Vol. 35 (2015)
No. 4

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

双模范畴间同构态射的构造

代瑞香 [1], 陈全国 [2]
(1. 石河子大学理学院, 新疆 石河子 832003)
(2. 伊犁师范学院数学系, 新疆 伊犁 835000)

摘 要: 本文研究了双模范畴上的同构态射. 利用代数上常用的构造方法, 给出了模范畴 *R(C:T)* 和 *L(C:T)* 的定义及双模范畴 ${}_TM^C$ 和 ${}_TM^{CM}$ 之间的同构映射和证明过程, 将代数上双模范畴的一些重要结论进行了推广.

关键词: 模范畴; 对象类; 同构态射
MR(2010) **主题分类号:** 16D20; 16D90 **中图分类号:** O154.1
文献标识码: A **文章编号:** 0255-7797(2015)04-0963-06

1 引言

近 20 年来, 随着量子群研究的兴起, Kaplansky 某些猜想的解决, Hopf 代数理论日臻完善, 它的一些推广概念如单子、Hopf 单子、缠绕结构等也越来越受到重视. 2002 年, Moerdijk[1] 介绍了张量范畴上的 Hopf 单子, 并研究了 Hopf 单子的代数结构等性质. 双范畴中的圈是在文 [2] 中由 Lack 和 Street 引入的, 余圈在某种程度上说是圈的对偶. 具体地说, 给定双范畴 B (见文 [2]), 用文 [3] 中的方法可以构造余单子的 Eilenberg-Moore 双范畴, 记作 REM(B). REM(B) 中的 0 - 元是指元素对 (C, A), 其中 A 是 B 中的 0 - 元, C 是 A 上的余单子. B 中的 1 - 元 $(P, p) : (C, A) \to (D, B)$, 包含 1 - 元 $P : A \to B$, 2 - 元 $p : D \cdot P \Rightarrow P \cdot C$, 并且满足余单子 C 和 D 的余积和余单位的条件. B 中的 2 - 元 $\varphi : (P, p) \Rightarrow (Q, q)$, 是指 2 - 元 $\varphi : D \cdot P \Rightarrow Q$, 满足 p, q 的条件和余单子 D 的余积条件. B 中的 (右) 余圈在文 [3] 中定义为范畴 REM(B) 中的余单子. 具体地, 余圈包含 B 的 0 - 元, 1 - 元 $R : A \to A$ 和 2 - 元 $r : C \cdot R \Rightarrow R \cdot C$, $\xi : C \cdot R \Rightarrow I_A$ 及 $\delta : C \cdot (R \cdot R) \Rightarrow R$, 并且满足相应的条件.

本文拟在一般双模范畴的基础上引入模范畴 R^c_C 和 L^c_C 的定义, 并在双模范畴 ${}_TM^C$ 和 ${}_TM^{CM}$ 之间构造了一个同构态射, 且给出了详细的证明过程, 从而拓展并丰富 Hopf 代数及单子的理论知识.

2 预备知识

本节给出本文所需的知识和概念, 并引入两个新的范畴 R^c_C 和 L^c_C.

定义 2.1 [1] 设 C 是任一范畴, C 上的单子是指三元结构 (T, μ, η), 其中 $T : C \to C$ 是函子, $\mu : T^2 \to T$ 和 $\eta : id_C \to T$ 是自然变换, 满足 $\mu_X \cdot T(\mu_X) = \mu_X \cdot \mu_{T(X)}$; $\mu_X \cdot \eta_{T(X)} = id_{T(X)} = \mu_X \cdot T(\eta_X)$, $\forall X \in \mathrm{obj}(C)$.

*收稿日期: 2013-10-22 接收日期: 2014-04-28
基金项目: 国家自然基金项目 (11261063); 石河子大学青年骨干教师培养计划资助 (3152).
作者简介: 代瑞香 (1980–), 女, 山东曹县, 讲师, 主要研究方向: 环与代数.

设 (T,μ,η) 为 C 上的单子, T - 模是指 (M,r), 其中 $M\in \mathrm{obj}(C)$ 和 $r:T(M)\to M$ 为 C 中的态射, 使得 $r\cdot T(r)=r\cdot \mu_M$; $r\cdot \eta_M=id_M$.

设 (M,r), (N,s) 为 T - 模, 态射 $f\in \mathrm{Hom}(M,N)$ 称为 T - 线性的, 若 $f\cdot r=s\cdot T(f)$. 此 f 也称为 T - 模态射.

定义 2.2 [4] (G,Δ,ε) 称为范畴 C 上的余单子, 若函子 $G:C\to C$ 及自然变换 $\Delta:G\to G^2$ 和 $\varepsilon:G\to id_C$, 满足 $G\Delta\cdot\Delta=\Delta G\cdot\Delta$; $\varepsilon G\cdot\Delta=G\varepsilon\cdot\Delta=id_G$.

定义 2.3 [5] 设 (T,μ,η) 是范畴 C 上的单子, 右 T - 模 $M\in\mathrm{obj}(C)$ 称为实右 T - 模, 若 $\varpi_M^+:MT\to M$ 为双射. 其逆记作: $d_M^+:M\to MT$.

同样, 左 T - 模 $M\in\mathrm{obj}(C)$ 称为实左 T - 模, 若 $\varpi_M^-:TM\to M$ 为双射. 其逆记作 $d_M^-:M\to TM$.

对于范畴 C 上的单子 (T,μ,η) 本身可以看作 monoidal 范畴 $\mathrm{End}(C)$ 中的 T - 模, 其中 $r=\mu:TT\to T$. 若 $\varpi_T^+=\varpi_T^-$, 则 $d_T^+=d_T^-$, 这样的单子 T 称为实单子.

定义 2.4 [5] 设 (T,μ,η) 是范畴 C 上的单子, $C\in\mathrm{End}(C)$, T - 余单子 C 是指: C 为实 T - 双模态射; T - 双线态射 $\Delta_C:C\to C^2$, $\varepsilon_C:C\to T$ 满足:

$$\begin{aligned}&C\Delta_C\cdot\Delta_C=\Delta_C C\cdot\Delta_C;\\&C\varepsilon_C\cdot\Delta_C=d_C^+;\\&\varepsilon_C C\cdot\Delta_C=d_C^-.\end{aligned}$$

实际上, T - 余单子 C 就是 T - 模范畴上的余单子.

定义 2.5 [5] 模范畴 *R(C:T)*:

对象类: (M,m) , M 为 T - 双模, $m:CM\to MC$ 为 T - 双线性态射, 并且满足 $M\Delta\cdot m=mC\cdot Cm\cdot\Delta M$.

态射类: 设 $(M,m),(M',m')\in\mathrm{obj}(R(C:T))$, $\varphi:(M,m)\to(M',m')$ 定义为 $\varphi:CM\to CM'$ 使得

$$\begin{aligned}&\Delta M'\cdot\varphi=C\varphi\cdot\Delta M;\\&Cm'\cdot\Delta M'\cdot\varphi=(\varphi C\cdot Cm)\cdot\Delta M.\end{aligned}$$

同理可定义 *L(C:T)* .

定义 2.6 [6] 设 C 为 Monoidal 范畴上的余单子, 右 C - 圈是指 Monoidal 范畴 *R(C:T)* 上的单子, 右 C - 余圈是指 Monoidal 范畴 *R(C:T)* 上的余单子. 类似可定义 Monoidal *L(C:T)* 上的左 C - 圈和左 C - 余圈.

3 双模范畴间同构映射的构造

本节在模范畴 *R(C:T)* 和 *L(C:T)* 的定义及圈和余圈的知识的基础上, 在双模范畴 ${}_TM^C$ 和 ${}_TM^{CM}$ 之间构造了一个函子, 并在其对象的同态范畴之间定义了同构态射.

定理 3.1 设 $\xi:CM\longrightarrow C$ 为 T - 余单子态射, 则有函子

$$\begin{aligned}\psi:{}_TM^{CM}&\longrightarrow{}_TM^{C},\\(Y,\rho^Y)&\longmapsto(Y,Y\xi\cdot\rho^Y),\\f&\longmapsto f.\end{aligned}$$

证 由 $\rho^Y: Y \longrightarrow YCM$ 为 CM - 余线性的, 则 $\rho^Y CM \cdot \rho^Y = Y\Delta^{'} \cdot \rho^Y$, 其中

$$\Delta^{'} = (CmM)\cdot(C\delta)\cdot(\Delta M), \quad \varepsilon^{'} = \varepsilon\cdot\xi.$$

令 ${\rho_\xi}^Y = Y\xi\cdot\rho^Y : Y \longrightarrow YC$, 则

$$\begin{aligned} Y\Delta\cdot{\rho_\xi}^Y =& Y\Delta\cdot Y\xi\cdot\rho^Y = Y\xi\xi\cdot Y\Delta^{'}\cdot\rho^Y = Y\xi\xi\cdot\rho^Y CM\cdot\rho^Y \\ =& Y\xi C\cdot YCM\xi\cdot\rho^Y CM\cdot\rho^Y = Y\xi C\cdot\rho^Y C\cdot Y\xi\cdot\rho^Y = {\rho_\xi}^Y C\cdot{\rho_\xi}^Y. \end{aligned}$$

令 $f:(Y,\rho^Y)\longrightarrow(Y^{'},\rho^{Y^{'}})$ 为 CM - 余线性的, 则 $fCM\cdot\rho^Y = \rho^{Y^{'}}\cdot f$, 并且

$$fC\cdot{\rho_\xi}^Y = fC\cdot Y\xi\cdot\rho^Y = Y^{'}\xi\cdot fCM\cdot\rho^Y = Y^{'}\xi\cdot\rho^{Y^{'}}\cdot f = {\rho_\xi}^Y\cdot f,$$

即 f 为 C - 余线性的.

定理 3.2 设 (C,T) 为 T - 余单子, (M,m) 为 C - 余圈, 则有自然同构

$$\begin{aligned} \phi: \mathrm{Hom}((Y, Y\xi\cdot\rho^Y),(X,\rho^X)) &\longrightarrow \mathrm{Hom}((Y,\rho^Y),(X,\rho^X)M), \\ f &\longmapsto X\Gamma_M\cdot XM\varepsilon\cdot fMC\cdot Ym\cdot\rho^Y, \\ \Gamma_X\cdot X\varepsilon\cdot X\xi\cdot\rho^X M\cdot g &\longleftarrow g. \end{aligned}$$

证 令 $f:(Y,Y\xi\cdot\rho^Y)\longrightarrow(X,\rho^X)$ 为范畴 ${}_T M^C$ 中的态射, 则 f 为左 T - 线性的和右 C - 余线性的.

定义 $\hat{f} = X\Gamma_M\cdot XM\varepsilon\cdot fMC\cdot Ym\cdot\rho^Y$, 则 $\hat{f}$ 为右 CM - 余线性的, 因为

$$\begin{aligned} \rho^{XM}\cdot\hat{f} =& XmM\cdot X\delta\cdot\rho^X M\cdot X\Gamma_M\cdot XM\varepsilon\cdot fMC\cdot Ym\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot\rho^X MC\cdot\cdot fMC\cdot Ym\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot Y\xi MC\cdot\rho^Y MC\cdot Ym\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot Y\xi MC\cdot YCMm\cdot\rho^Y CM\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot Y\xi MC\cdot YCMm\cdot Y\Delta^{'}\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot Y\xi MC\cdot YCMm\cdot Y(CmM\cdot C\delta)\cdot\Delta M)\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot Y\xi MC\cdot YCMm\cdot YCmM\cdot YC\delta\cdot Y\Delta M\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot YCm\cdot Y\xi CM\cdot YCmM\cdot Y\Delta MM\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot YCm\cdot Y\Delta M\cdot Y\xi M\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot X\delta\cdot XC\Gamma_M\cdot XCM\varepsilon\cdot fCMC\cdot YCm\cdot Y\Delta M\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot XCM\Gamma_M\cdot XCMM\varepsilon\cdot X\delta C\cdot fCMC\cdot YCm\cdot Y\Delta M\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot XCM\Gamma_M\cdot XCMM\varepsilon\cdot fCMMC\cdot Y\delta C\cdot YCm\cdot Y\Delta M\cdot\rho^Y \\ =& XmM\cdot XCM\Gamma_M\cdot XCMM\varepsilon\cdot fCMMC\cdot YCMm\cdot YCmM\cdot Y\Delta MM\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \\ =& XMC\Gamma_M\cdot XMCM\varepsilon\cdot XmMC\cdot fCMMC\cdot YCMm\cdot YCmM\cdot Y\Delta MM\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \\ =& XMC\Gamma_M\cdot XMCM\varepsilon\cdot fMCMC\cdot YmMC\cdot YCMm\cdot YCmM\cdot Y\Delta MM\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \\ =& XMC\Gamma_M\cdot XMCM\varepsilon\cdot fMCMC\cdot YMCm\cdot YmCM\cdot YCmM\cdot Y\Delta MM\cdot Y\delta\cdot\rho^Y \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&=XMC\Gamma_M \cdot XMCM\varepsilon \cdot XMCm \cdot fMCCM \cdot YM\Delta M \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=XMC(\Gamma_M \cdot M\varepsilon \cdot m) \cdot fMCCM \cdot YM\Delta M \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=XMC(\mu_M \cdot \varepsilon M) \cdot XM\Delta M \cdot fMCM \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=XM(C\mu_M \cdot C\varepsilon M \cdot \Delta M) \cdot fMCM \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=fMCM \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y;\\
\hat{f}CM \cdot \rho^Y &=(X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot fMC \cdot Ym \cdot \rho^Y)CM \cdot \rho^Y\\
&=X\Gamma_M CM \cdot XM\varepsilon CM \cdot fMCCM \cdot YmCM \cdot \rho^Y CM \cdot \rho^Y\\
&=X\Gamma_M CM \cdot XM\varepsilon CM \cdot fMCCM \cdot YmCM \cdot Y\Delta' \cdot \rho^Y\\
&=X\Gamma_M CM \cdot XM\varepsilon CM \cdot fMCCM \cdot YmCM \cdot YCmM \cdot YC\delta \cdot Y\Delta M \cdot \rho^Y\\
&=X\Gamma_M CM \cdot XM\varepsilon CM \cdot fMCCM \cdot YmCM \cdot YCmM \cdot Y\Delta MM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=fMCM \cdot Y\Gamma_M CM \cdot YM\varepsilon CM \cdot YmCM \cdot YCmM \cdot Y\Delta MM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=fMCM \cdot Y\Gamma_M CM \cdot YM\varepsilon CM \cdot Ym\Delta M \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=fMCM \cdot Y(\Gamma_M C \cdot M\varepsilon C \cdot m\Delta)M \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
&=fMCM \cdot YmM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y.
\end{aligned}
$$

故有

$$\hat{f}CM \cdot \rho^Y = \rho^{XM} \cdot \hat{f}.$$

令

$$g : (Y, \rho^Y) \longrightarrow (X, \rho^X)M = (XM, \rho^{XM}),$$

则 g 为右 CM - 余线性的, 且

$$\rho^{XM} = XmM \cdot X\delta \cdot \rho^X M.$$

设 $\tilde{g} = \Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot g$, 则 $\tilde{g}$ 是右 C - 余线性的, 因为

$$
\begin{aligned}
\tilde{g}C \cdot {\rho_\xi}^Y &=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot gC \cdot Y\xi \cdot \rho^Y\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot XM\xi \cdot gCM \cdot \rho^Y\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot XM\xi \cdot \rho^{XM} \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot XM\xi \cdot XmM \cdot X\delta \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot X(M\xi \cdot mM \cdot \delta) \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot \rho^X MC \cdot Xm \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot X\xi C \cdot XCm \cdot \rho^X CM \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot XC\xi \cdot \rho^X CM \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\Gamma_X C \cdot X\varepsilon C \cdot \rho^X C \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\rho^X \cdot \Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot g\\
&=\rho^X \cdot \tilde{g}.
\end{aligned}
$$

下证 $\hat{}$ 和 $\tilde{}$ 互逆. 若 f 和 g 如上, 根据定义, 则有

$$
\begin{aligned}
\tilde{\hat{f}} =&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot \hat{f}\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot fMC \cdot Ym \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot \rho^X M \cdot fM \cdot Y\Gamma_M \cdot YM\varepsilon \cdot Ym \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot fCM \cdot Y\xi M \cdot \rho^Y M \cdot Y\Gamma_M \cdot YM\varepsilon \cdot Ym \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot X\xi \cdot fCM \cdot Y\xi M \cdot \rho^Y M \cdot Y\mu_M \cdot Y\varepsilon M \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot \rho^Y M \cdot Y\mu_M \cdot Y\varepsilon M \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC\Gamma_M M \cdot YCM\varepsilon M \cdot \rho^Y CM \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC\Gamma_M M \cdot YCM\varepsilon M \cdot Y\Delta' \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC\Gamma_M M \cdot YCM\varepsilon M \cdot YCmM \cdot YC\delta \cdot Y\Delta M \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC(\Gamma_M \cdot M\varepsilon \cdot m)M \cdot YC\delta \cdot Y\Delta M \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC\mu_M M \cdot \varepsilon MM \cdot YC\delta \cdot Y\Delta M \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot YC\mu_M M \cdot \varepsilon MM \cdot Y\Delta MM \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot Y\xi M \cdot Y\delta \cdot \rho^Y\\
=&\Gamma_X \cdot X\varepsilon \cdot fC \cdot Y\xi \cdot \rho^Y\\
=&f \cdot \Gamma_Y \cdot Y\varepsilon \cdot Y\xi \cdot \rho^Y\\
=&f \cdot \Gamma_Y \cdot Y\varepsilon' \cdot \rho^Y\\
=&f;\\
\hat{\tilde{g}} =&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \tilde{g}MC \cdot Ym \cdot \rho^Y\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot \rho^X MMC \cdot gMC \cdot Ym \cdot \rho^Y\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot \rho^X MMC \cdot XMm \cdot gCM \cdot \rho^Y\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot \rho^X MMC \cdot XMm \cdot XmM \cdot X\delta \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot XCmM \cdot XCmM \cdot \rho^X CMM \cdot X\delta \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot XCmM \cdot XCmM \cdot XC\delta \cdot \rho^X CM \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot X\xi MC \cdot XCmM \cdot XCmM \cdot XC\delta \cdot X\Delta M \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot XCm \cdot X\xi CM \cdot XCmM \cdot XC\delta \cdot X\Delta M \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot \Gamma_X MC \cdot X\varepsilon MC \cdot XCm \cdot X\Delta M \cdot X\xi M \cdot X\delta \cdot \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&X\Gamma_M \cdot XM\varepsilon \cdot Xm \cdot \Gamma_X CM \cdot X\varepsilon CM \cdot X\Delta M \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&\Gamma_X M \cdot X\varepsilon M \cdot \rho^X M \cdot g\\
=&g.
\end{aligned}
$$

参 考 文 献

[1] Moerdijk I. Monads on tensor categories[J]. J. Pure Appl. Algebra, 2002, 168(2-3): 189–208.

[2] Lack S, Street R. The formal theory of monad ii[J]. J. Pure Appl. Algebra, 2002 175 (1-3), 243–265.

[3] Benabou J. Introduction to bicategories: in report of the midwest category seminar[J]. Lecture Notes in Math., Springer-Verlag, 1967, 47: 1–77.

[4] Mac Lane S. Categories for the working mathematician[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.

[5] 代瑞香. 余导子与余积分及其性质. 石河子大学学报 (自然科学版)[J]. 2010, 28(5): 658–660.

[6] El Kaoutit L. Extended distributive law: Co-wreath over co-rings[J]. arXiv: math.RA/0612818, 2006.

[7] Skoda Z. Distributive laws for actions of monoidal categories[J]. arXiv:math.CT/0406310, 2004.

[8] Caenepeel S, Ion B, Militaru G, Zhu S L. The factorization problem and the smash biproduct of algberas and coalgebras[J]. Algebras Represent Theory, 2002 (3): 19–42.

THE CONSTRUCTION OF THE ISOMORPHISM BETWEEN THE BIMODULE CATEGORIES

DAI Rui-xiang[1], CHEN Quan-guo[2]

(*1.Department of Mathematics, Shihezi University, Shihezi 832003, China*)

(*2.Department of Mathematics, Yili Normal University, Yili 835000, China*)

Abstract: The isomorphism between bimodule categories ${}_TM^C$ and ${}_TM^{CM}$ is studied. The definitions of the modules categories *R(C:T)* and *L(C:T)* and the isomorphism between ${}_TM^C$ and ${}_TM^{CM}$ including detailed proofs are given, and some important conclusions of algebra bimodule categories are popularized.

Keywords: bimodule category; objects class; isomorphisms

2010 MR Subject Classification: 16D20; 16D90