◇ 研究报告 ◇

利用气枪声源数据的地声参数反演*

李佳蔚^{1,2,3} 贾雨晴^{1,2,3} 鹿力成^{1,2†} 郭圣明^{1,2} 马 力^{1,2}

(1 中国科学院声学研究所 北京 100190)

(2 中国科学院水声环境特性重点实验室 北京 100190)

(3 中国科学院大学 北京 100049)

摘要 该文通过对在东中国海采集的气枪声源数据进行处理,基于地声参数对不同声场观测量的敏感性差异,利用分步反演的策略进行分析。首先选择距离接收阵七个不同的距离点数据,通过warping变换准确提取第 三阶至第八阶简正波的频散曲线;利用海底声速对频散曲线敏感的特性来反演声速;由Hamilton经验公式求 得海底密度;通过传播损失拟合获得海底衰减。不同距离点数据反演的海底声速与密度一致性较高。实验提 取的频散曲线和反演参数仿真结果、实验获取的传播损失与反演参数获得的传播损失均拟合较好。

关键词 warping 变换,频散曲线,分步反演

中图法分类号: TB56 文献标识码: A DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.03.022 文章编号:1000-310X(2019)03-0440-08

Inversion of geoacoustics parameters using air-gun data

LI Jiawei^{1,2,3} JIA Yuqing^{1,2,3} LU Licheng^{1,2} GUO Shengming^{1,2} MA Li^{1,2}

(1 Institute of Acoustics Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 Key Laboratory of Underwater Environment, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences,

Beijing 100190, China)

(3 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract This article deals with the acoustic data obtained from the air-gun sources in the East China Sea. Since the seabed properties have great affects on the pressure field, transmission loss (TL), group speed etc. taking into consideration the fact that geoacoustics parameters have different sensitivity for them, the strategy of multi-step inversion is used in this paper. Seven source data at different distances use the warping transformation to extract the dispersion curves from third mode to eighth mode accurately. Then use the dispersion curves to invert the sound speed. According to the Hamilton empirical function between the seabed sound speed and bottom density to calculate the latter. The bottom attenuation is inverted by using transmission loss. The inversion result of seabed sound velocity and density has a high consistency. The dispersion curves and transmission loss calculated using the inverted parameters matches the experiment data well. **Key words** warping transformation, Dispersion curves, Multi-step inversion

2018-09-28 收稿; 2019-03-08 定稿

^{*}国家自然科学基金项目(11004214)

作者简介:李佳蔚(1991-),男,山西定襄人,博士研究生,研究方向:水声信号处理。

[†]通讯作者 E-mail: luce_1983@sina.com

0 引言

地声反演问题由来已久,且一直是水声学中的 热点问题之一。其基本思路为声波通过浅海波导传 播时会携带边界上的信息,从而使得通过接收的声 场能够间接获取地声参数。Hamilton^[1] 很早就对各 类海底地声属性进行了归纳,获取了各类海底的声 学参数范围曲线及参数关系的经验公式。早期的地 声反演仅计算与观测量线性相关的地声参数,获取 的参数有限。常规匹配场(Matched field processer, MFP)^[2-3] 的应用使得地声反演得到极大的发展, 其主要思想是以某种优化准则建立接收处声传感 器阵列测量的声信号与不同海洋参数下仿真的声 信号的代价函数,以全局优化算法获取最佳代价 函数的参数值为反演值。各类智能优化算法的引 入也大幅度提升了计算速度,常见的有模拟退火算 法^[4-5]、遗传算法、蚁群算法等。

通过接收声场可以获取到不同的声学特征参 数,常用于反演的声学特征参数有阵列接收的声压、 群速度、模式衰减、模式幅值比、传播损失等。Jiang 等[6] 在局部区域反演中利用多途信道与声压幅值 信息,获得沉积层与基底层声参数信息进行地声反 演。李整林等[7]利用简正波过滤技术获取简正波 群延时。郭晓乐等^[8]利用 warping 变换提取来获取 频散曲线的时间差来反演海底声速与密度。Potty 等^[9]、Zeng 等^[10]在各自的文献中均利用模式幅 值比来获取海底衰减系数。相比而言,利用传播 损失拟合获取海底衰减系数是一种简单易行的方 法^[8]。不同的声学特征参数对反演海底参数的敏 感性不同,利用此原理进行分步反演[11]一方面能 获取到最敏感的参数,同时提高计算速率。信号处 理的方法能够准确地提取不同的声场特征,其中 warping 变换的应用较为广泛。Baraniuk等^[12]首 次将 warping 变换应用于信号处理, 继而被引入到 水声信号处理, warping 变换通过消除声场瞬时相 位的非线性项消除其频散效应。利用 warping 变换 能够实现单声源获取频散曲线^[13],分离模态简正 波^[14] 等。

在浅海声学实验中,声源的选择很重要。由于 爆炸声源具有源级高、频带宽的特点,常用作各类 海洋实验的声源^[15-16],其缺点是气泡脉动产生严 重干扰,使得获取直达波信号的时长有限,并且由于 气泡脉动信号与爆炸声信号的强相关性,基于解卷 积[17]、自适应滤波[18]的方法均不能稳定地消除气 泡脉动及其造成的影响。气枪声源是利用高压气舱 存储的高压气体在水下瞬间释放而产生强声波,它 也具有源级高、频带宽的特点,同时气泡脉动影响 较小,本文实验选用的气枪声源基本没有气泡脉动 的影响。这样用单个水听器就能获得声源信号的时 间数据,还可以得到更多的频率数据。在进行地声 反演时,本文采取以下措施来降低反演参数的误差: (1) 在数据处理时,利用不同的声学特征参数对反演 海底参数的敏感性不同进行分步反演,同时它能够 减少计算量。(2)在提取声场特征频散曲线时,由于 浅海声速剖面存在一个较大的跃层,破坏了部分声 场的频散结构。在利用warping变换提取气枪声源 信号的频散曲线时,舍掉因声速剖面跃变造成的频 散结构被破坏的低模态频散曲线,提取较为准确的 第三阶到第八阶简正波的频散曲线。(3)修正因接 收水听器阵起伏引起的传播损失误差。

本文第一部分基于浅海声场简正波理论与理 想波导的warping变换,导出含海底声学参数的代 价函数,给出反演方法及流程图;第二部分介绍实验 及数据处理情况,分别反演求得海底声速、密度,通 过回归的方法得出海底衰减随频率的变化关系,将 地声反演获得的声学参数分别代入频散曲线和传 播损失公式进行数值模拟,由模拟与实测曲线拟合 程度检验参数反演方法的有效性;第三部分为讨论 与结论。

1 理论及反演方法

1.1 浅海简正波理论及 warping 变换^[10]

假设浅海地声模型为半无限空间,声源和接收 点在二维空间中的位置分别为(0,*z_s*)、(*r*,*z_r*),其中 0、*r*和*z_s、<i>z_r*分别为声源、接收点的水平位置和垂 直深度。根据浅海简正波理论,接收点声场*P*可以 表示为

$$P(f, z_r) \approx AS(f) \sum_{m=1}^{N} \psi_m(f, z_s)$$
$$\times \psi_m(f, z_r) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_m(f)r - \beta_m(f)r}}{\sqrt{k_m(f)r}}, \quad (1)$$

其中, N 为传播的最大模式数, ψ_m 为第 m 阶简正波的本征函数, j = $\sqrt{-1}$, $k_m(f)$ 是第 m 阶简正波的水

由稳相法其可以表示为

$$p(t) = \sum_{m=1}^{N} A_m(t) e^{j\Phi_m(t)},$$
 (2)

其中, $A_m(t)$ 、 $\Phi_m(t)$ 是在t时刻m模态的幅值和相位。对于理想的波导环境其瞬时相位,

$$\Phi_m(t) = 2\pi f_{cm} \sqrt{t^2 - (r/c)^2},$$
 (3)

式(3)中,*f_{cm}*为理想波导条件下第*m*阶简正波的截止频率,绝对硬海底情况下为

$$f_{cm} = \frac{(2m-1)c}{4H}.$$
 (4)

因为低频带声信号在浅海波导中呈现出频散 效应,第*m*阶模态简正波的频散曲线满足

$$v_{gm} = r/t_m,\tag{5}$$

其中, t_m为第m阶简正波到达的时间, v_{gm}是第m 阶简正波的群速度。对于既定的浅海波导, 群速度 v_{gm}是一个常数, 它由波导的环境参数决定, 所以在 获取到不同号简正波的群速度后, 可以用它来反演 海洋环境参数。

将式(3)中理想波导的瞬时相位带入式(2)中, 得

$$p(t) = \sum_{m=1}^{N} A_m(t) e^{j2\pi f_{cm}} \sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}.$$
 (6)

由式(6)知其相位随时间呈非线性关系,为消除相位的非线性,引入算子

$$(Wp)(t) = |\dot{w}(t)|^{1/2} p[w(t)], \qquad (7)$$

其中,warping 变换算子为

$$w(t) = \sqrt{t^2 + (r/c)^2}.$$
 (8)

将式(8)代入式(6),则式(7)为

$$(Wp)(t) = |\dot{w}(t)|^{1/2} \sum_{m=1}^{N} A_m [w(t)] e^{j2\pi f_{cm} t}.$$
 (9)

经过warping变换以后,信号的相位变成了时间*t*的线性函数,这里信号的幅值不太直观。现在,分别由式(6)与式(9)求得各自时间域上的能量,式(6)能量表示为

$$E(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{N} A_m(t) \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{cm}} \sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2} \right)^2 \mathrm{d}t.$$
(10)

式(9)能量为

$$E(Wp) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{w}(t)| \left(\sum_{m=1}^{N} A_m(w(t)) e^{j2\pi f_{cm}t}\right)^2 dt.$$
(11)

将式(8) 变为

$$t = \sqrt{w^2(t) - (r/c)^2}.$$
 (12)

$$E(Wp) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{N} A_m(w(t)) e^{j2\pi f_{cm}\sqrt{w^2(t) - \left(\frac{r}{c}\right)^2}} \right)^2 \times d|w(t)|.$$
(13)

因为变换过程中满足能量守恒,所以式(10) 与式(13)分别表示的E(p)、E(Wp)满足<math>E(p) = E(Wp),即warping域的帕萨瓦尔定律。warping变换基于理想波导得出,但它适用于大部分海底反射 类简正波情况^[19]。

1.2 海底参数反演方法

由于海底不同的声学参数对声场测量值敏感 性不同,可将海底声学参数分步反演。其中,海底声 速对模态的频散曲线最为敏感,故利用频散曲线反 演海底声速最为有效。而海底沉积层中的声速、密 度均与孔隙率有着密切的关系,这里利用 Hamilton 经验公式中海底声速 *c* 和密度 ρ 的关系:

$$c = 2330.4 - 1257\rho + 487.7\rho^2.$$
(14)

根据反演海区声速变化范围的先验知识,在合理的范围内对海底声速进行搜索获取海底密度,然 后将其代入声场计算程序。代价函数为

$$f(\Omega) = \sum_{f} \sum_{m} \left[\left(\frac{r}{t}\right)_{mf} - v_{mfg}(\Omega) \right]^2, \quad (15)$$

这里, m 代表简正波的阶数, f 代表反演频点数, 频 带范围约为60~300 Hz, (r/t)_{mf} 为按照式(5)计算 所得第 m 阶简正波的群速度, Ω 为待反演参数, 反 演过程中考虑了海深对频散曲线的影响。

声波在浅海传播过程中,波阵面的几何扩展、 波导介质吸收以及边界散射均可引起声能量的损 失。海表面近似为软边界,对声波造成的能量损耗 较少。对于低频段,由于海底衰减远大于海水吸收 产生的能量损失,故在传播损失表达式中略去海水 吸收的影响,这样可直接利用传播损失拟合获取海 底衰减。在获取海底声速与密度后,代价函数为

$$E(\alpha) = \sum_{d} \left(\mathrm{TL}_{\mathbb{W} \pm} - \mathrm{TL}_{\mathrm{f} \mathrm{f} \mathrm{f}}(\alpha) \right)^2, \qquad (16)$$

其中,d代表不同深度的传播损失值,TL为传播损 失,TL_{测量}、TL_{仿真}分别为传播损失测量值和不同衰 减系数下的仿真值,当式(16)取最小时,获得的衰 减系数α为对应频率的衰减系数。

基于上述理论分析,可给出如图1所示的反演 海底参数流程图。首先,对接收到的气枪声源数据 进行预处理,选择距离合适的气枪声源进行短时傅 里叶时频分析与warping变换,通过提取不同阶简 正波的频散曲线来反演海底声速;然后,利用实验测 量的传播损失拟合来获取海底衰减;通过选择多个 距离的气枪声源及多个深度的传播损失使得反演 结果更稳健,同时拟合的频散曲线与传播损失也是 对反演结果有效性较好的验证。



图1 地声反演流程图

Fig. 1 The flow chart of geoacoustic inversion

2 实验与数据处理

2.1 实验情况

海试数据于2017年7月东中国海海域获得,实验船为"实验一号",船在指定站位点将32元垂直 阵布放到海中,阵元从上到下依次标记为1号~32 号,阵元间距为1.5 m,阵元处附有深度传感器,可 记录阵随时间变化的阵元深度,1号阵元开始位于 海深47.85 m处。布阵完毕后,测量海水声速剖面; 阵元采集信号频率为17067 Hz;"实验一号"发射船 沿着指定航线在一定距离上使用气枪声源发射信 号,发射深度约为10 m,气枪的声源级频响曲线如 图2所示;船在航行过程中同时记录航线的GPS及 海深变化情况,实验期间约为一级海况。声速剖面 见图3,表层声速约为1540 m/s,在海深60~85 m为 跃层,之后声速恒定于1518 m/s;实测海深环境如 图4所示,大致在30 km的范围内海底较为平坦。



图2 气枪的声源级频响曲线





Fig. 4 Environment parameters of the experimental sea area

2.2 数据处理与参数反演

选择接收深度合适、水平距离在10 km~20 km 范围内的七个距离点的水听器阵接收数据。进行预 处理后根据式(9)对信号进行warping变换。图5(a) 和图5(b)分别为水听器阵水平距离13.87 km处接 收到的信号及 warping 变换时域图。对其做短时傅 里叶变换可得时频图(图6),由图6(a)可见其频散 结构较为明显,图6(b)中某些频点处呈现一定宽 度且稍微倾斜的亮条纹。其每一个条纹对应式(9) 相位中的第m阶简正波截止频率 fcm。按照理想 波导条件,若海底为理想硬边界,fcm精确值可由 式(4)得出:取测量海深约115 m,海水平均声速 约1530 m/s,得出其前八阶简正波截止频率约为 3.25 Hz, 9.74 Hz, 16.24 Hz, 22.73 Hz, 29.23 Hz, 35.73 Hz、42.22 Hz、48.72 Hz。观察图6(b)可知实 际浅海波导较为复杂:其中第一阶简正波受干扰较 大且与第二阶简正波之间有明显干涉现象,高阶简 正波呈现倾斜的宽条纹。这些现象主要由以下两点 原因引起:海洋中低频段噪声较大,包括外来噪声及 阵摆动的流噪声; warping 变换基于理想波导得出, 海水声速剖面和浅海波导对其影响较大,特别是本 次实验海区的声速剖面存在一个较大的跃层,破坏 了部分声场的频散结构。





针对提取低模态频散曲线有较大误差的情况, 在实际数据处理时,仅提取部分较为准确的频散曲 线:首先对接收信号进行 warping 变换,从图 6(b)所 示的时频谱及频散曲线可看出各模态之间分离较 为明显,再分别取第三阶至第八阶简正波各自频带 内的极值,进行warping逆变换获得频散曲线,见图 6(a)中白线。



图 6 接收的时域信号和 warping 变换域信号的时频谱及提取的频散曲线

Fig. 6 Spectrogram and the extracted dispersion curves of the original signal and warped signal

在获取第三阶至第八阶简正波的频散曲线后 可进行地声参数反演。地声模型的选择是反演的基 础,较为广泛使用的模型为水平均匀的半无限海底 与沉积层加基底的双层海底模型。这两种模型能够 较好地解决大部分的地声反演问题且模型简单,需 要反演的参数较少。本次实验的海区地势较为平 坦,故选取的海底地声模型为水平均匀的半无限海 底,所需的反演地声模型参数包括海底声速、海底 密度以及海底衰减系数。其中,海底声速对频散曲 线最为敏感,海底衰减只影响各阶简正波的能量衰 减,对频散结构几乎没有影响,故利用频散曲线反 演海底声速和密度时,衰减系数可以设为任一合理 值即可,在实际处理中取0.1 dB/波长。本文采用声 场计算模型为Kraken,算法采用自适应模拟退火算 法^[20]。如图6(a)中,每一阶简正波频散曲线(白线) 上的白色圆圈代表反演使用的频点数。

表1为七个不同距离数据的反演结果。图7给 出反演参数及其均值,从图7中可以看出,不同距离 点反演的海底声速较一致。将反演结果带入求得数 值仿真的群速度,并与实验提取的群速度进行对比, 结果见图8。其中黑线为数值计算的群速度,红色圆 圈为实验提取的群速度。

表1 地声参数反演结果

Table 1The invert result of seabed parameters

距离/km	声速/(m·s ⁻¹) (1550~1880)	密度/(g·cm ⁻³)	海深/m (101~125 m)
13.8751	1629.87	1.76	118.01
15.0169	1623.93	1.749	117.64
15.7766	1622.57	1.75	118.75
16.9212	1617.16	1.73	116.41
17.6852	1638.40	1.78	117.524
18.4558	1636.33	1.776	117.79
19.6274	1649.28	1.81	118.277
均值	1631.1	1.765	117.772
方差	11.039	0.026	0.73







式(1)中, $\beta_m(f)$ 代表第m阶简正波的衰减系数,在低频段(1 kHz以下),海水吸收相比于海底小几个数量级,其主要受海底衰减影响。获取单模态

简正波较难,相比之下,利用传播损失直接拟合更为 简单。实际海洋实验中,海流冲击等会引起接收阵 姿势变化,需要根据深度传感器数据、水听器阵接 收时间及气枪发射声信号时间,对不同距离的阵元 进行深度修正,修正结果见图9。



图8 实验数据计算的群速度与反演结果数值仿真 的群速度

Fig. 8 The contrast between numerical calculation in spectrum and extracted result of group velocity



图 9 实验实测阵元深度及修正深度



在获得海底声速和密度的条件下,根据修正的 传播损失来估计海底衰减系数。本次处理分别取 修正传播损失上、中、下三个深度的数据进行拟合。 所得衰减系数结果见表2。根据表2中海底衰减与 频率的对应关系,利用回归分析方法对数据结果 按照关系式 $\alpha_b(f) = \alpha_0 f_k^n \, dB/m, f_k = f/1000 进$ 行了拟合,在80~630 Hz频段范围内,拟合结果为 $<math>\alpha_0 = 0.18, n = 1.2,$ 如图10(a)所示,图10(b)是频率 用对数表示的情况。Stoll等^[21]通过实验数据得出 在 10~1000 Hz 频率范围内,海底衰减随频率的变 化呈非线性(1 < n < 2),本文所得结果为n = 1.2。 至此,获取到了在80~630 Hz频带范围内真实海底 的等效模型参数。图11给出了位于海深59.7 m处 反演参数数值计算的传播损失与海洋中实测的传 播损失拟合情况,各频点理论与实验数据基本一致。





3 讨论与结论

本文通过对七个距离点的气枪声源数据进行 处理,首先提取第三阶简正波至第八阶简正频段 覆盖60~300 Hz的频散曲线,并结合海底声速与 密度关系的Hamilton经验公式获取到对频散曲线 敏感的海底声速与密度,频点包括80 Hz、100 Hz、 160 Hz、200 Hz、250 Hz、315 Hz、400 Hz、500 Hz、 630 Hz等涉及三个倍频程。传播损失修正与拟合, 得到半无限海底的衰减。由此过程及结果得知:

(1) 气枪声源能够获取到频带更宽的频散曲线,可用于海底反演的有效数据比爆炸声源多,但要获取各阶简正波的截止频率处及附近的频点数据还有困难。

(2)为使得反演结果具有可靠性,利用不同距离的多个数据进行反演。同时,反演过程中要考虑复杂海洋环境对实验数据产生的影响,数据预处理阶段分别对低模态影响较大的频散曲线进行舍弃以及对传播损失进行修正。



海底衰减系数

表2

图 11 修正深度 59.7 m 处多个频率对应的传播损失实验值与反演参数计算理论值的对比

Fig. 11 The contrast between numerical calculation of transmission loss and extracted result from different frequency points at the modified depth of 59.7 meters

(3)利用不同观测量对地声参数的敏感性不同, 分步参数反演所得海底地声模型不仅能减少计算量,且能很好地应用于传播损失的预报。

(4)反演参数数值仿真的和实测的频散曲线间 (见图8)、在各个频率点传播损失随距离变化曲线间 (见图11)呈现了较高的吻合度,证明反演参数值是 可信的,提出的反演方法是有效的。

致谢 感谢中国科学院水声环境特性重点实验室 的出海实验及"实验一号"海洋调查船的全体工作 人员,他们为本文获取了宝贵的实验数据。



- Hamilton E L. Geoacoustic modeling of the sea floor[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1980, 68(5): 1313–1340.
- Bucker H P. Use of calculated sound fields and matched field detection to locate sound sources in shallow water[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1976, 59(2): 368–373.
- Westwood E K. Broadband matched-field source localization[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1992, 91(5): 2777–2789.
- [4] Dosso S E. Quantifying uncertainty in geoacoustic inversion. I. A fast Gibbs sampler approach[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2002, 111(1): 129–142.
- [5] Dosso S E, Nielsen P L. Quantifying uncertainty in geoacoustic inversion. II. Application to broadband, shallowwater data[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2002, 111(1): 143–159.
- [6] Jiang Y M, Chapman R N, Yang K D, et al. Estimating marine sediment attenuatuion at low frequency with a vertical line array[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2009, 125(4): EL158–El163.
- [7] 李整林, 鄢锦, 李风华, 等. 由简正波群延时及幅度反演海底参数 [J]. 声学学报, 2002, 27(6): 487–491.
 Li Zhenglin, Yan Jin, Li Fenghua, et al. Inversion for the sea bottom acoustic parameters by using the group time delays and amplitude of normal mode[J]. Acta Acustica, 2002, 27(6): 487–491.
- [8] 郭晓乐,杨坤德,马远良. 一种基于简正波模态频散的远距离 宽带海底参数反演方法 [J]. 物理学报, 2015, 64(17): 174302. Guo Xiaole, Yang Kunde, Ma Yuanliang. A far distacne wideband geoacoustic parameter inversion method based on a modal dispersion curve[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(17): 174302.
- [9] Potty G R, Miller J H, Lynch J F. Inversion for sediment geoacoustic properties at the New England Bight[J]. Jour-

nal of the Acoustical Society of America, 2003, 114(4): 1874–1887.

- [10] Zeng J, Chapman N R, Bonnel J. Inversion of seabed attenuation using time-warping of close range data[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2013, 134(5): EL394–EL399.
- [11] 杨坤德,马远良. 浅海地声参数宽带匹配场反演的实验研究[J].西北工业大学学报,2003,21(5):611-615. Yang Kunde, Ma Yuanliang. Experimental research for geoacoustic inversion using broadband matched field in shallow water[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(5): 611-615.
- [12] Baraniuk R G, Jones D L. Unitary equivalence: a new twist on signal processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(10): 2269–2282.
- [13] Bonnel J, Nicolas B, Mars J I, et al. Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2010, 128(2): 719–727.
- [14] 李佳蔚, 鹿力成, 郭圣明, 等. Warping 变换提取单模态反演 海底衰减系数 [J]. 物理学报, 2017, 66(20): 204301.
 Li Jiawei, Lu Licheng, Guo Shengming, et al. Inversion of seabed attenuation by using single mode extracted by warping transform[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(20): 204301.
- [15] Duan R, Chapman R N, Yang K D, et al. Sequential inversion of modal data for sound attenuation in sediment at New Jersey Shelf[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 139(1): 70–84.
- [16] 鹿力成,马力. 基于 Warping 变换的波导时频分析 [J]. 物理 学报, 2015, 64(2): 024305.
 Lu Licheng, Ma Li. Analysis of waveguided timefrequency based on Warping transform[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 024305.
- [17] 张岩,李风华,李整林,等. 爆炸信号中气泡脉动去除方法及 其应用 [J]. 声学学报, 2009, 34(2): 124–130.
 Zhang Yan, Li Fenghua, Li Zhenglin, et al. The method of bubble pulse removal from explosive signals and its application[J]. Acta Acustica, 2009, 34(2): 124–130.
- [18] Ge F X, Zhang Y, Li Z L, et al. Adaptive bubble pulse cancellation from underwater explosive charge acoustic signals[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2011, 36(3): 447–452.
- [19] Bonnel J, Gervaise C, Roux P, et al. Modal depth function estimation using time-frequency analysis[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2011, 130(1): 61–71.
- [20] Dosso S E, Wilmut M J, Lapinski A-L S. An adaptivehybrid algorithm for geoacoustic inversion[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2001, 26(3): 324–336.
- [21] Stoll R D, Houtz R E. Attenuation measurement with sonobuoys[J] Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 73(1): 165–172.