◇ 研究报告 ◇

## 浅海孤子内波对水平纵向相关性的影响\*

张泽众<sup>1,2†</sup> 骆文于<sup>1</sup> 庞 哲<sup>1,2</sup> 周益清<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)(2 中国科学院大学 北京 100049)

**摘要** 基于简正波理论和孤子内波模型,该文推导出声线经过孤子内波后的频域上的声压表达式,然后利用 声压表达式推导出水平纵向相关系数一般表达式,研究了浅海孤子内波引起的声场水平纵向相关系数的变化, 并且运用二维抛物方程模型仿真计算验证理论推导结果,并在简正波干涉环境下给出物理现象解释。结果表 明,孤子内波引起的浅海声场水平纵向相关系数变化,乃由简正波干涉所导致,当孤子内波幅度变化不是很大 时,其幅度改变不会引起水平纵向相关系数周期和幅度的显著变化。文中给出特定环境下的水平纵向相关系 数随时间变化的结果,当环境中第一、第二号简正波占主导地位时,水平纵向相关系数会呈现出周期变化。 关键词 孤子内波,水平纵向相关性,简正波干涉,抛物方程 中图法分类号: P733.2 文献标识码:A 文章编号: 1000-310X(2019)05-0851-06 DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.05.014

# Effect of shallow sea soliton internal waves on horizontal and longitudinal correlations

ZHANG Zezhong<sup>1,2</sup> LUO Wenyu<sup>1</sup> PANG Zhe<sup>1,2</sup> ZHOU Yiqing<sup>1,2</sup>

(1 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)
 (2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract The expression of acoustic pressure in the frequency domain is derived by using the two boundary of the soliton based on the normal wave theory and soliton wave model. The variation law of horizontal longitudinal correlation coefficient with time in the presence of the internal wave is derived theoretically and the model of parabolic equation is used to verify the theoretical derivation. The results show that because of the interference of normal wave, the internal soliton wave will cause the change of horizontal longitudinal correlation coefficient. The result of the variation of horizontal longitudinal correlation coefficient with time in a given environment is given in this paper, when the first and second normal waves are dominant in the horizontal longitudinal correlation coefficient will have periodic variation, and the period doesn't change with extent of amplitude.

**Key words** Internal soliton wave, Horizontal longitudinal correlation, Normal wave interference, Parabolic equation

<sup>2018-12-20</sup> 收稿; 2019-03-25 定稿

<sup>\*</sup>国家自然科学基金项目 (11774374)

作者简介:张泽众(1990-),男,河北邢台人,博士研究生,研究方向:声学。

<sup>†</sup>通讯作者 E-mail: 409423911@qq.com

### 0 引言

近年来, 孤子内波、涡旋、海洋锋面等海水介质 的不均匀性对声场的影响受到广泛的关注。我国具 有广阔的海岸线, 在我国南中国海大陆架海域常有 孤子内波的观测报告出现, 当孤子内波在声波传播 路径上出现时, 由于内波在水平方向上引起大范围 的声速剖面起伏, 从而引起声传播的起伏。有时这 种起伏是相当可观的, 可以在几十公里的距离上增 加数十分贝的额外传播损失。

孤子内波作为影响声场的主要因素之一,一直 是近年来水声研究的热点之一,人们对孤子内波展 开了大量的工作。1991年,Zhou等<sup>[1]</sup>指出孤子内 波的存在会影响声场声压传播损失,这种影响与声 源频率和孤子内波频率有关。1995年,美国新泽西 大陆架海域浅海声传播实验SWARM'95 (Shallow Water Acoustics in a Random Medium)发现由于 孤子内波的影响,导致声场能量有1~7 dB的起 伏<sup>[2-5]</sup>。2001年-2003年,蔡树群等<sup>[6]</sup>分析了南中 国海北部孤子内波现象,讨论了目前南中国海孤子 内波研究中存在的一些问题。2011年,李整林等<sup>[7]</sup> 分析了孤子内波引起的高号简正波到达时间起伏。

声场水平相干特性是影响声呐阵探测性能的 重要因素。导致声场水平纵向相关下降的主要因素 有介质的不均匀性和多途干涉,通过研究孤子内波 对水平纵向相关性的影响,对分析孤子内波海域声 呐探测具有重要的意义。由于海洋介质的不均匀 性、海底不平、多途效应都会对声场的水平纵向相 关性产生影响,因此对水平纵向性的研究得到了广 泛的关注。宋俊等<sup>[8]</sup>从物理意义上研究分析了浅 海孤子内波存在下水平纵向相关性的周期性变化。 Guo等<sup>[9]</sup>、Li等<sup>[10]</sup>研究了水平纵向相关性半径与 频率和距离的关系。胡治国等<sup>[11]</sup>研究了深海不平 海底对水平纵向相关性的影响。

在研究声场的特性与规律时,通常采用波动理 论、射线理论、简正波理论及抛物方程理论等声场 分析方法。抛物方程方法采用步进算法计算声场, 因此有利于计算环境参数随水平方向变化的声场。 本文利用简正波理论对声线通过孤子内波后的声 压进行了理论推导,并通过声压来计算出两点之间 的水平纵向相关系数。然后通过二维抛物方程模型 (Range-dependent acoustic model, RAM), 仿真了 浅海孤子内波对150 Hz 声场信号的水平纵向相关 系数的影响。最后将仿真结果与理论推导结果进行 对比,结果一致。

#### 1 问题描述

#### 1.1 波导模型

图1是浅海波导声速剖面示意图,海底为平坦 海底并且深度为40 m,温跃层深度从15 m到27 m, 温跃层以上海水声速为1530 m/s,温跃层以下海 水声速为1480 m/s。上表面为理想海面,海底为 液态半空间海底,海底声速为1530 m/s,密度为 1.5 g/cm<sup>3</sup>,吸收系数为0.2 dB/λ。声速随深度分布 表示式为

$$c_0(z) = \begin{cases} c_1, & 0 \leq z \leq z_1, \\ c_1 + \xi(z - z_2), & z_1 \leq z \leq z_2, \\ c_2, & z_2 \leq z \leq H, \end{cases}$$
(1)

其中, $c_1 和 c_2$ 分别表示温跃层上下声速, $z_1 和 z_2$ 分别表示温跃层上下边界的深度, $\xi(c_1 - c_2)/(z_1 - z_2)$ 为温跃层声速负梯度。



图1 水平波导声速剖面图

Fig. 1 Horizontal waveguide sound velocity profile

#### 1.2 内波模型

本文采用常见的双曲正割剖面,如果满足浅海 条件,则单个孤子内波的KdV方程的典型解析解 为<sup>[2]</sup>

$$\eta(r) = a \mathrm{sech}^2 \left( \frac{r - R}{\Delta} \right), \tag{2}$$

其中,η(r)代表孤子内波随距离的位移,Δ代表波包 宽度,a为孤子内波的幅度,r为水平距离,R为孤子 内波中心位置。当传播路径上存在孤子内波时,声 速表达式如下:

$$c_{0}(z) = \begin{cases} c_{1}, & 0 \leq z \leq z_{1} + \eta(r), \\ c_{1} + \xi(z - z_{2} - \eta(r)), & z_{1} + \eta(r) \leq z \leq z_{2} + \eta(r), \\ c_{2}, & z_{2} + \eta(r) \leq z \leq H. \end{cases}$$
(3)

当孤子内波距声源位置为8 km时,计算距离内的二 维声速剖面如图2所示。



图 2 孤子内波声速剖面

Fig. 2 Soliton internal wave sound velocity profile

#### 2 水平纵向相关性

声场的水平纵向相关性刻画了在声传播方向 上同一接收深度、不同水平距离处两个接收点的声 场相似程度。设水听器分别位于声传播方向上相同 深度并有一定纵向间隔的(r, Z<sub>r</sub>)和(r + Δr, Z<sub>r</sub>)两 点,则这两个水听器同时接收到的信号波形之间的 归一化互相关系数为水平纵向相关系数,定义为

$$\rho(\Delta r) = \prod_{\tau} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_r(t) p_{r+\Delta r}(t+\tau) dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |p_r(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |p_{r+\Delta r}(t)|^2 dt}}, \quad (4)$$

其中, $p_r(t)$ 和 $p_{r+\Delta r}(t)$ 分别表示两点接收到的声信 号声压时域波形, $\tau$ 为时延, $\Delta r$ 为水平纵向间隔,满 足 $\Delta r \ll r$ 。利用傅里叶变换可得频域内的水平纵 向相关系数表达式:

$$\rho(\Delta r) = \max_{\tau} \frac{\operatorname{Re}\left[\int_{\omega_{0}-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_{0}+\frac{\Delta\omega}{2}} p_{r}(\omega)p_{r+\Delta r}^{*}(\omega) \operatorname{e}^{\mathrm{i}\omega\tau} \mathrm{d}\omega\right]}{\sqrt{\int_{\omega_{0}-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_{0}+\frac{\Delta\omega}{2}} |p_{r}(\omega)|^{2} \mathrm{d}\omega \int_{\omega_{0}-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_{0}+\frac{\Delta\omega}{2}} |p_{r+\Delta r}(\omega)|^{2} \mathrm{d}\omega}},$$
(5)

其中,  $P_r(\omega)$  和  $P_{r+\Delta r}(\omega)$  分别为两点接收到的声信 号频谱,\*表示复数共轭, $\omega$ 表示角频率, $\omega_0$  和  $\Delta \omega$  分 别表示发射信号的中心角频率和带宽, $\tau$  同样表示 时延。

#### 3 孤子内波对声场的影响

孤子内波环境的水平波导示意图如图3所 示:孤子内波幅度为15 m,宽度为100 m,速度  $\nu = 1$  m/s; 声源位于35 m;接收器位于深度为 40 m、距声源10 km处。计算接收器与接收器后距 离 $\Delta r = 100$  m两点的相关系数。



图3 孤子内波水平波导示意图

Fig. 3 Horizontal waveguide diagram of soliton internal wave

用耦合简正波理论来描述图3所示的孤子内波 存在时的水平波导问题。孤子内波将声场分为孤子 内波前、中、后三部分,分别用符号I、II、III来表示 三个区域,声源的角频率为ω,然后计算单频声源的 声压:

$$p(r,z) = \sum_{m} \frac{C_m^{\#}}{\sqrt{rq_m}} \psi_m(z) \exp(\mathrm{i}q_m r), \qquad (6)$$

式(6)中, $C_m^{\#}$ 和 $q_m$ 分别为第m号简正波本征值的 模式系数和实部, $\psi_m(z)$ 为本征函数,并且服从归一 化形式:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\rho_w}{\rho(z)} \psi_m(z) \psi_n(z) \,\mathrm{d}z = \delta_{mn},\tag{7}$$

其中,ρω为海水的密度。

在区域I和区域III,由于没有孤子内波的影响, 所以简正波系数*C*<sup>I</sup><sub>m</sub>、*C*<sup>III</sup>和本征值等不随距离变 化而改变。假设声源深度为*z*<sub>s</sub>、功率为*W*<sub>s</sub>时,可以得到区域I的简正波系数如下:

$$C_m^{\rm I} = \sqrt{\rho_w c_s W_s} \exp(i\pi/4) \psi_m(z_s), \qquad (8)$$

式(8)中,*c*<sub>s</sub>为声源处海水声速。区域II中由于孤子 内波的存在,简正波系数*C*<sup>II</sup><sub>m</sub>(r)可以用一阶微分方 程来求得:

$$\frac{\mathrm{d}C_m^{\mathrm{II}}(r)}{\mathrm{d}r} = \mathrm{i}\sum_n V_{mn}C_n^{\mathrm{II}}(r)\exp(-\mathrm{i}\Delta q_{mn}r),\quad(9)$$

其中, 
$$\Delta q_{mn} = q_m - q_n$$
,  $V_{mn}$ 的表达式为  
 $V_{mn}(r) = \frac{1}{2\sqrt{q_m q_n}} \int_0^\infty \frac{\rho_w}{\rho(z)} \delta k^2(r, z) \psi_m(z) \psi_n(z) \mathrm{d}z.$ 
(10)

式 (10) 中, k(r, z) 表示在区域 II 中有内波扰动的波数, 在区域 I和区域 III 中用  $k_0(z) = \omega/c_0(z)$  表示无 内波扰动时的波数, 由于内波扰动引起的波数变化  $\delta k^2(r, z)$ ,并且符合  $k^2(r, z) = k_0^2(z) + \delta k^2(r, z)$ 。

$$C_m^{\rm II}(r) = a_m(r) \exp(-\mathrm{i}q_m r), \qquad (11)$$

将式(11)代入式(9)可得

$$\frac{\mathrm{d}a_m}{\mathrm{d}r} - \mathrm{i}q_m a_m = \mathrm{i}\sum_n V_{mn} a_n. \tag{12}$$

在区域II内,式(12)可以写成如下形式:

$$\boldsymbol{a}(r) = \boldsymbol{U}(r-R)\boldsymbol{a}(R), \qquad (13)$$

由式(13)可得矩阵U只与内波参数有关。然后分别利用区域I、区域III和区域II、区域III边界条件可得

$$C_m^{\rm III} = \sum_n S_{mn}(L) C_n^{\rm I} \exp[-i\Delta q_{mn} R], \qquad (14)$$

式 (13) 中,  $S_{mn}(L) = U_{mn}(L) \exp(-iq_m L)$ ,并且同 样只与内波参数有关与内波位置无关,则区域 III 中 的声压可以写成:

$$P(r, z, \omega) = \sum_{m,n} P_{mn}(r, z) \exp(-i\Delta q_{mn}vT), \quad (15)$$

式(15)中,

$$P_{mn}(r,z) = \frac{C_n^1}{\sqrt{rq_m}} S_{mn}(L)\psi_m(z) \exp(\mathrm{i}q_m r).$$
(16)

根据相关函数表达式可得
$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp(i\omega\tau) P(r, z, w) P^*(r + \Delta r, z, w) d\omega$$
$$= \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{m,n} \exp(i\omega\tau) P_{mn}(z, \omega) \sum_{k,l} P^*_{kl}(z, \omega)$$
$$\times \exp(-i\Omega_{mnkl}T) d\omega, \qquad (17)$$

其中,  $\Omega_{mnkl} = \Omega_{mn} - \Omega_{kl}$ , 当且仅当m = n 或者 k = l时所对应分量对声强起伏起主要作用。

运用抛物方程模型(RAM)对上面的波导环境 进行仿真,中心频率是150 Hz,带宽50 Hz,可以得 出前五号简正波的数值,如表1所示。

表1 简正波模型计算得到的前五号简正波数值 Table 1 The first five normal wave values calculated by normal wave model

简正波号数	简正波值
1	$0.6286010146 - 0.1261870202 \times 10^{-3} \mathrm{i}$
2	$0.6103515625 - 0.2564936294 \times 10^{-3} \mathrm{i}$
3	$0.5958603024 - 0.3400784219 \times 10^{-2} \mathrm{i}$
4	$0.5939254761 - 0.3105576849 \times 10^{-2} \mathrm{i}$
5	$0.5932464600 - 0.1432724996 \times 10^{-2} \mathrm{i}$

通过公式(17),已推导出浅海孤子内波环境下 两点水平纵向相关系数的一般表达式,它是由多号 简正波共同干涉作用的结果。当在上述波导环境中 时,因为只有两号简正波起主要作用,这样就会得到 与文献[8]相同的表达式,但是当环境中存在多号简 正波起主要作用时,文献[8]的表达式就不再适用, 只能运用本文推导出的公式(17)来进行研究。并且 它反映出水平纵向相关系数只与孤子内波的速度 和特征宽度有关,而孤子内波幅度变化不是很大时 对水平纵向相关系数周期和幅度的影响甚微,可以 忽略。

根据上述波导环境将前两号简正波数值代入前面理论得到的结果,由公式(17)可得周期性只与  $\exp(-(q_m - q_n)vt)$ 有关,只有两号简正波的周期性 可以表示为

$$|q_1 - q_2| vt = 2\pi, \tag{18}$$

其中,v表示孤子内波速度。如上所设v = 1 m/s,得  $t \approx 2\pi/(v|q_1-q_2|) = 6$  min。

在理论推导得出水平纵向相关性随时间变化 的基础上,再利用上述环境和抛物方程模型得到的 声压数据来计算水平纵向相关系数,如图4所示:蓝 色实线表示模型计算得到的水平纵向相关系数,红 色虚线表示理论计算结果,理论值与计算值得到水 平纵向相关系数周期约为6 min,并且水平纵向相 关系数幅度大小也基本吻合。

从物理机制上对只有两号简正波时水平纵向 相关系数的周期性进行阐述。图5传播损失中也可 以看出前两号简正波干涉距离 $r = 2\pi/|q_1 - q_2| \approx$  0.36 km,当孤子内波未经过前两号简正波干涉 区域时,都会对水平纵向相关系数产生一次影响, 文中设孤子内波速度v = 1 m/s,得到干涉周期 t = r/v = 6 min,与前面得到的结果一致。这样就 从理论公式、模型仿真和物理意义上共同导出只有 前两号简正波环境下水平纵向相关性的周期。







图5 接收深度40m传播损失曲线



下面来看孤子内波幅度的改变对水平纵向相 关性的影响。从公式(17)中可以看出,水平纵向相 关性与孤子内波幅度无关而与孤子内波的特征宽 度有关,当只有孤子内波幅度变化时对水平纵向相 关系数不会有影响,但是当幅度的改变造成特征宽 度改变时,就会对水平纵向相关系数造成影响。由 图6可以看出,当孤子内波幅度减小到10 m时,水 平纵向相关系数和孤子内波幅度为15 m时基本一 致,并不影响水平纵向相关系数的大小和周期性。 所以当孤子内波幅度变化很小时对水平纵向相关 系数幅度和周期的影响可以忽略,这与模拟得到的 结果一致。



图 6 孤子内波幅度分别为 15 m、10 m 时水平纵向 相关系数

Fig. 6 The horizontal longitudinal correlation coefficient when the amplitude of the soliton internal wave is 15 m and 10 m  $\,$ 

#### 4 结论

本文通过简正波理论和孤子内波边界条件推导出孤子内波后方的声压表达式,然后利用声压推导出两点的水平纵向相关系数一般表达式,适用于所有浅海孤子内波环境。然后对中心频率为150 Hz的声信号用抛物方程理论进行仿真计算,并与理论推导对比验证推导出的水平纵向相关系数。得到以下结论:

(1) 孤子内波存在情况下,简正波干涉显著影 响声场水平纵向相关性。

(2) 在本文特定浅海环境的水平波导情况下, 由于前两号简正波占主导地位,所以水平纵向相关 性会随时间呈现出周期性变化,在文中所设环境和 信号及内波参数情形下,周期为6 min。但是当波 导环境变化,多号简正波占主导地位时,要利用公 式(17)重新进行推导,公式t = 2π/(v|q<sub>1</sub> - q<sub>2</sub>|)将 不再适用。

(3) 孤子内波幅度变化不是很大时,其幅度改 变不会引起水平纵向相关系数周期和幅度的显著 变化。

#### 5 研究展望

孤子内波作为声折射率显著不同于无内波区 域的一种特殊不均匀水团,关于其对声场的研究更 加深入,本文忽略了孤子内波的水平折射效应,研究 了对二维声场水平纵向相关性的影响,未来将在以 下方面完善对孤子内波研究的工作:

(1)由于孤子内波的水平折射效应不可忽视, 已经建立适用于孤子内波环境的三维耦合简正波 模型,下一步将利用三维模型研究孤子内波对三维 声场的影响以及对三维声场水平纵向相关性和水 平横向相关性的研究,并通过实验验证仿真结果。

(2) 孤子内波与声源和接收器的相对位置对三 维声场的影响很大,将考虑三维声场中孤子内波位 置的改变对水平纵向相关性的影响。

#### 参考文献

- Zhou J, Zhang X, Rogers P H. Resonant interaction of sound wave with internal solitons in the coastal zone[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1991, 90(4): 2042–2054.
- [2] Apel J R, Badiey M, Chiu C S, et al. An overview of the 1995 SWARM shallow-water internal wave acoustic scattering experiment[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1997, 22(3): 465–500.
- [3] Headrick R H, Lynch J F, Kemp J N, et al. Acoustic normal mode fluctuation statistics in the 1995 SWARM internal wave scattering experiment[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2000, 107(1): 201–220.
- [4] Headrick R H, Lynch J F, Kemp J N, et al. Modeling mode arrivals in the 1995 SWARM experiment acoustic transmissions[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2000, 107(1): 221–236.

- [5] Badiey M, Mu Y, Lynch J F, et al. Temporal and azimuthal dependence of sound propagation in shallow water with internal waves[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2002, 27(1): 117–129.
- [6] 蔡树群, 甘子钧. 南海北部孤立子内波的研究进展 [J]. 地球科 学进展, 2001, 16(2): 215–219.
  Cai Shuqun, Gan Zijun. Progress in the study of the internal soliton in the Northern South China Sea[J]. Advance in Earth Sciences, 2001, 16(2): 215–219.
- [7] 李整林, 张仁和, Mohsen Badiey, 等. 孤立子内波引起的高号简正波到达时间起伏 [J]. 声学学报, 2011, 36(6): 559–567.
  Li Zhenglin, Zhang Renhe, Mohsen Badiey, et al. Arrival time fluctuation of higher order normal modes caused by solitary internal waves[J]. Acta Acustica, 2011, 36(6): 559–567.
- [8] 宋俊,李风华,胡永明. 孤子内波对声场水平纵向相干特性的 影响 [J]. 声学技术, 2007, 26(2): 199–205.
  Song Jun, Li Fenghua, Hu Yongming. Effect of solitary internal wave on horizontal longitudinal coherence of shallow-water acoustic fields[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(2): 199–205.
- [9] Guo L H, Gong Z X, Wu L X. Space and time coherence of acoustics field in shallow water[J]. Chinese Physics Letters, 2001, 18(10): 1366–1368.
- [10] Li F H, Zhang R H. Frequency dependence of longitudinal correlation length in the Yellow Sea[J]. Chinese Physics Letters, 2008, 25(7): 2539.
- [11] 胡治国,李整林,张仁和,等. 深海不平海底对声场水平纵向 相关性的影响 [J]. 声学学报, 2016, 41(5): 758–767.
  Hu Zhiguo, Li Zhengli, Zhang Renhe, et al. The effects of the uneven bottom on horizontal longitudinal correlations of acoustic field in deep water[J]. Acta Acustica, 2016, 41(5): 758–767.