epsilon_{1\downarrow}$ 和 $\epsilon_{1\uparrow}$ 的电子占据状况也显示出相反的局面.而 ρ_{11} 、 ρ_{22} 和 ρ_{33} 之和始终是等于 1.图 4 中的参数为 $k_B T = 0.5\Gamma$, $J = 10\Gamma$, $\mu_B B = 3\Gamma$, $\mu_L = 20\Gamma$, $\mu_R = 0$.

电子自旋的过滤效应是通过电子-电子交换相互作用传递量子点 2 中的磁能所导致的.所以,交换相互作用越强,过滤效果越好(如图 5 所示).在这

里,用电流极化率 P 来描述某自旋的电子被过滤的效率.极化率的定义是 $P = |I_{\uparrow} - I_{\downarrow}| / |I_{\uparrow} + I_{\downarrow}|$. 在实验室中,实现高效并不容易.因为,系统环境会影响电子的运动.环境中,最重要的因素之一是温度.温度可以把电子激发到更高的能级上.因为我们的过滤器工作原理主要依赖能级的占据态.所以,温度会改变电子能级占据的局面,从而影响电子过滤效率.从图 5 能看到,大约 $k_B T < J/4$ 的时候,电流极化率大于 50%. 温度相对趋于零的时候,电流极化率接近 1. 对于比较高的温度,极化率将趋于零. 这里的参数为 $\epsilon_1 = 21\Gamma$, $\Gamma_R = \Gamma$, $\mu_B B = 3\Gamma$, $\mu_L = 20\Gamma$, $\mu_R = 0$.

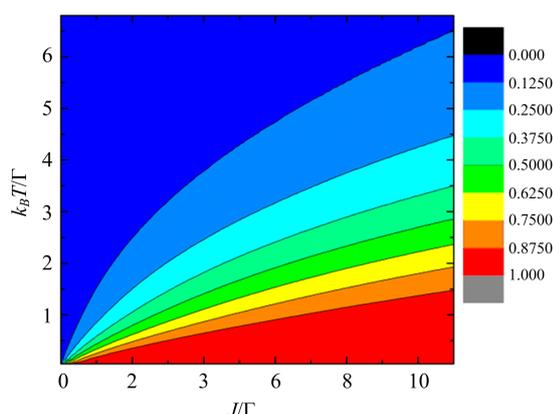


图 5 电流极化率随温度和交换相互作用强度变化的二维图.

Fig. 5 Diagram of current polarizability varying with temperature and exchange interaction strength.

4 讨论

在图(3)中,输运窗口中只包含能级 $\epsilon_{1\uparrow}$ 的时候,系统不输出电流.这是由于这时候能级 $\epsilon_{1\downarrow}$ 已经被占据,考虑到库伦阻塞效应,量子点只能被一个电子占据,因此,自旋向上电子的能级 $\epsilon_{1\uparrow}$ 实际上是空的(如图 4 所示),而完全空的能级不导电.

量子点 2 是磁性杂质,也可以称作一种 Kondo 杂质^[29].因为它处于热力学平衡态,当受到磁场,如

$B > 0$,不同自旋的电子能级高低也不同,即 $\epsilon_{2\uparrow} > \epsilon_{2\downarrow}$. 所以,量子点 2 中的电子占据上下能级的概率不同,即 $\rho_{2\downarrow} > \rho_{2\uparrow}$. 其中,密度矩阵 ρ 的矩阵元是

$$\rho_{2\uparrow} = \frac{e^{-\epsilon_{2\uparrow}/k_B T}}{e^{-\epsilon_{2\uparrow}/k_B T} + e^{-\epsilon_{2\downarrow}/k_B T}}, \rho_{2\downarrow} = \frac{e^{-\epsilon_{2\downarrow}/k_B T}}{e^{-\epsilon_{2\uparrow}/k_B T} + e^{-\epsilon_{2\downarrow}/k_B T}}, \text{以及 } \rho_{2\sigma} = \langle 1_{2\sigma} | \rho_2 | 1_{2\sigma} \rangle.$$

这时候,量子点 2 中电子主要处于自旋向下状态.这个消息通过交换相互作用,传到量子点 1 中.结果,量子点 1 中的电子被允许处于能级为 $\epsilon_{1\uparrow} = \epsilon_1 + \Delta_{B,J}$ 和 $\epsilon_{1\downarrow} = \epsilon_1 - \Delta_{B,J}$ 的不同状态.由方程(4)可以得到, $\Delta_{B,J} > 0$. 如果磁场向下, $B < 0$,将会有 $\Delta_{B,J} < 0$.显然,磁场方向的不同直接决定电流自旋方向.所以,我们的系统也可以用来探测 Kondo 杂质的磁性.

上面只考虑到量子点 2 对量子点 1 的影响,却没有考虑量子点 1 对量子点 2 的影响.这是因为量子点 2 是一个和它热力学环境耦合的非常强的系统,所以,量子点 2 中的电子始终处于由温度决定的正则分布的状态.因此,该模型的计算中忽略了量子点 1 对量子点 2 的影响.

5 结 论

本文基于两个相邻量子点之间的交换相互作用获得一种电子自旋过滤器.其中一个量子点耦合到电子库,实现单电子隧穿;另一个量子点,扮演磁性杂质的角色.具有磁性特征的量子点对另一个量子点提供局域的磁场,使得系统实现自旋电流极化的效果.通过电子输运的量子主方程,我们得出该系统的解析结果,并验证了系统的可行性.在温度小于交换相互作用 J 的四分之一时,自旋过滤效果比较明显,电流的自旋极化率大于 50%. 当温度足够小的时候,电流的自旋极化率接近 1. 本工作不足的地方是,对电子自旋过滤效应不利的因素中只考虑了温度.实际上,也有其他环境的因素,例如量子点中的声子,核自旋等.未来的相关工作中,我们将考虑实际材料中可能遇到的更多环境效应以及自旋交换相互作用中平均值以外的部分.

参 考 文 献

[1] M. A. Nielsen, I. L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information [B]. Cambridge: Cambridge University

Press, (2000), 344.

[2] M. M. Deshmukh, D. C. Ralph, *Phys. Rev. Lett.*, **89**

- (2002), 266803.
- [3] D. P. DiVincenzo, *J. Appl. Phys.*, **85** (1999), 4785.
- [4] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven, L. M. Vandersypen, *Nature*, **442** (2006), 766.
- [5] 王如志, 袁瑞, 宋雪梅, 魏金生, 严辉, *物理学报*, **58** (2009), 3437.
- [6] L. Esaki, P. J. Stiles, S. von Molnar, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 852.
- [7] X. Hao, J. S. Moodera, R. Meservey, *Phys. Rev. B*, **42** (1990), 8235.
- [8] J. S. Moodera, R. Meservey, X. Hao, *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993), 853.
- [9] 金莲, 朱林, 李玲, 谢征微, *物理学报*, **58** (2009), 8577.
- [10] V. M. Karpan, G. Giovannetti, P. A. Khomyakov, M. Talanana, A. A. Starikov, M. Zwierzycki, J. van den Brink, G. Brocks, P. J. Kelly, *Phys. Rev. Lett.*, **99** (2007), 176602.
- [11] H. Batelaan, A. S. Green, B. A. Hitt, T. J. Gay, *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 4216.
- [12] G. Hu, Y. Guo, J. Wei, S. Xie, *Phys. Rev. B*, **75** (2007), 165321.
- [13] P. Recher, E. V. Sukhorukov, D. Loss, *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000), 1962.
- [14] R. Hanson, L. M. K. Vandersypen, L. H. W. van Beveren, J. M. Elzerman, I. T. Vink, L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. B*, **70** (2004), 241304(R).
- [15] M. Yamagishi, N. Watase, M. Hashisaka, K. Muraki, T. Fujisawa, *Phys. Rev. B*, **90** (2014), 035306.
- [16] W. Lai, W. Yang, *Phys. Rev. B*, **92** (2015), 155433.
- [17] A. Bordoloi, V. Zannier, L. Sorba, C. Schönenberger, A. Baumgartner, *Communications Physics*, **3** (2020), 135.
- [18] 廖杨芳, 谢泉, 肖清泉, 项飞羽, 杨真, *低温物理学报*, **40** (2018), 17.
- [19] M. Pioro-Ladriere, T. Obata, Y. Tokura, Y. S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, S. Tarucha, *Nature Physics*, **4** (2008), 776.
- [20] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, L. P. Kouwenhoven, *Nature*, **430** (2004), 431.
- [21] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, A. C. Gossard, *Science*, **309** (2005), 2180.
- [22] H. Haken, H. C. Wolf, *The Physics of Atoms and Quanta [B]*. New York: Springer, (2004) 213.
- [23] G. D. Mahan *Many - Particle Physics [B]*. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, (2000), 250.
- [24] 秦猛, 李延标, 白忠, *物理学报*, **64** (2015), 030301.
- [25] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics [B]*. Cambridge: Cambridge University Press, (1997) 326.
- [26] W. Lai, Y. Cao, Z. Ma, *J. Phys.: Condens. Matter*, **24** (2012), 175301.
- [27] W. Lu, Z. Q. Ji, L. Pfeiffer, K. W. West, A. J. Rimberg, *Nature*, **423** (2003), 422.
- [28] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics [B]*. Beijing: Chemical Industry Press, (2012), 127.
- [29] 李振武, Kondo 效应对磁杂质碳纳米管电输运特性的影响 [J]. *物理学报*, **62** (2013), 096101.